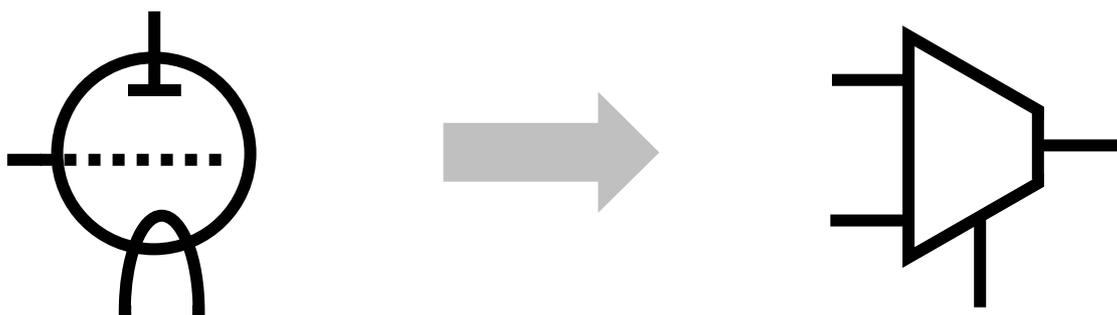


СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

САД-2008



Ульяновск 2008

MINISTRY OF SCIENCE AND EDUCATION
OF THE RUSSIAN FEDERATION
ULYANOVSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

**SYNTHESIS, ANALYSIS
AND DIAGNOSIS
OF ELECTRONIC CIRCUITS**

SAD-2008

Ulyanovsk 2008

Министерство науки и образования Российской Федерации

Ульяновский государственный технический университет

**СИНТЕЗ, АНАЛИЗ
И ДИАГНОСТИКА
ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ**

Вып. 6

Ульяновск 2008

Посвящается 100-летию открытия электронной лампы – триода

УДК 516.7.24/25+519.873

Синтез, анализ и диагностика электронных цепей:
Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. –
Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – 364 с.

Сборник продолжает серию специализированных сборников, изданных в Ульяновском государственном техническом университете (УлГТУ) в рамках международных конференций, проходящих под аббревиатурой КЛИН – «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика», «Конференция по логике информатике и науковедению»:

1. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2003. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – Т. 4.– 116 с.

2. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2004. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 4. – 164 с.

3. Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – 196 с.

4. Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей : Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – 244 с.

5. Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. междунаро. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – 280 с.

В данном выпуске продолжается развитие схемно-алгебраического направления в теории линейных электрических цепей с сосредоточенными и распределенными параметрами, как независимыми во времени, так и параметрическими. Обсуждаются вопросы компьютерного символьного и символьно-численного моделирования, автоматизации схмотехнического проектирования.

Рекомендуется для специалистов в области схмотехники аналоговых и аналого-дискретных электрических цепей, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

Редакционная коллегия:

Браун Я., докт. техн. наук, Институт фотоники и электроники Чешской АН
Гришкевич А.А., докт. техн. наук, Ченстоховский политехн. ин-т (Польша),
Курганов С.А., докт. техн. наук (зам. ответственного редактора),
Соловьева Е.Б., докт. техн. наук, СПбГЭУ – ЛЭТИ им. В.И.Ленина,
Филаретов В.В., докт. техн. наук (ответственный редактор).

Ответственный секретарь – Горшков К.С.

ISBN

© Авторы, 2008

ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ, УЧИТЫВАЮЩИЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ КЛЮЧЕЙ

Е. В. Белобров, С. А. Курганов

Предложены комплексные схемы замещения типовых элементов с переключаемыми конденсаторами (ПК), учитывающие сопротивления ключей в замкнутом состоянии. Схемы применяются для частотного анализа цепей с развязанными между собой элементами, в частности, с помощью операционных усилителей. С помощью предложенных схем проведено исследование частотных характеристик фильтра на базе ПК.

При анализе электрических цепей с ПК в частотной области применяются комплексные схемы замещения типовых элементов, содержащих идеальные ключи [1]. В разомкнутом состоянии современные электронные ключи на МОП-транзисторах действительно имеют сопротивление, близкое к бесконечному. Однако в замкнутом состоянии сопротивление ключа существенно отличается от нулевого и составляет значение – 2...10 кОм [2], чтобы оценить его влияние на частотные характеристики цепей с ПК приходится использовать численный анализ во временной области [2,3]. В то же время временной анализ значительно более трудоемок, чем анализ в частотной области, поскольку требует расчета вплоть до окончания переходного процесса. Временной анализ не позволяет также получить передаточную функцию цепи в символьном виде, которая требуется при проектировании фильтров, например, для оценки их устойчивости [4]. Поэтому целесообразно решить задачу частотного анализа цепей с ПК, учитывающего сопротивление ключей.

Для решения этой задачи необходимо разработать *комплексные схемы замещения типовых элементов с ПК, учитывающие сопротивления ключей*. Эти схемы должны быть пригодными для получения передаточных функций известными, в том числе, и символьными [5] методами анализа цепей.

Построение z -схем замещения элементов с ПК, учитывающих сопротивление ключа. Такие схемы замещения можно получить путем применения z -преобразования к временным функциям приращений зарядов в каждой фазе схемы элемента с ПК, учитывающей сопротивление ключей. Преобразование можно применять отдельно к каждому элементу с ПК – типовому или произвольно выбранному, если его собственные частоты (постоянные времени) не зависят от других элементов с ПК, то есть все элементы развязаны между собой, например, содержат операционные усилители, характеристики которых близки к идеальным.

Входное u_1 и выходное u_2 напряжение на внешних полюсах элемента с ПК считаются постоянными в течение полупериода переключения.

Алгоритм построения комплексных схем замещения, учитывающих сопротивления ключей, состоит в следующем.

1. Для элемента с ПК построить во временной области схемы, каждая из которых соответствует одной из фаз переключения ключей. Ключи в замкнутом состоянии заменить резистором R , а в разомкнутом – разрывом.

2. Провести анализ во временной области каждой из полученных схем замещения при условии, что на полюсах элемента действует постоянное напряжение, величина которого равна напряжению, достигнутому на предыдущей фазе.

3. Для всех полюсов, за исключением базисного, записать разностные уравнения, связывающие приращения зарядов полюсов и их напряжения на разных фазах переключения ключей.

4. Применить к полученным уравнениям z -преобразование. Число уравнений на единицу меньше числа полюсов.

5. Используя уравнения в z -области, построить z -схему замещения многополюсника, соответствующего элементу с ПК.

Построение z -схем для типовых двухфазных элементов. Рассмотрим подробно получение z -схем для последовательного (рис. 1,а) и параллельного (рис. 1,г) переключаемых конденсаторов. Напряжения U^e и U^o с нижними индексами 1 и 2, соответствующими входу и выходу элемента – дискретные напряжения, которые на нечетном (рис. 1,в,е) и четном полупериоде (рис. 1,б,д) соответственно равны нулю, а в другие полупериоды равны U .

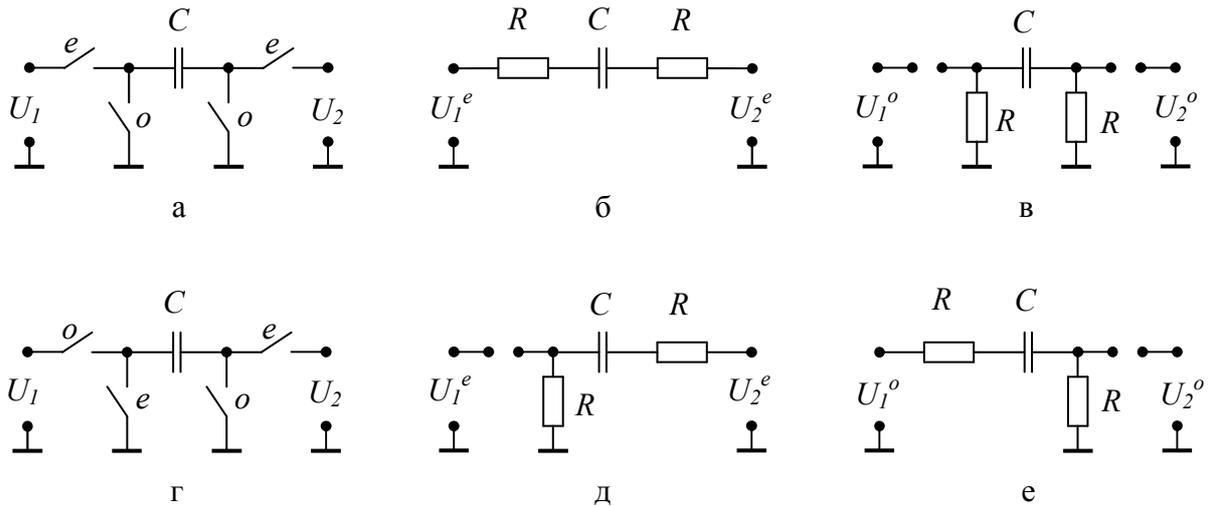


Рис. 1. Схемы переключаемых конденсаторов: последовательного (а), ее схемы замещения в четные (б) и нечетные (в) фазы; параллельного (г), ее схемы замещения в четные (д) и нечетные (е) фазы

Напряжение на входе и выходе переключательного элемента:

$$U = U^e + U^o \quad (1)$$

Для конденсатора C на рис. 1,б справедливо следующее уравнение заряда:

$$q^e(t) = C \cdot \Delta U^e \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{2RC}\right) \right) \quad (2a)$$

где ΔU^e – разность потенциалов между U_1^e и U_2^e .

Уравнение разряда конденсатора C (рис. 1,в):

$$q^o(t) = q_0 \exp\left(-\frac{t}{2RC}\right) \quad (2б)$$

где $q_0 = q^e(\tau^o)$ – заряд, накопленный на конденсаторе до момента замыкания или размыкания ключей τ^o в начале нечетного интервала.

Пусть каждое значение напряжения ΔU с соответствующим цифровым индексом (рис. 2) будет считаться отсчетом последовательности. Эти отсчеты следуют через интервал $\tau = T/2$, где T – период переключения.

Значениям X соответствует напряжение на конденсаторе. В каждом четном интервале X_i^e стремится к значению ΔU_i^e . В нечетном интервале X_i^o стремится к нулю. На рис. 2 видно, что при постоянной времени $2RC$, соизмеримой с интервалом переключения, напряжение X_i не успевает достичь значения ΔU_i^e или нуля. Запишем уравнения для отсчетов

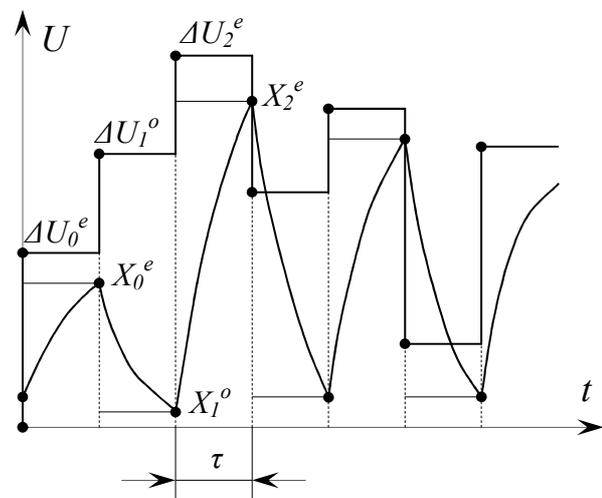


Рис. 2

$$X_i^e = X_{i-1}^o + (\Delta U_i^e - X_{i-1}^o) \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right) \right), \quad (3a)$$

$$X_i^o = X_{i-1}^e \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right). \quad (3б)$$

Применим z-преобразование по отношению к (3), получим

$$X^e(z) = X^o(z)z^{-\frac{1}{2}} + \left(\Delta U^e(z) - X^o(z)z^{-\frac{1}{2}} \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right) \right) \quad (4a)$$

$$X^o(z) = X^e(z)z^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right) \quad (4б)$$

Решая уравнения (4) относительно $X^e(z)$ и $X^o(z)$, окончательно получим:

$$X^e(z) = \Delta U^e(z) \frac{1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)}{1 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)}, \quad (5a)$$

$$X^o(z) = \Delta U^e(z) z^{-\frac{1}{2}} \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)\right) \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)}{1 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)}. \quad (5б)$$

Для построения схемы в z -области для цепи, изображенной на рис. 1,а, составим уравнения переноса зарядов [1]. Эта схема будет содержать 4 полюса.

$$\Delta Q_1^e(z) = C \left(X_1^e(z) - X_1^o(z)z^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6a) \quad \Delta Q_1^o(z) = 0 \quad (6в)$$

$$\Delta Q_2^e(z) = C \left(X_2^e(z) - X_2^o(z)z^{-\frac{1}{2}} \right) \quad (6б) \quad \Delta Q_2^o(z) = 0 \quad (6г)$$

где $X_1 = -X_2 = X$. Уравнения (6) показывают, какое количество заряда прошло через полюса в соответствующий интервал переключения. Приращение заряда $\Delta Q^o = 0$, потому что в нечетный интервал переключения заряд через полюса не проходит, поскольку ключ разомкнут (рис. 1,в). Подставляя (5) в (6), получим:

$$\Delta Q_1^e(z) = Cz' \left(U_1^e(z) - U_2^e(z) \right) \quad (7a) \quad \Delta Q_1^o(z) = 0 \quad (7в)$$

$$\Delta Q_2^e(z) = Cz' \left(U_2^e(z) - U_1^e(z) \right) \quad (7б) \quad \Delta Q_2^o(z) = 0 \quad (7г)$$

$$\text{где } z' = \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)\right)\left(1 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)\right)}{1 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)}.$$

Множитель z' показывает зависимость эквивалентной емкости схемы как от частоты сигнала, так и от частоты переключения. Следует также отметить, что выведенный множитель действителен только для равных четных и нечетных интервалов переключения. При необходимости, множитель можно обобщить на случай произвольных длительностей интервалов. Полученная эквивалентная схема в z -области показана на рис. 3.

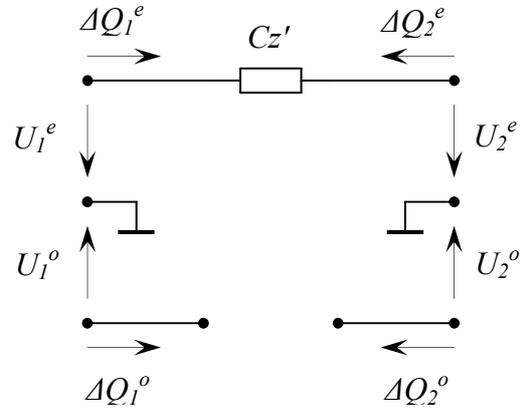


Рис. 3

Эквивалентную схему для цепи на рис. 1,г построим аналогично. Запишем только результирующие уравнения переноса зарядов, без промежуточных выкладок:

$$\Delta Q_1^e(z) = 0 \quad (8a) \quad \Delta Q_1^o(z) = Cz'U_1^o(z) + Cz^{-\frac{1}{2}}z''U_2^e(z) \quad (8b)$$

$$\Delta Q_2^o(z) = 0 \quad (8b) \quad \Delta Q_2^e(z) = Cz'U_2^e(z) + Cz^{-\frac{1}{2}}z''U_1^o(z) \quad (8g)$$

$$\text{где } z'' = \frac{\left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{2RC}\right)\right)^2}{1 - z^{-1} \exp\left(-\frac{\tau}{RC}\right)}.$$

В табл. 1 приведены z -схемы для других типовых переключаемых элементов с учетом сопротивления ключа. При нулевом сопротивлении ключа эти схемы совпадают со схемами замещения [1].

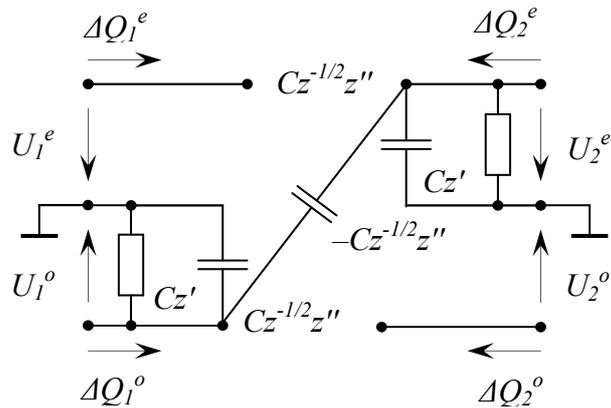
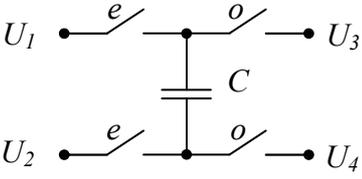
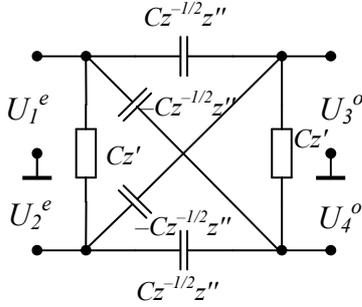
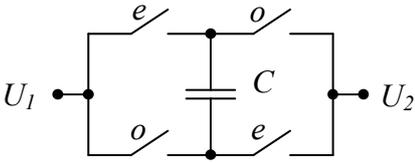
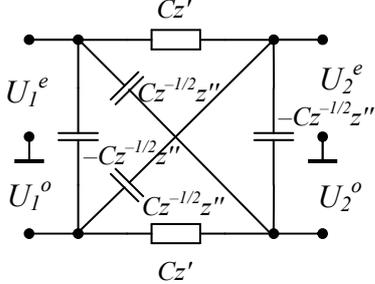
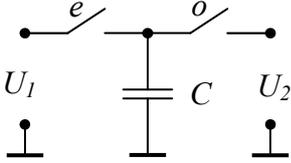
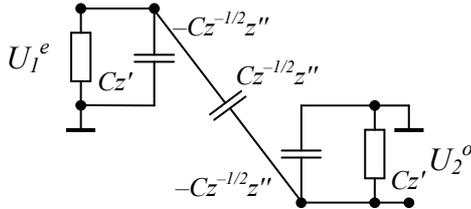
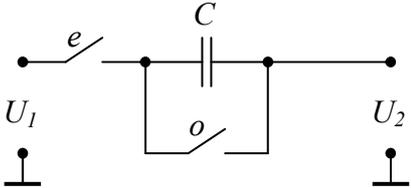
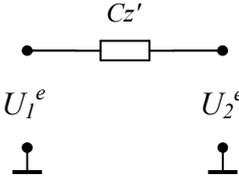


Рис. 4

Анализ цепей с помощью предлагаемых z -схем состоит в выделении развязанных между собой элементов с ПК, нахождении схем замещения этих элементов, составлении z -схемы замещения всей цепи и нахождении с помощью известных методов анализа коэффициент передачи напряжения $K(z)$ с учетом сопротивления ключа.

Таблица 1. Схемы в z -области для типовых двухфазных переключаемых элементов с учетом сопротивления ключей

Исходная цепь с ПК	Эквивалентная схема в z -области
Схема переключаемого конденсатора общего вида	
	
ПК-эквивалент билинейного резистора	
	
Параллельный переключаемый конденсатор с двумя ключами	
	
Последовательный переключаемый конденсатор с двумя ключами	
	

Методика анализа цепей с ПК в частотной области, учитывающая сопротивление ключей.

1. Выделить элементы с ПК, которые развязаны между собой.

2. Выделенные элементы сопоставляются с теми, которые представлены в табл. 1. Для отсутствующих элементов составляются z -схемы замещения по алгоритму, представленному выше. Схема замещения непереключаемого конденсатора остается без изменения [1].

3. Элементы с ПК в исходной схеме заменяются на полученные z -схемы замещения.

4. Аналитически, либо с применением программ символьного моделирования находится комплексная передаточная функция. При задании исходных данных для системы *SCAD* [6] элемент Cz' заменяется на резистивную проводимость, а элемент $Cz''z^{-1/2}$ на емкостную проводимость.

5. После получения символьного результата для элементов, содержащих ключи, осуществляется замена параметров. К элементам переключаемых элементов добавляются множители. Элемент C_n заменяется на $C_n \cdot z'(C_n)$, а $C_n \cdot p$ на $C_n \cdot z^{\frac{1}{2}} \cdot z''(C_n)$. Здесь C_n – номинал конденсатора, входящего в переключаемый элемент. В свою очередь, как было показано выше, z' , z'' есть функции от z . Поэтому порядок полиномов увеличивается.

6. Комплексная передаточная функция цепи получается, как обычно, путем замены $z = \exp(j\omega T)$.

Анализ фильтра с ПК, учитывающего сопротивления ключей.
Рассмотрим схему на основе биквадной секции Флешера–Лейкера (рис. 5).

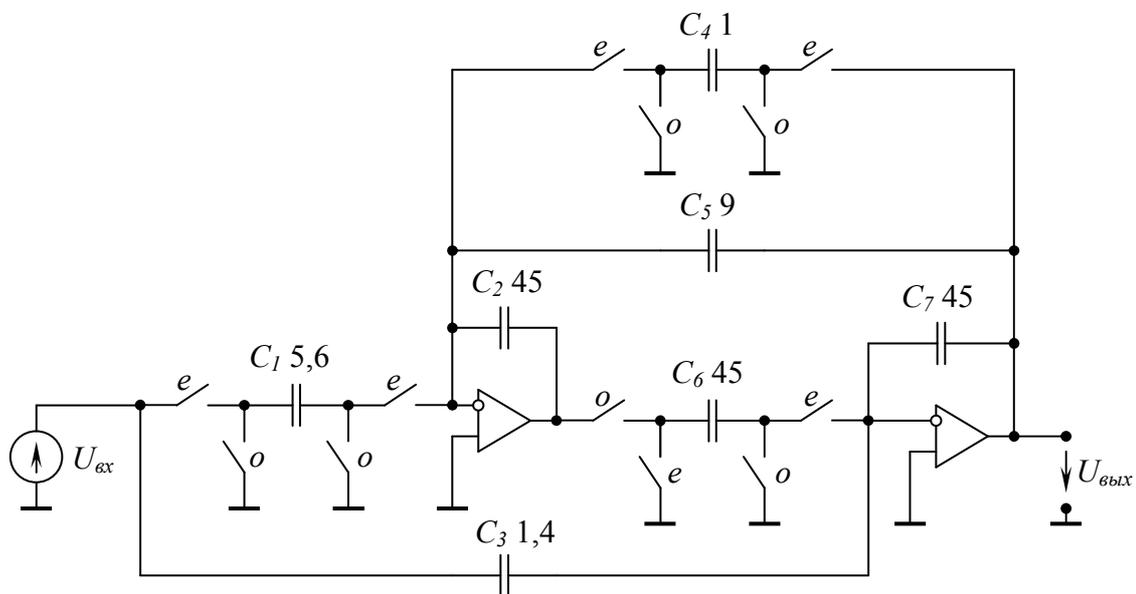


Рис. 5. Схема ФНЧ 2-го порядка

Схема представляет ФНЧ с аппроксимацией Баттерворта, с частотой среза 25 кГц по уровню -3 дБ, усиление на нулевой частоте 15 дБ, частота

переключений 1 МГц. Операционные усилители считаются идеальными. Схема замещения фильтра с учетом сопротивлений ключей дана на рис. 6.

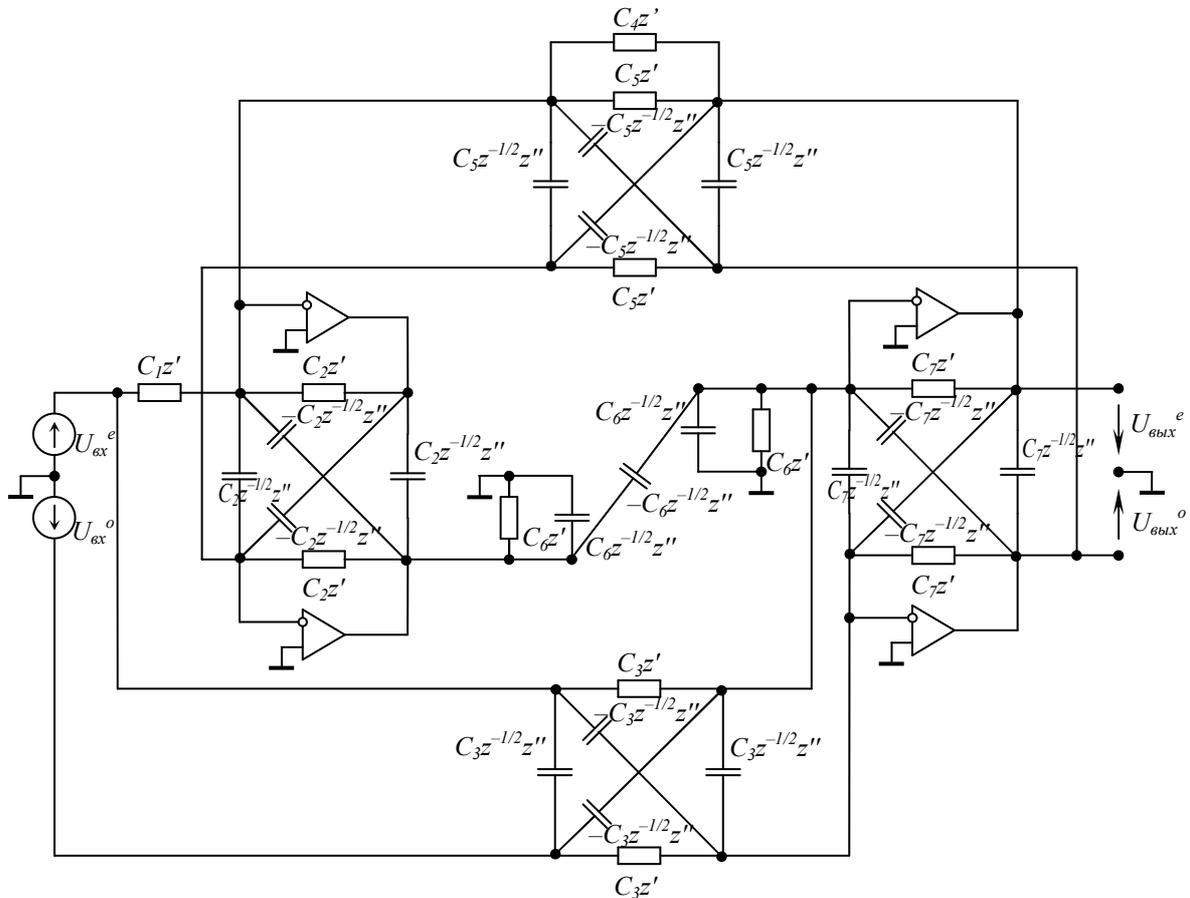


Рис. 6. Схема фильтра в z -области

Результат анализа схемы, полученный программой *SCAD* [6] по методу, предложенному в [5], имеет громоздкий вид и, для простоты, представим в численной нормированной форме:

$$K(z) = -\frac{-2,20348 \cdot 10^{-54} z^{-5} + 5,92322 \cdot 10^{-11} z^{-4} - 3,37145 \cdot 10^{-3} z^{-3}}{-7,08263 \cdot 10^{-53} z^{-5} + 1,90389 \cdot 10^{-9} z^{-4} - 1,08368 \cdot 10^{-1} z^{-3}} \rightarrow \quad (9)$$

$$\rightarrow \frac{+3,78466 \cdot 10^{-2} z^{-2} - 9,60333 \cdot 10^{-3} z^{-1} + 3,11111 \cdot 10^{-2}}{+1,12674 z^{-2} - 2,00837 z^{-1} + 1}$$

Построим с помощью (9) две частотные характеристики: одну для идеального ключа, другую для $R_o = 5$ кОм (рис. 7). Сопротивление ключей вносит весомый вклад в частотные характеристики фильтра. При этом в полосе пропускания наблюдается подъем амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), а в полосе заграждения – спад.

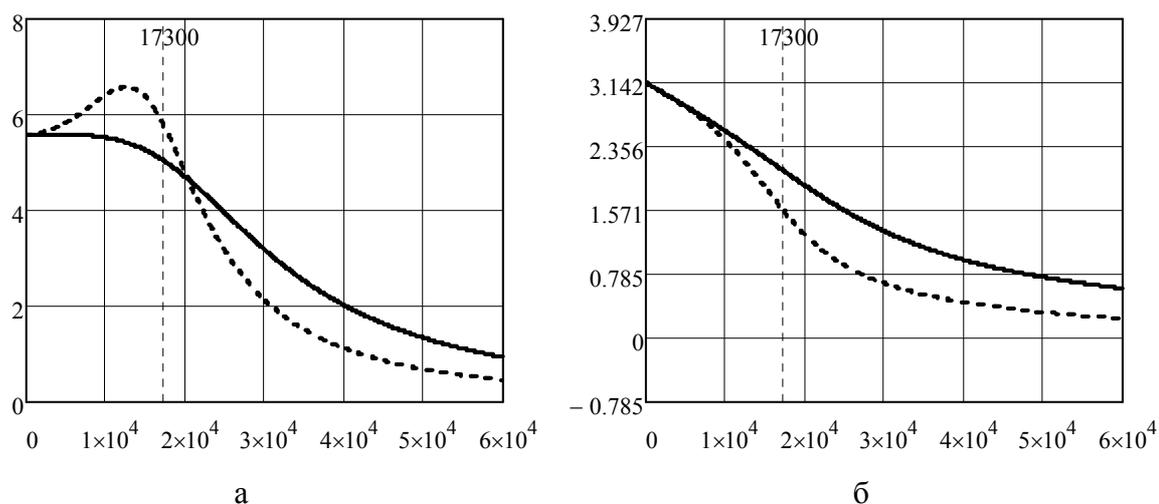


Рис. 7. АЧХ (а) и ФЧХ (б), сплошной линией показаны частотные характеристики идеальной схемы, пунктирной – с сопротивлением ключа $R_0 = 5$ кОм

Для сравнения АЧХ схемы на рис. 6 с учетом сопротивления ключей в 5 кОм были получены также во временной области с помощью системы *Multisim* 10 [7] путем приведения временной функции выходного напряжения к установившемуся режиму на каждой частоте. Эти результаты и соответствующие численные данные по формуле (9) приведены в табл. 2. Расхождение численных значений в широком диапазоне рабочих частот фильтра – менее 1%.

Таблица 2. Сравнение результатов расчета АЧХ в частотной (с помощью системы *SCAD*) и временной (*t*-анализ) области

f , кГц	0,1	10,0	17,3	20,0	30,0	40,0	50,0	60,0
Частотная область	5.5986	6.4111	5.7827	4.8025	2.1358	1.1278	0.6881	0.4592
<i>t</i> -анализ, <i>Multisim</i>	5.5991	6.4162	5.7895	4.8076	2.1361	1.1279	0.6814	0.4577

Выводы. 1. Предложены *z*-схемы замещения типовых элементов с ПК, учитывающие сопротивления ключей. Схемы позволяют провести частотный анализ цепей с ПК, переключательные элементы которых развязаны между собой, например, с помощью операционных усилителей, непосредственно – без анализа во временной области. 2. Применение предложенных *z*-схем в составе системы *SCAD* позволяет получить символьные или численно-символьные передаточные функции фильтров на ПК с учетом сопротивлений ключей. Такие функции требуются для исследования устойчивости и оценки влияния параметров элементов, в том числе паразитных, на частотные характеристики.

Литература

1. Гауси М., Лакер К. Активные фильтры с переключаемыми конденсаторами. – М.: Радио и связь, 1986. – 168 с.
2. Аллен Ф., Санчес–Синенцио Э. Электронные схемы с переключаемыми конденсаторами. – М.: Радио и связь, 1989. – 576 с.
3. Миронов В.Г. Основы проектирования дискретно–аналоговых систем обработки сигналов // Электричество. – 2003. – №10. – С. 37–48.
4. Мулявка Я. Схемы на операционных усилителях с переключаемыми конденсаторами. – М.: Мир, 1992. – 416 с.
5. Коротков А.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно–алгебраический анализ электрических схем с переключаемыми конденсаторами в частотной области // Схемно–алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Труды международной конференции КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 115–127.
6. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей // Схемно–топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Труды международной конференции КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 3–11.
7. Хернитер М. Е. *Multisim*. Современная система компьютерного моделирования и анализа схем электронных устройств. – М.: ДМК-пресс, 2006. – 488 с.

Белобров Евгений Викторович – студент РТФ УлГТУ. e-mail: belobrov@bk.ru.

Курганов Сергей Александрович – д.т.н., профессор кафедры электроснабжения УлГТУ. 432027, Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служебный тел. 43-91-05. e-mail: sak@ulstu.ru.

ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗУЕМОСТЬ СХЕМЫ, ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ПОЛНОМУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМУ МНОГОУГОЛЬНИКУ

Витязь О.А.

Исследованы вопросы матричного преобразования полного электрического многоугольника с произвольным набором номиналов входящих в него компонентов к физически реализуемой эквивалентной схеме. Физическая реализуемость обеспечивается путем определения области положительной определенности вещественных составляющих импедансов двухполюсников, образующих эквивалентную схему. Приведен иллюстрирующий пример.

The issues related to matrix transformation of a complete electrical polygon to an equivalent physically performable network are discussed. The physical performability is realized by determination of the equivalent impedances real part positivity domains. The illustrative example is given.

Постановка задачи. Проблеме преобразования полного электрического многоугольника в эквивалентную звезду посвящено множество публикаций, вышедших в свет за более чем сто лет, начиная с работы [1]. Подробное изложение истории решения этого вопроса приведено в [2]. Необходимость эквивалентного преобразования полного n -угольника возникает при решении задач анализа, синтеза и оптимизации электронных цепей и электрических сетей. Преобразование полного n -угольника к n -лучевой звезде возможно только при выполнении следующих соотношений между импедансами двухполюсников, образующих многоугольник (рис. 1,а):

$$\frac{z_{kl}}{z_{ki}} = \frac{z_{jl}}{z_{ji}} = \dots; \quad i \neq j \neq k \neq l; \quad i, j, k, l = \overline{1, n}. \quad (1)$$

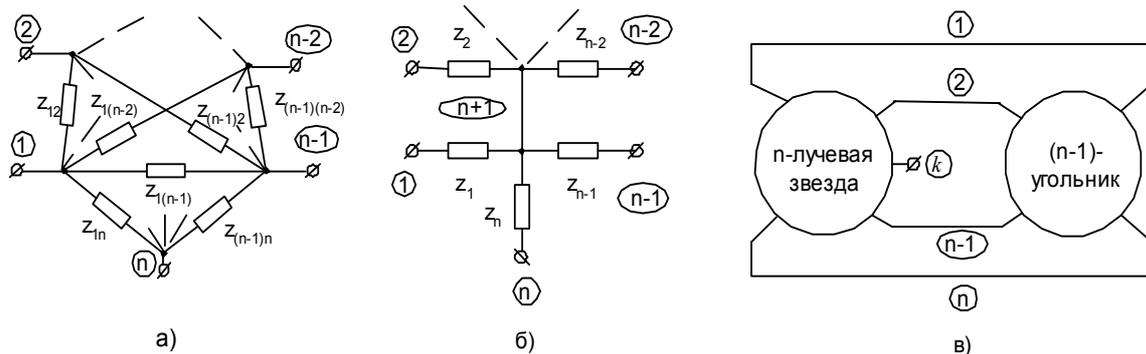


Рис. 1. Полный n -угольник (а); n -лучевая звезда (б); эквивалентная схема после выполнения первого шага рекурсивной процедуры преобразования (в)

В то же время, преобразование n -лучевой звезды в полный n -угольник выполняется без ограничений.

В общем случае величины импедансов полного n -угольника могут быть произвольными и, следовательно, не удовлетворять соотношению (1). Тогда такой многоугольник можно преобразовать в параллельное соединение $(n-2)$ -х звезд, в которых количество лучей изменяется от трех до n [3,4,5]. Такое преобразование неоднозначно и может привести к физически нереализуемой эквивалентной схеме. Использование матричной процедуры преобразования полного n -угольника [5] дает возможность получить функциональную зависимость искомых импедансов эквивалентной схемы от параметров преобразования. Для физической реализуемости эквивалентной схемы необходимо обеспечить

положительность вещественных частей импедансов всех лучей каждой из $(n-2)$ -х звезд. Решение этой задачи находится путем определения областей положительной определенности функций, связывающих вещественную часть импедансов двухполюсников эквивалентной схемы с параметрами преобразования.

Матричная процедура преобразования. Матричная процедура преобразования полного n -угольника является рекурсивной, ее теоретическое обоснование приведено в [5]. Идея состоит в замене исходного полного n -угольника, импедансы дуг которого не удовлетворяют условию (1), эквивалентным параллельным соединением некоторого преобразуемого полного n -угольника, импедансы дуг которого удовлетворяют условию (1), и дополняющего полного $(n-1)$ -угольника, как показано на рис. 1,в. Для выполнения одного шага рекурсивной процедуры преобразования необходимо сформировать две матрицы адмитансов: матрицу исходного n -угольника G и матрицу преобразуемого n -угольника G^k (индекс k указывает на номер узла, который будет исключен из дальнейших преобразований).

Элементы матрицы G задаются следующим образом:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & y_{12} & \dots & y_{1k} & \dots & y_{1m} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & 0 & \dots & y_{2k} & \dots & y_{2m} & \dots & y_{2n} \\ \dots & \dots \\ y_{1l} & y_{12} & \dots & y_{lk} & \dots & y_{lm} & \dots & y_{ln} \\ \dots & \dots \\ y_{kl} & y_{k2} & \dots & 0 & \dots & y_{km} & \dots & y_{kn} \\ \dots & \dots \\ y_{nl} & y_{n2} & \dots & y_{nk} & \dots & y_{nm} & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $y_{ij} = 1/z_{ij}$, $i, j = \overline{1, n}$ – адмитансы двухполюсников, образующих исходный многоугольник (рис. 1,а), причем $y_{ij} = y_{ji}$. Диагональные элементы не влияют на преобразования и приняты равными нулю для определенности. Первоначальные значения элементов матрицы G^k принимаются следующими:

$$G^k = \begin{bmatrix} 0 & x_{12} & \dots & y_{1k} & \dots & x_{1m} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & 0 & \dots & x_{2k} & \dots & x_{2m} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots \\ x_{1l} & x_{12} & \dots & y_{lk} & \dots & \mathbf{b}_k y_{lm} & \dots & x_{1n} \\ \dots & \dots \\ y_{kl} & y_{k2} & \dots & 0 & \dots & y_{km} & \dots & y_{kn} \\ \dots & \dots \\ x_{nl} & x_{n2} & \dots & y_{nk} & \dots & x_{nm} & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где x_{ij} , $i = \overline{1, n}; i \neq k; j = \overline{1, n}; j \neq k$; – неизвестные адмитансы. Столбец k и строка k матриц G и G^k одинаковые. Элемент $\mathbf{b}_k y_{lm}$, $k \neq l \neq m$ выбран в качестве

опорного для начала преобразований, где α_k – параметр преобразования, некоторое, в общем случае комплексное, число, отличное от нуля и единицы. Симметричность матриц адмитансов вносит избыточность в их информативность, но позволяет сделать дальнейшие преобразования более наглядными и формализуемыми. Например, выполнение ограничения (1) имеет следующее наглядное толкование: любые четыре элемента матрицы адмитансов, расположенные в вершинах мысленно построенного прямоугольника являются такими, что произведение элементов, расположенных на диагональных вершинах прямоугольника, равны

$$G = \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} i \\ l \end{array} \\ \begin{array}{c} j \\ k \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array} \end{array} \quad ad = bc.$$

Рис. 2. Взаимосвязь адмитансов преобразуемого многоугольника

(различие всех индексов в соотношении (1) указывает на то, что элементы главной диагонали матрицы адмитансов в него не входят). Графическая иллюстрация этого правила (назовем его правилом прямоугольника) приведена на рис. 2.

По правилу прямоугольника находятся все неизвестные адмитансы матрицы (3) с учетом ее симметричности. Все они являются функцией параметра преобразования α_k , величину которого еще предстоит определить. В результате матрица G^k содержит адмитансы полного преобразуемого n -угольника. Последний можно заменить эквивалентной n -лучевой звездой. Адмитансы лучей звезды находятся по следующему известному соотношению:

$$y_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} + \frac{y_{li}}{y_{lk}} y_{ik}; \quad l \neq k \neq i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4)$$

Для определения адмитансов звезды соотношение (4), с учетом особенностей определения элементов матрицы G^k по правилу четырехугольника, можно привести к следующему виду (3):

$$\begin{aligned} A_k &= \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n y_{kj}; & B_k &= \frac{y_{lm}}{y_{lk} y_{km}}; \\ y_k &= A_k + \frac{1}{\alpha_k B_k}; & & \\ y_i &= y_{ik} (1 + \alpha_k B_k A_k); & i &= \overline{1, n}; \quad i \neq k. \end{aligned} \quad (5)$$

Полученная n -лучевая звезда не эквивалентна исходному n -угольнику. Ее необходимо дополнить полным $(n-1)$ -угольником, матрица адмитансов которого находится по формуле [5]:

$$\bar{G} = G - G^k. \quad (6)$$

Очевидно, что столбец k и строка k матрицы \bar{G} будут содержать только нулевые элементы, и, следовательно, узел k не принадлежит дополняющему $(n-1)$ -угольнику. Узлы дополняющего многоугольника соединяются с одноименными узлами звезды и получается схема, эквивалентная исходной (рис. 1,в).

Описанная матричная процедура преобразования повторяется до тех пор, пока очередная матрица \bar{G} не окажется матрицей преобразуемого многоугольника или очередная звезда не окажется трехлучевой. В последнем случае при переходе к трехлучевой звезде, который происходит на $(n-2)$ -м шаге рекурсивной процедуры, параметр преобразования в (5) принимается равным единице.

Физическая реализуемость эквивалентной схемы. Используя рекурсивную матричную процедуру, произвольный полный n -угольник можно преобразовать в эквивалентную схему, выполнив последовательно преобразование $(n-2)$ -х полных многоугольников с количеством узлов от n до трех. В результате в полученной эквивалентной схеме будет содержаться $(n+3)(n-2)/2$ двухполюсников, компонентный состав которых и значения номиналов можно установить исходя из численных значений их адмитансов и частоты гармонического сигнала.

Численное значение адмитанса каждого из двухполюсников зависит от использованных параметров преобразования $\alpha_i, i \in (1, 2, \dots, n)$. Исходя из (5), вещественная и мнимая части каждого адмитанса n -лучевой звезды представляют собой функцию одного параметра преобразования. Адмитансы $(n-1)$ -лучевой звезды, определенные на следующем шаге преобразования, согласно (6) и правилу прямоугольника, используемому при получении матрицы G^k , представляют собой функцию двух параметров, и т.д. В конечном итоге адмитансы трехлучевой звезды будут зависеть от $(n-3)$ параметров.

Если принять последовательность исключения узлов по возрастанию их номеров от 1 до $n-2$, то адмитансы трехлучевой звезды можно представить соотношением

$$y_i = \operatorname{Re}[y_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-3})] + j \operatorname{Im}[y_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-3})], \quad i = \overline{n-2, n}.$$

Вещественные составляющие всех адмитансов должны быть положительными числами, так как они характеризуют резистивные потери электрической энергии в цепи. Следовательно, физическая реализуемость эквивалентной схемы достигается при тех значениях параметров преобразования, которые лежат на пересечении областей положительной

определенности функций, представляющих вещественные части адмитансов.

Для облегчения поиска областей положительной определенности функций можно ограничиться вещественными значениями параметров преобразования α_k . Тогда на каждом очередном шаге преобразования потребуется определить пересечение областей положительной определенности нескольких функций одной переменной α_k . Решение этой задачи можно существенно облегчить, применяя программы символьного анализа электрических цепей.

Рассмотренный метод иллюстрируется преобразованием полного 4-угольника, схема которого приведена на рис. 3. Частота гармонического сигнала принята равной 50 Гц. На рис. 4 приведены зависимости вещественных частей импедансов лучей эквивалентной схемы от параметра преобразования α_1 , мнимая часть которого принята равной нулю. Пересечение областей положительной определенности вещественных частей находится на интервале $1,4 \cdot 10^{-4} < \alpha_1 < 3,4 \cdot 10^{-4}$. Из этого интервала было выбрано численное значение $\alpha_1 = 1,96 \cdot 10^{-4}$. Соответствующая ему физически реализуемая эквивалентная схемы приведена на рис. 5.

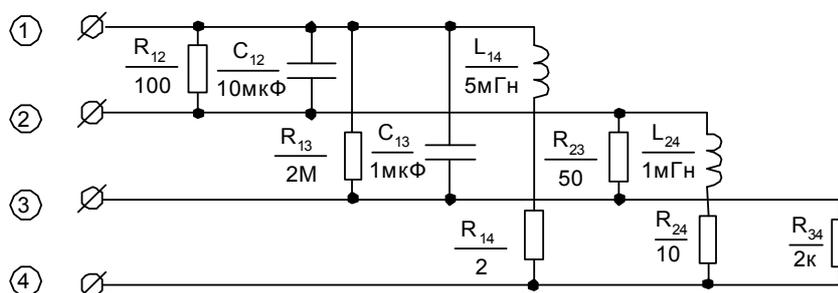


Рис. 3. Схема полного 4-угольника, подключенного к узлам 1,2,3,4 некоторой схемы

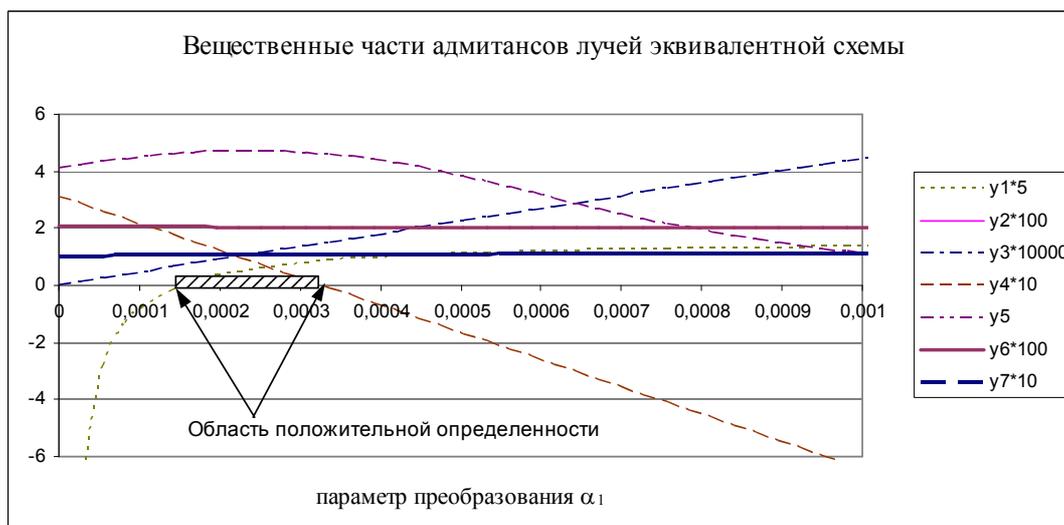


Рис. 4. Зависимость адмитансов (проводимостей) эквивалентной схемы от параметра преобразования

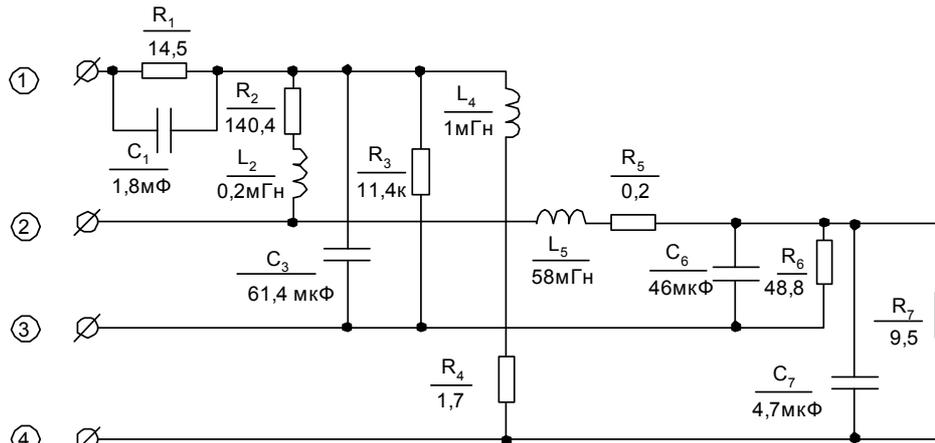


Рис. 5. Схема параллельного соединения 4-лучевой и 3-лучевой звезд, эквивалентного 4-угольнику рис. 3

Вывод. Для определения физически реализуемой схемы, эквивалентной полному электрическому многоугольнику, можно использовать матричный метод преобразования, который позволяет установить функциональную зависимость адмитансов искомой схемы от параметров преобразования и на ее основе определить область допустимых значений последних, а также тип и значения номиналов компонентов эквивалентной схемы.

Литература

1. Kennelly A.E. The equivalence of triangles and three-pointed stars in conducting networks // *Electrical world and engineer*. – New York, 1899. – Vol. 34, No. 12. – P. 413–414.
2. Филаретов В.В. Топологический синтез оптимальных формул для преобразования полного электрического многоугольника в эквивалентную звезду // *Электричество*. – 1996. – № 4. – С. 63–70.
3. Лялина С.В. Рекурсивная процедура преобразования полного n -угольника к $(n-2)$ -м параллельным $(n-i)$ -лучевым схемам $(i = \overline{0, n-3})$ // *Изв. РАН. Энергетика*. – 1993. – № 6. – С. 135–137.
4. Филаретов В.В. О преобразовании полного электрического многоугольника к параллельным лучевым схемам // *Электричество*. – 1997. – № 2. – С. 58–60.
5. Витязь О.А. Матричный метод преобразования полного электрического многоугольника и многолучевой звезды // *Электроника и связь. Тематический вып. «Проблемы электроники»*. – Ч. I. – 2008. – С. 132–136.

Витязь Олег Алексеевич – к.т.н., доцент кафедры «Физическая и биомедицинская электроника» НТУУ «Киевский политехнический институт». Адрес: просп. Победы, 37, Киев 03056, Украина; тел.раб. +380 44 454 90 64. E-mail: ovityaz@hotmail.com.

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ИНТЕРПРЕТАЦИИ СИМВОЛЬНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ АМПЛИТУДНО- И ФАЗОЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

К. С. Горшков, С. А. Заболотнов

Введение. В различных научно-технических исследованиях часто возникает необходимость получения численного значения алгебраических выражений, заданных в символьном виде. Например, при анализе сложных электрических цепей топологическими методами требуется численная интерпретация результатов полученных в виде символьной схемной функции (ССФ). В некоторых случаях для этих целей можно использовать профессиональные и дорогостоящие математические программные пакеты, такие как *Maple 9* (<http://www.maplesoft.com>), или *MathCAD* (<http://www.mathsoft.com>). Однако, при очень больших размерах исследуемого выражения (от 10 000 строк и выше), применение вышеуказанных средств становится неэффективным, а, в большинстве случаев, просто невозможным [1].

Система схемотехнического моделирования *Symbolic Circuits Analysis and Diagnosis* (<http://levul.org/sm/symbolic.htm>) [2–4], основанная на методе схемных определителей [1, 5], включает в себя численный интерпретатор *Calcsym*, написанный Д. В. Шейным, способный обрабатывать символьные выражения больших размеров (объем файла более 1 Гб). Однако он не позволяет осуществлять многократный просчет для получения функциональной зависимости исследуемого параметра от изменяющихся аргументов, входящих в запись алгебраического выражения. Кроме того, несмотря на то, что система *SCAD* продолжает развиваться и совершенствоваться, новых версий программы *Calcsym* не появлялось с конца девяностых годов прошлого века. Это делает актуальной задачу разработки и программной реализации эффективного алгоритма интерпретации сложных символьных алгебраических выражений, пригодного для получения зависимостей токов и напряжений в цепи от частоты.

Теоретические основы интерпретации. Входное выражение представляет собой набор лексем произвольной длины, с определенными правилами выявления семантики. Задачей трансляции является распознавание такого выражения.

На сегодняшний момент достигнуты значительные успехи в написании алгоритмов трансляции [6,7]. Наиболее подходящим для реализации поставленной задачи является метод, основанный на переводе входного выражения в постфиксную форму, или обратную польскую

запись, которая была предложена польским математиком *Я. Лукасевичем* (в некоторых источниках – *Лукашевич*) [7].

Обратная польская запись (обратная польская нотация, постфиксная нотация, бесскобочная символика *Лукасевича*, польская инверсная запись, полиз) – форма записи математических выражений, в которой операнды расположены перед операцией [7]. Это позволяет избавиться от необходимости использования скобок. Например, выражение $3*(4+7)$ будет выглядеть как $3\ 4\ 7\ +\ *$ (можно записать в более наглядной форме: $4\ 7+3\ *$).

Обратная польская нотация имеет важное преимущество – она очень проста для разбора, поэтому ее программная реализация требует мало ресурсов и выполняется быстро. Она облегчает создание алгоритма интерпретации выражения: для распознавания достаточно одного просмотра. Кроме того, польская запись явным образом задает порядок вычислений, избегая неоднозначностей, связанных с неассоциативностью операций [7].

Алгоритм построения и интерпретации обратной польской записи. Алгоритм построения обратной польской записи реализуется при помощи двух стеков (структур данных типа *LIFO (Last In First Out)*). Обозначим их *X* и *Y*. Лексемы обладают приоритетом: 1) «(»); 2) «-» или «+»; 3) «/»; 4) «*».

Входные данные – упорядоченный набор лексем. Выходные данные – польская запись, записанная в стеке *X*. Построение и интерпретация обратной польской записи проводится согласно алгоритму: 1) заданный набор лексем просматривается слева–направо. Операнды заносятся в стек *X*, а операции и скобка «(» – в *Y*; 2) если встречается скобка «(»), то элементы из *Y* перебрасываются в *X* до тех пор, пока в стеке не встретится «(» или дно стека; 3) очередная операция заносится в стек *Y*, если ее приоритет выше приоритета той операции, которая находится в вершине. Если же ее приоритет ниже или равен приоритету операции в *Y*, то операции из *Y* переносятся в *X* до тех пор, пока в *Y* не встретится операция с более низким приоритетом; 4) сама операция заносится в стек *X*; 5) переход к следующему шагу, если выполнен просмотр всего упорядоченного набора лексем. При этом стек *Y* должен быть пуст, в противном случае в порядке записи лексем содержится ошибка. Далее, полученная польская запись переводится из стека в массив лексем; 6) осуществляется поиск первой встречающейся операции; 7) первый и второй элементы массива лексем считаются операндами, над которыми производится операция. Результат вычисления запоминается; 8) запоминается индекс самого левого (первого) операнда. Этот индекс вместе с индексом операции образует новую, промежуточную лексему. В процессе работы алгоритма правый индекс приближается к концу массива;

9) алгоритм заканчивает свою работу, если при выполнении п. 6 не могла быть найдена операция.

Результат интерпретации – число, являющееся значением промежуточной лексемы.

Программная реализация алгоритма. На основе предложенного алгоритма построения и интерпретации польской записи была разработана программа *ASP* (автор программы – С. А. Заболотнов).

Входными данными программы является файл параметров, заданных алгебраическими выражениями или числовыми (комплексными) значениями. Выходными данными программы является файл параметров, с вычисленными числовыми (комплексными) значениями.

Алгоритм работы программы состоит из следующей последовательности шагов: 1) ввод данных; 2) создание таблицы параметров; 3) разбиение строковых выражений на массивы лексем; 4) построение для каждого параметра польской записи; 5) интерпретация польской записи; 6) вывод данных.

Программа *ASP* позволяет: 1) интерпретировать символьные алгебраические выражения, содержащие операции деления, умножения, сложения, вычитания в пространстве комплексных чисел; 2) проводить вычисление модуля и аргумента любого параметра, которому в результате интерпретации поставлено в соответствие комплексное число.

Для ввода исходных данных предусмотрены следующие возможности: 1) ввод данных из файла; 2) ручной ввод данных.

Входные выражения вводятся в соответствии со следующими правилами: 1) каждое выражение должно содержать операцию присваивания «= \Rightarrow » его значения какой-либо переменной; 2) каждое выражение должно заканчиваться символом «;»; 3) все переменные, входящие в правую часть выражения, должны быть определены выше аналогичными арифметическими выражениями или числовыми значениями; 4) имена переменных не должны содержать символов «%» и «/=»; 5) поддерживаются следующие операции: сложение «+», вычитание «-», умножение «*», деление «/»; 6) для записи десятичных дробей в качестве разделителя используется «.»; 7) для обозначения мнимой части комплексного числа используется символ «j», помещенный сразу после ее величины; 8) строка комментария начинается символом «%» или «/=».

Результаты интерпретации могут быть сохранены в формате текстового файла.

Программа *ASP* написана на языке объектно-ориентированного программирования *Delphi* [8], и предназначена для работы в среде операционной системы *Windows 95/98/2000/XP*. Она работает на персональных компьютерах, совместимых с *IBM PC*, на процессорах *Intel Pentium II* и выше. На диске занимает около 3 Мбайт. Программный

продукт *ASP* зарегистрирован в 2007 году в Отраслевом Фонде Алгоритмов и Программ (<http://www.ofap.ru>).

Определение эффективности алгоритма интерпретации. Для определения эффективности предложенного алгоритма интерпретации было проведено сравнительное тестирование скорости вычисления заданного выражения, в зависимости от его объема, с помощью программы *ASP* (во время создания польской записи и повторной ее обработки), программы *CalcSym* и пакета *Maple 9*. Результаты проведенного исследования занесены в табл. 1, где в первом столбце указан объем файла с обрабатываемым выражением в килобайтах, во втором столбце указано количество вычисляемых параметров в заданном выражении, в третьем столбце приведено время вычисления, то есть время, за которое программа просчитывает входной файл. Для программы *ASP* дополнительно приводится время просчета польской записи, сформированной после первого вычисления.

Таблица 1. Результаты сравнительного тестирования (*Intel Pentium IV 1,6 ГГц*)

Объем файла, Кб	Число вычисляемых параметров в выражении	Время вычисления (мин:сек:мсек)			
		<i>ASP</i>		<i>CalcSym</i>	<i>Maple 9</i>
		(формирование польской записи)	(повторная обработка польской записи)		
5	2	00:00:42	00:00:00	00:00:00	00:01:82
28	6	00:01:46	00:00:00	00:00:28	00:07:33
48	8	00:03:47	00:00:00	00:00:61	00:14:00
96	15	00:04:67	00:00:17	00:00:80	–
183	63	00:08:94	00:00:17	00:02:81	–
783	154	00:18:38	00:00:42	00:06:81	–
416	341	00:51:16	00:01:94	00:08:23	–
2496	632	03:14:02	00:02:32	00:10:82	–
5825	4145	04:47:19	00:05:02	00:20:45	–

Из полученных результатов видно, что на быстрдействие работы программ влияют как объем входного файла, так и количество просчитываемых параметров. Как показало исследование, профессиональный пакет *Maple* оказался не в состоянии обработать выражение состоящее из 15 параметров, записанное в файл объемом около ста килобайт. Программа *ASP* показала достойные результаты на всех проведенных тестах. Более того, скорость обработки уже заранее созданной польской записи оказалось примерно в 4 раза выше, чем у *CalcSym*, которая каждый раз снова полностью просчитывает заданное выражение. Это обстоятельство позволяет использовать *ASP* для многократных расчетов с изменением численных значений параметров, что необходимо для получения функциональных зависимостей.

Применение алгоритма интерпретации для построения функциональных зависимостей. Характерной особенностью и преимуществом программы, выгодно отличающей ее от *Calcsym*, а также от профессиональных пакетов программ *Maple*, *MathCAD*, является открытый исходный код. Это обеспечивает возможность дальнейшей модернизации программы с целью расширения ее функциональных возможностей, а также использование ее в качестве подключаемого модуля в других программах. Так, например, основной модуль программы *ASP* используется в качестве ядра программы *GraphX* (авторы программы – С.А. Заболотнов, Л.В. Романов, Д.И. Стенюшкин), которая входит в состав системы *SCAD*.

Программа *GraphX* позволяет строить амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики (соответственно, АЧХ и ФЧХ) исследуемой зависимости. Пользователю предоставляются широкие возможности по настройке внешнего вида программы (кроме собственных настроек интерфейса предусмотрена поддержка тем *Windows XP*), режима отображения графиков, изменение масштаба осей и масштаба изображения. Имеется возможность просмотра значения функций в каждой опорной точке графика. На рис. 1 приведена тестовая схема [9], где $E=80\text{ В}$, $J=0,8\text{ А}$, $R_2=20\text{ Ом}$, $L_1=0,0034\text{ Гн}$, $L_2=0,002\text{ Гн}$, $L_3=0,0014\text{ Гн}$, $C_1=200\text{ мкФ}$, $H_1=H_2=1\text{ См}$, и на рис. 2 представлены графики зависимостей токов в ее ветвях от частоты. Начальная частота составляет 500 Гц , конечная – 1500 Гц .

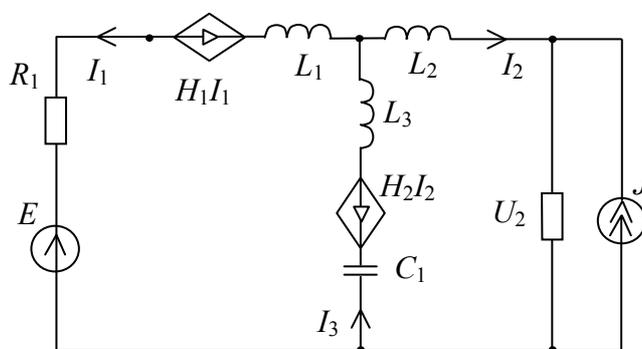


Рис. 1. Тестовая схема

Для проведения анализа различных вариантов реализации схем предусмотрены широкие возможности изменения и настройки допусков на значения параметров элементов цепи. Также существует возможность построения нескольких градаций графика одной величины, соответствующих различным отклонениям параметров от заданных. Кроме того, пользователь может менять границы используемого диапазона частот и количество опорных точек графиков.

Входные данные для программы задаются стандартным *cir*-файлом описания электрических схем или файлом уравнений параметров цепи в

формате *out*. Построенные графики можно сохранить в виде графического файла *BMP*-формата или таблицы точек в формате *Microsoft Excel* (<http://www.microsoft.com>) выбором соответствующего пункта меню.

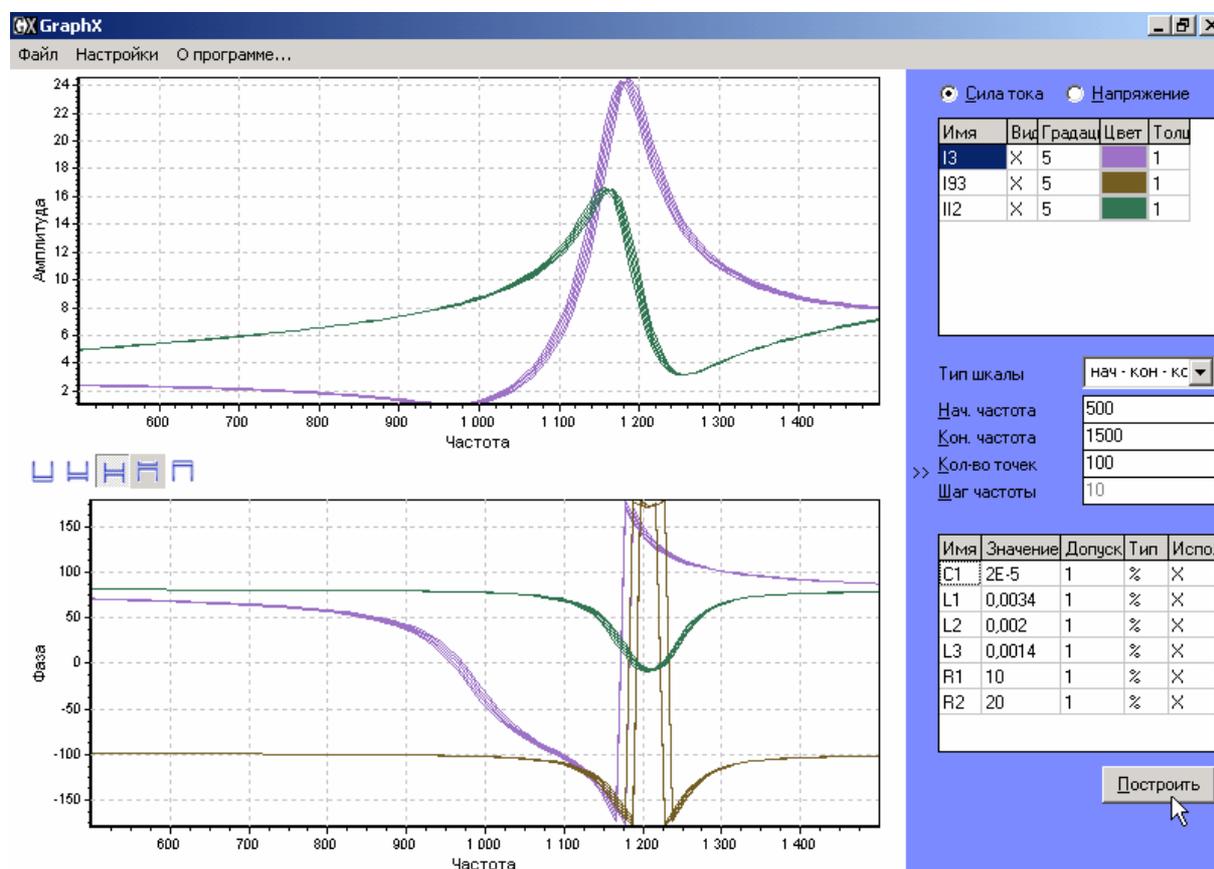


Рис.2. График зависимости токов в ветвях схемы на рис. 1 от частоты

Для построения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик цепи необходимо иметь формальное описание этой схемы в формате *cir*-файла, либо символьные схемные функции по токам или напряжениям, записанные в *out*-файл. *Cir*-файл можно получить как с помощью системы *SCAD*, так и с помощью других популярных систем автоматизированного схемотехнического моделирования, например *Orcad 9.0* (<http://www.orcad.com>), *Micro-Cap 7* (<http://www.spectrum-soft.com>).

Для цепей, содержащих элементы, значения параметров которых имеют некоторые допуски, *GraphX* позволяет построить группу графиков, характеризующих поведение функций токов и напряжений от частоты, в зависимости от конкретных значений параметров.

Выводы. 1. Разработан оригинальный алгоритм интерпретации символьных алгебраических выражений, основанный на обратной польской нотации, который был реализован в программе *ASP*. 2. Проведено исследование, показавшее, что программа *ASP* обеспечивает высокую скорость обработки созданной польской записи. Это позволяет применять *ASP* для многократных расчетов с изменением численных

значений параметров для получения функциональных зависимостей.
3. Предложенный алгоритм интерпретации был использован для создания программы *GraphX*, предназначенной для построения графиков зависимостей токов и напряжений в цепи от частоты.

Литература

1. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 354 с.

2. Шеин Д.В. Интерпретатор сложных символьных выражений схемных функций // Тез. докл. 34 науч.-техн. конф.– Ульяновск: УлГТУ, 2000. – С. 6–7.

3. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Формирование, интерпретация и компиляция символьных функций электронных схем // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф. – Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2001. – С. 10–12.

4. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей. // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 3–11.

5. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5. – С. 43–52.

6. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 360с.

7. Бежанова М.М., Москвина Л.А., Поттосин И.В.. Практическое программирование. Структуры данных и алгоритмы: Учебник. – М.: Логос, 2001. – 224 с.

8. Бобровский С. И. Delphi 7. – СПб.: Питер, 2003. – 735 с.

9. Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Схемно-символьный и матрично-численный анализ установившихся режимов линейных электрических цепей: Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 56с.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. E-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru.

Заболотнов Сергей Анатольевич – студент 3-го курса факультета информационных систем и технологий УлГТУ. E-mail: zabolotnov@inbox.ru.

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА ТРАНСКОНДУКТИВНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

К. С. Горшков, Д. И. Стенюшкин

Введение. В проектировании радиоэлектронных средств для эскизного анализа и синтеза схем часто используются структурные схемы электрических цепей. Схемы такого типа отображают физические связи между реальными элементами цепей или систем, определяющие информационные, функциональные и энергетические преобразования сигналов [1, 2, 5]. Они активно используются на всех трех основных этапах проектирования: систематическом, схемотехническом и конструкторском.

Так на рис. 1 представлены структурные схемы усилителя с аддитивной коррекцией (рис. 1,а) и комбинированного усилителя (рис. 1,б) [2].

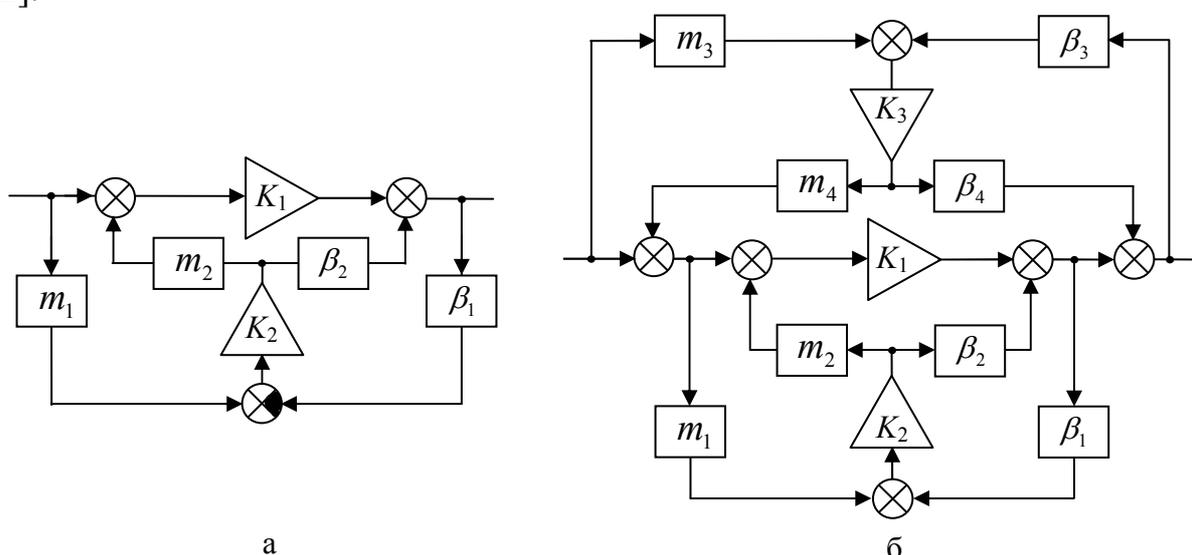


Рис. 1. Структурная схема усилителя с аддитивной коррекцией (а)
и комбинированного усилителя (б)

Коэффициенты передачи структурных схем на рис. 1,а и рис. 1,б будем задавать в виде отношения $\Delta N/\Delta D$, как это принято в методе схемных определителей [5], где ΔN , ΔD – определители схем, отображающих числитель и знаменатель соответственно. Их можно получить используя формулу Шеннона-Мейсона [1]:

$$\Delta N = K_1 + K_2 m_1 \beta_2; \quad (1)$$

$$\Delta D = 1 + K_1 K_2 m_2 \beta_1 - K_2 m_1 m_2 - K_2 \beta_1 \beta_2; \quad (2)$$

$$\Delta N = K_1 + \beta_3 K_3 m_4 + K_2 m_1 \beta_2; \quad (3)$$

$$\Delta D = 1 - K_1 \beta_1 K_2 m_2 - K_1 m_3 K_3 \beta_4 - K_3 \beta_3 \beta_4 + K_3 \beta_3 \beta_4 K_2 m_1 m_2 + m_4 K_2 m_2 \beta_1 - \\ - \beta_4 K_2 K_3 m_1 m_3 \beta_2 - K_2 m_1 m_2 - K_2 \beta_1 \beta_2 - K_3 m_3 m_4 - K_2 \beta_1 \beta_2. \quad (4)$$

Важно, чтобы переходы от одного этапа проектирования электронной аппаратуры к другому были максимально прозрачны и однозначны. К сожалению, это требование трудно выполнимо при реализации структурных схем электрическими схемами с использованием традиционных методов и элементной базы. Главным недостатком существующего эвристического подхода к реализации следует признать отсутствие наглядности перехода от структурной схемы к схеме принципиальной. Более того, уже само использование традиционной прецизионной элементной базы неизбежно ведет к увеличению погрешности при реализации.

Решение задач, стоящих перед разработчиками высокотехнологичной электронной аппаратуры в условиях появления новой элементной базы требует создания новых схемотехнических методов проектирования. Одним из перспективных направлений является транскондуктивная реализация структурных схем усилительных устройств, на возможность которой было указано в [3, 4].

Метод транскондуктивной реализации. В работах [5–7] предложен метод реализации структурных схем электрических цепей на основе транскондуктивных усилителей (усилителей проводимости). Метод основан на возможности схемного отображения системы уравнений [5], описывающей сигнальный граф, изоморфный заданной структурной схеме, что обеспечивает ее решение в аналоговом виде. В качестве моделирующего элемента используются не операционные усилители, как в традиционном аналоговом моделировании [8], а транскондукторы.

Транскондуктивный усилитель или просто транскондуктор является неидеальным источником тока, управляемым напряжением (ИТУН), и обладает следующими свойствами [9–11]: 1) входное и выходное сопротивления велики, в идеале стремятся к бесконечности; 2) имеет широкую полосу рабочих частот; 3) является, как правило, регулируемым. Как и операционные усилители, транскондукторы строятся по дифференциальной схеме и могут обладать балансным выходом, однако для транскондуктивной реализации структурных схем дифференциальные входы и балансные выходы усилителей не используются. В зависимости от способа включения транскондуктор может работать либо как инвертирующий (рис. 2,а) или неинвертирующий усилитель (рис. 2,б), либо как резистор (рис. 2,в) [11].

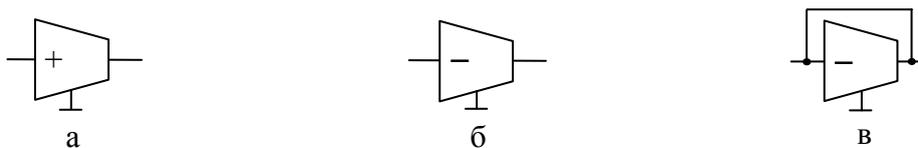


Рис. 4. Транскондуктивный усилитель

Для построения схемы на транскондуктивных усилителях достаточно самой структурной схемы, элементы которой напрямую реализуются соответственно включенными транскондукторами. Блоки структурной схемы с положительными коэффициентами передачи отображаются неинвертирующими усилителями, блоки с отрицательными коэффициентами – инвертирующими усилителями, а узлы и сумматоры – резисторами, построенными путем замыкания входа и выхода у инвертирующих усилителей [6].

Основным достоинством метода транскондуктивной реализации является наглядность перехода от структурной схемы к схеме принципиальной [3, 4]. Метод позволяет создавать схемы на современной элементной базе, коэффициент передачи которых будет идентичным коэффициенту передачи исходной структуры. Важно подчеркнуть, что для метода транскондуктивной реализации пригодна любая структурная схема из множества разработанных к настоящему времени структур. Это позволяет реализовать удачные схемы минувших лет на новом технологическом уровне, предъявляя соответствующие требования к элементной базе [6, 7].

Доклад на английском языке о методе транскондуктивной реализации был допущен к устной презентации на *Международной Конференции по Сигналам и Электрическим Системам (ICSES–2008)*, которая проходила 14–17 сентября в польском городе Краков, а также к публикации в сборнике трудов конференции *IEEE Xplore® Digital Library* [7].

Для автоматизации процесса получения транскондуктивных реализаций по структурным схемам электрических цепей была разработана компьютерная программа *SchemeConverter* (автор *Д.И. Стенюшкин*).

Алгоритм работы программы транскондуктивной реализации. Входными данными для работы программы *SchemeConverter* является исходная структурная схема, построенная средствами интерфейса пользователя. Полученная в результате схема на транскондуктивных усилителях представляется в формате *cir*-файлом, то есть файла программ *Pspice-DesignLab* [12], ставшего стандартным для программ схемотехнического моделирования, где в первом столбце записаны имена компонентов, во втором и третьем номера узлов, к которым он присоединен, а в четвертом столбце указаны численные значения его параметров (по умолчанию равные 1).

Структурная схема предварительно представляется графически в виде списка блоков, отражающего номера узлов, к которым подключены блоки передачи. Выходной *cir*-файл схемы на транскондукторах получается преобразованием этого списка согласно алгоритму: 1) в схему добавляются узлы, соответствующие узлам и сумматорам структурной схемы. Схемное отображение системы уравнений предполагает, что транскондуктивная

реализация подключается к источнику тока. Для получения потенциальных схем необходимо воспользоваться эквивалентным преобразованием источника тока к источнику ЭДС, что в случае транскондуктивной реализации приводит к появлению нового входного узла. Поэтому в схему дополнительно вводится новый входной узел; 2) между первоначальным и новым входными узлами включается проводимость в 1 См – транскондуктор, реализованный как единичная проводимость (рис. 1,в). Такие транскондукторы представлены в программе *SchemeConverter* как ИТУН; 3) в цикле добавляются транскондукторы, соответствующие блокам структурной схемы, которые подключаются к тем же узлам, что и блоки структурной схемы. Блокам с положительными параметрами соответствуют неинвертирующие транскондукторы (рис. 1,а), блокам с отрицательными параметрами – инвертирующие (рис. 1,б); 4) в цикле между узлами схемы и заземленным узлом добавляются транскондукторы-проводимости (рис. 1,в); 5) к новому входному узлу подключается независимый источник, а к выходу схему – приемник напряжения.

Полученный в результате работы *SchemeConverter* *cir*-файл пригоден для дальнейшего использования в программах схемотехнического моделирования, например, в системе *SCAD* [5] (<http://levul.org/sm/symbolic.htm>).

Программа *SchemeConverter* проста в освоении и обладает интуитивным и дружелюбным к пользователю интерфейсом. Предусмотрена возможность сохранения структурной схемы, реализованной средствами программы в графическом *BMP*-формате.

Программа *SchemeConverter* написана на языке программирования высокого уровня *Delphi* с использованием среды разработки *Borland Delphi 7* [13]. Предусмотрена полная совместимость с системой *SCAD*. Предназначена программа для работы под управлением операционной системы *Microsoft Windows XP*. Программный продукт *SchemeConverter* распространяется свободно через сеть Интернет (<http://levul.org/sm/symbolic.htm>).

Примеры транскондуктивной реализации с помощью программы *SchemeConverter*. Проведем транскондуктивную реализацию структурных схем усилителя с аддитивной коррекцией (рис. 1,а) и комбинированного усилителя (рис. 1,б) [2] с помощью программы *SchemeConverter*. Реализации структурных схем усилительных устройств средствами программы *SchemeConverter* представлены на рис. 3 и рис. 4 соответственно.

Результатом транскондуктивной реализации с помощью программы *SchemeConverter* структурных схем на рис. 1,а и рис. 1,б будут *cir*-файлы, содержание которых приведено ниже.

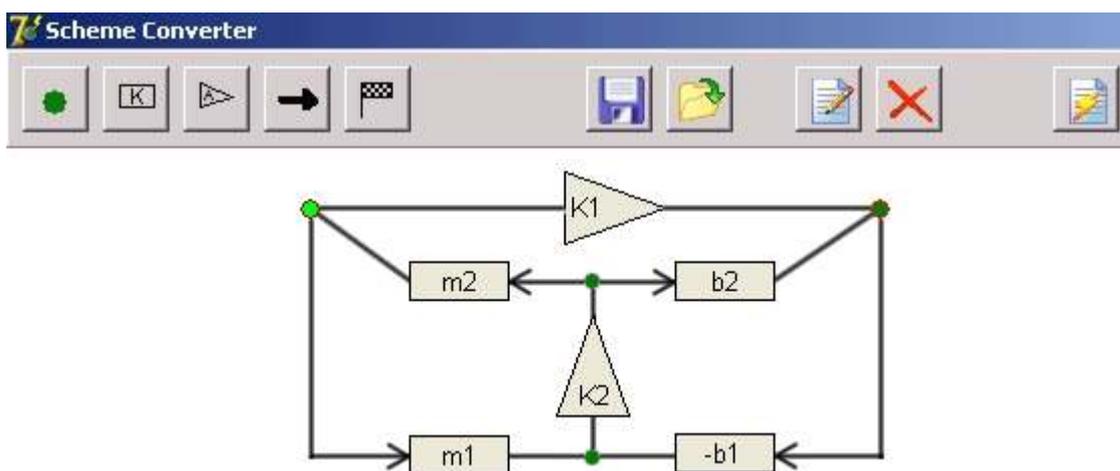


Рис. 3. Реализация структурной схемы усилителя с аддитивной коррекцией средствами программы *SchemeConverter*

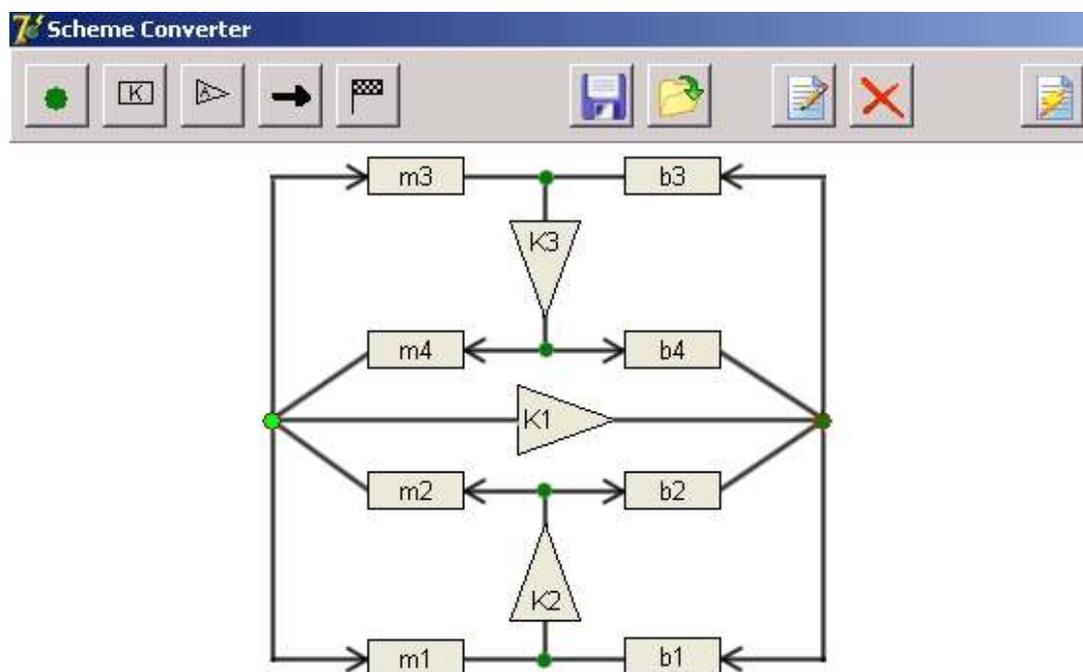


Рис. 4. Реализация структурной схемы комбинированного усилителя средствами программы *SchemeConverter*

Cir-файл схемы усилителя с аддитивной коррекцией (рис. 1,а):

```
E1 0 1 1 Gm1 0 3 2 0 1 Gm2 0 4 5 0 1 Gm3 0 5 2 0 1 Gm4 0 2 4 0 1
Gm5 0 5 0 3 1 Gm6 0 3 4 0 1 Gm7 0 5 0 5 1 Gm7 0 3 0 3 1 Gm7 1 2 1 2 1
Gm7 0 4 0 4 1 U1 3 0
```

Cir-файл схемы комбинированного усилителя (рис. 1,б):

```
E1 0 1 1 Gm1 0 3 2 0 1 Gm10 0 3 6 0 1 Gm11 0 7 3 0 1 Gm12 0 7 0 7 1
Gm12 0 6 0 6 1 Gm12 0 5 0 5 1 Gm12 0 3 0 3 1 Gm12 1 2 1 2 1 Gm12 0 4 0 4 1
Gm2 0 4 5 0 1 Gm3 0 6 7 0 1 Gm4 0 5 2 0 1 Gm5 0 2 4 0 1 Gm6 0 2 6 0 1
Gm7 0 7 2 0 1 Gm8 0 5 3 0 1 Gm9 0 3 4 0 1 U1 3 0
```

Проверим результаты путем сравнения коэффициентов передачи исходных структурных схем и полученные транскондуктивные реализации. Для этого воспользуемся системой *SCAD* в которой предусмотрена возможность восстановления схемы из *cir*-файла. Так, на рис. 5 и рис. 6 представлены, соответственно, транскондуктивные реализации усилителя с аддитивной коррекцией и комбинированного усилителя восстановленные в системе *SCAD*.

Коэффициенты передачи реализованных схем на рис. 5 и рис. 6 будут иметь вид:

$$\Delta N = G_{m1} + G_{m2}G_{m3}G_{m6} \quad (5)$$

$$\Delta D = G_{m1}G_{m2}G_{m4}G_{m5} - G_{m2}G_{m3}G_{m4} + G_{m2}G_{m5}G_{m6} + G_{m7} \quad (6)$$

где $G_{m1} = K_1$, $G_{m2} = K_2$, $G_{m3} = m_1$, $G_{m4} = m_2$, $G_{m5} = \beta_1$, $G_{m6} = \beta_2$, $G_{m7} = g = 1$.

$$\Delta N = G_{m1} + G_{m10}G_{m3}G_{m7} + G_{m9}G_{m2}G_{m4} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta D = & G_{m12} - G_{m1}G_{m8}G_{m2}G_{m5} - G_{m1}G_{m6}G_{m3}G_{m11} + G_{m3}G_{m10}G_{m11}G_{m2}G_{m4}G_{m5} - \\ & - G_{m3}G_{m10}G_{m11} + G_{m7}G_{m2}G_{m5}G_{m8} - G_{m11}G_{m2}G_{m3}G_{m4}G_{m6}G_{m9} - G_{m2}G_{m4}G_{m5} - \\ & - G_{m2}G_{m8}G_{m9} - G_{m3}G_{m6}G_{m7} - G_{m2}G_{m8}G_{m9} \end{aligned} \quad (8)$$

где $G_{m1} = K_1$, $G_{m2} = K_2$, $G_{m3} = K_3$, $G_{m4} = m_1$, $G_{m5} = m_2$, $G_{m6} = m_3$, $G_{m7} = m_4$, $G_{m8} = \beta_1$, $G_{m9} = \beta_2$, $G_{m10} = \beta_3$, $G_{m11} = \beta_4$, $G_{m12} = g = 1$.

Полученные выражения (5)–(6) и (7)–(8) совпадают с формулами (1)–(2) и (3)–(4) для коэффициентов передачи усилителей на рис. 1,а и рис. 1,б.

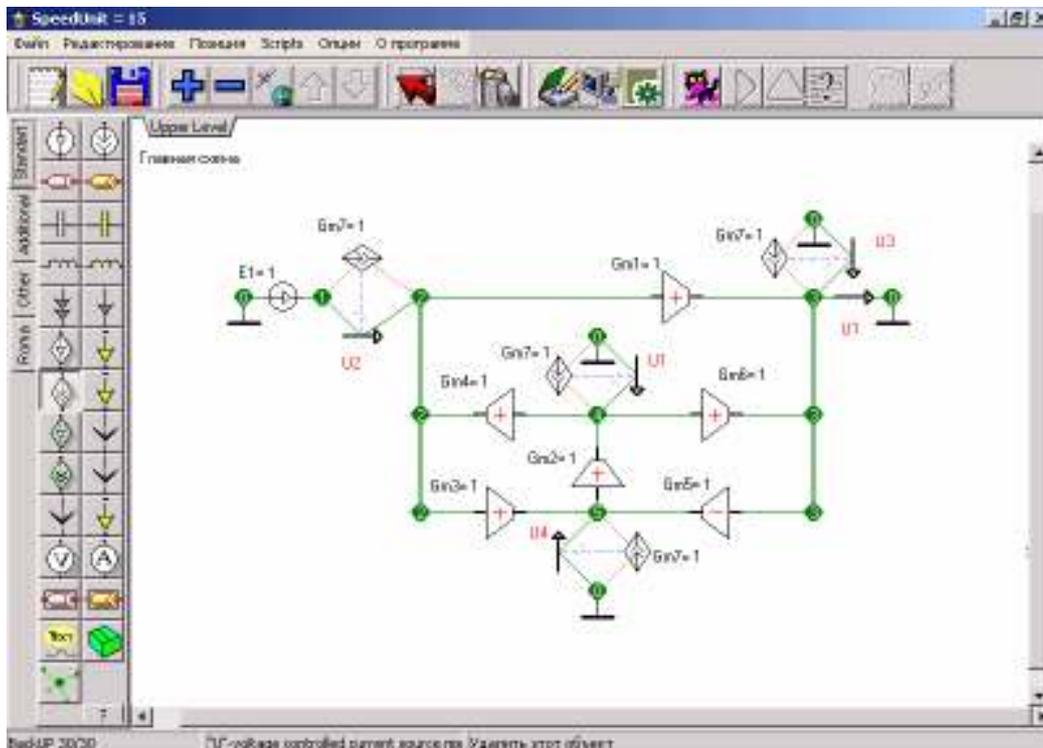


Рис. 5. Транскондуктивная реализация усилителя с аддитивной коррекцией восстановленная в системе *SCAD*

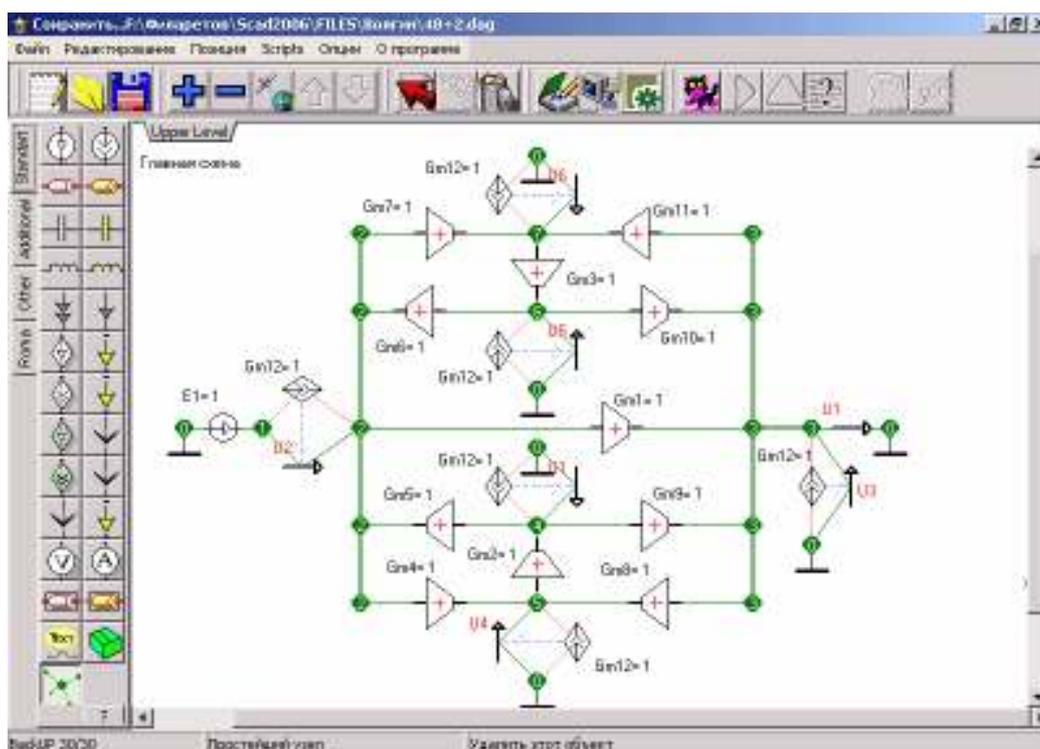


Рис. 6. Транскондуктивная реализация усилителя с аддитивной коррекцией, восстановленная в системе *SCAD*

Выводы. Разработана программа *SchemeConverter* для автоматизации процесса получения транскондуктивных реализаций структурных схем электрических цепей. Предложено использовать программу *SchemeConverter* в системе схемотехнического моделирования *SCAD*.

Литература

1. Мэзон С. Дж., Циммерман Г. Электрические цепи, сигналы и системы. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 620 с.
2. Волгин Л. И. Топологические модели усилителей электрических сигналов. – Тольятти: Изд-во ПТИС, 2002.
3. Волгин Л. И., Горшков К. С., Филаретов В. В. Реализация структурных схем высокостабильных усилительных устройств на базе транскондуктивных усилителей. // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 28–37.
4. Волгин Л. И., Горшков К. С., Филаретов В. В. Алгоритм транскондуктивной реализации структурных схем высокоточных

усилительных устройств с аддитивной коррекцией погрешности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. междунар. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.–С. 18–24.

5. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 356 с.

6. Горшков К. С., Филаретов В. В. Реализация структурных схем электрических цепей на основе транскондуктивных усилителей // Электричество (принята к печати).

7. Filaretov V., Gorshkov K. Transconductance Realization of Block-diagrams of Electronic Networks // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08). – Krakow, Poland. – 2008. – P. 261–264.

8. Тетельбаум И.М., Шнейдер Ю.Р. Практика аналогового моделирования динамических систем: Справочное пособие. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 384 с.

9. Фурман И. И. Широкополосные операционные усилители типа "ОТА" // Электронные компоненты. – 1999. – №4. – С. 61–62.

10. Yao L, Steyaert M., and Sansen W. Fast-settling CMOS two-stage operational transconductance amplifiers and their systematic design // Proc. of the international symposium on circuits and systems (ISCAS–2002). – Vol. 2 (May). – P. 839–842.

11. Korotkov A. S., Morozov D. V. Transconductance amplifier with low-power consumption // IEEE Trans. on circuits and systems–II: Express briefs. – 2005. – Vol. 52, N 11. – P. 776–779.

12. Разевиг В.Д. Система сквозного проектирования электронных устройств Design Lab 8.0. – М.: Солон, 1999. – 698 с.

13. Бобровский С. И. Delphi 7. – СПб.: Питер, 2003. – 735 с.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры Электроснабжение УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru.

Стенюшкин Денис Игоревич – студент 3-го курса факультета ИСТ УлГТУ. E-mail: denisstenyushkin@yandex.ru.

ГЕНЕРАЦИЯ ПАТЕНТОСПОСОБНЫХ СХЕМНЫХ РЕШЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ СТРУКТУРНОГО СИНТЕЗА SYMSIN

К. С. Горшков, Ю. В. Токарев, В. В. Филаретов

Введение. При проектировании конкретного устройства перед разработчиком всегда встает задача – выбор оптимального решения из всех возможных схемных вариантов. При этом приходится решать различные, а иногда и противоречивые требования. Так например, при проектировании операционных преобразователей для уменьшения мощности потребляемой от источника входного сигнала, и для уменьшения погрешности возникающей при изменении внутреннего сопротивления источника сигнала, требуется получить высокое входное сопротивление. Оно должно составлять десятки-сотни Ом . В то же время, для уменьшения погрешности согласования с последующими цепями и для исключения влияния сопротивления источника сигнала важно обеспечить малое выходное сопротивление, единицы-доли Ом [1–3].

Мощным средством синтеза новых схем являются различного типа топологические преобразования, инвариантные относительно параметров исходной (порождающей) схемы [1, 2, 4]. Особое место среди подобного рода преобразований, занимают такие из них, которые позволяют сохранять неизменным число элементов схемы [4–7]. Так, в работе [7] предложены преобразования переключением управляющих и управляемых ветвей активных элементов. Переключение ветвей применяется в методе структурного синтеза электрических цепей на основе символьной схемной функции (ССФ), представленном в [4–7] и реализованном в программе *SymSin* (<http://www.levul.org/sm/symbolic.htm>). Метод позволяет получить множество всех возможных схем, инвариантных относительно заданной ССФ.

Топологические преобразования, которые оставляют без изменения на уровне изоморфизма конфигурацию порождающих схем без изменения заданной функции порождающих схемы будем называться изоморфными.

Недостатком метода является избыточность результатов структурного синтеза, так как множество восстановленных по ССФ схем может включать изоморфные структуры, то есть структуры, образованные элементарными эквивалентными преобразованиями. В работе [8] предложен способ сокращения конечного числа полученных схем, за счет исключения изоморфных структур, на основе сравнения распределений показателей участия ветвей [9]. Это особенно важно при синтезе сложных активных цепей, так как количество возможных схемных вариантов может достигать десятков тысяч. Однако, подобный подход к уменьшению числа восстановленных структур может привести к исключению вместе с

изоморфными схемами также патентоспособных схемных решений, возможно даже более ценных с практической точки зрения, чем оптимизированный результат.

Пусть A – множество схем, инвариантных заданной ССФ, полученное с помощью программы *SymSin*, а $B \in A$ и $C \in A$, – подмножества схем, в которых структура из B изоморфна любой другой структуре данного подмножества, но не изоморфна структурам входящим в C , и наоборот. Следовательно, решение задачи восстановления неизоморфных схем по заданной функции будет включать всего две схемы из A возможных, по одной из каждого подмножества B и C .

В программе *SymSin* реализована произвольная выборка из подмножества изоморфных схем. То есть существует вероятность, что результатом выборки может стать схема, для практических целей абсолютно бесполезная, в то время как удачные схемные решения будут отбракованы. Чтобы этого избежать необходимо ввести дополнительные критерии выборки схем. Одним из таких критериев может стать расположение узла с нулевым потенциалом.

Алгоритм отбора схем по расположению узла с нулевым потенциалом. При разработке радиоэлектронных средств часто становится требование наличия общей точки у заданных элементов электрической схемы (между входом и выходом электрической цепи, между общим выводом усилителя и входом или выходом цепи и т.д.).

В работе [10] приведен каталог схем с операционными усилителями, полученных сменой общей точки (точки заземления) в порождающей схеме. Такое топологическое преобразование является изоморфным.

Как правило, в практической схемотехнике предпочтение отдается структурам, у которых заземленный узел инцидентен ветвям независимого источника и приемника электрической энергии. Именно такого типа схемы должны выбираться из полученного множества в первую очередь. Во вторую очередь должны выбираться схемы, у которых заземленный узел является смежным только источнику, или только приемнику.

Для выборки неизоморфных схем по расположению узла с нулевым потенциалом из множества A восстановленных по заданной ССФ предлагается следующий алгоритм: 1) проводится подсчет показателей участия ветвей всех схем множества A . На основе сравнения распределений показателей участия ветвей выделяются подмножества $B \in A$, $C \in A$, ..., $Z \in A$ изоморфных схем (если распределения показателей участия у всех схем одинаковы, то A является множеством изоморфных схем); 2) просматриваются подмножества изоморфных структур. Выбираются схемы, в которых независимый источник и приемник имеют смежный узел, по одной из каждого подмножества. Данный узел считается заземленным.

Если существуют подмножества, в которых таких схем нет, то переход к шагу 3, если не существуют, то алгоритм завершается; 3) Выбираются схемы, где наибольшую степень имеют узлы, к которым подключен либо источник, либо приемник, по одной из каждого подмножества. Данный узел считается заземленным. Если существуют подмножества, в которых таких схем нет, то переход к шагу 4, если не существуют, то алгоритм завершается; 4) узлы с наибольшей степенью считаются заземленными. Выбираются произвольные схемы, по одной из каждого подмножества.

Результат выборки будет являться оптимизированным решением задачи генерации патентоспособных схемных решений по заданной ССФ.

Предложенный алгоритм реализован в программе структурного синтеза *SymSin*. Специальные настройки программы позволяют пользователю изменять параметры выборки на пятом шаге алгоритма (например, исключить из выборки схемы определенного приоритета) или отменить 1–3 шага алгоритма.

Пример получения патентоспособных схемных решений. В работе [8] приводится пример структурного синтеза схем инвариантных относительно заданной ССФ операционного преобразователя [2] с помощью программы *SymSin*. Множество восстановленных схем A включает в себя четыре подмножества изоморфных структур: B (рис. 1, а, д, е, з), C (рис. 1, в), D (рис. 1, б, ж, и), E (рис. 1, г).

Коэффициент передачи по напряжению будет одинаковым для всех полученных схем. Проведем подсчет значений входного и выходного сопротивлений для каждого подмножества изоморфных структур с помощью метода схемных определителей или с помощью программы *SCAD* [4]. Параметры элементов восстановленных схем: $E=10 В$, $L_1=0,001 Гн$ $R_1=30 Ом$, $R_2=5 Ом$, $R_3=510 Ом$, $C_1=0.00008 Ф$, $G_1=0,47 См$, $G_2=0,57 См$.

$$Z_{\text{вх}B} = \frac{pL_1R_1G_1(pC_1R_3 + 1) + R_3R_2pC_1G_2(pL_1 + R_1) + pC_1(pL_1 + R_1)}{(-R_1G_1(pC_1R_3 + 1) + R_2R_3pC_1G_2 + pC_1(R_1 + R_2 + R_3) + 1)} + \frac{pC_1(pL_1(R_1 + R_3) + R_1R_3) + (pL_1 + R_1)(pC_1R_2 + 1)}{(-R_1G_1(pC_1R_3 + 1) + R_2R_3pC_1G_2 + pC_1(R_1 + R_2 + R_3) + 1)}$$

$$Z_{\text{вх}B} = 113,729055204573 + 62,3759777510928j = 129,7 Ом.$$

$$Z_{\text{вых}B} = \frac{U_3}{I_{\text{нп}}} = \frac{2,9520133091282 + 5,31886494034163j}{25,1177 - 0,006909j} = \frac{6}{5,245} = 1,1 Ом.$$

$$Z_{exC} = \frac{pL_1 R_1 G_1 (pC_1 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 (pL_1 + R_1) + pC_1 (pL_1 (R_1 + R_3) + R_1 R_3)}{R_1 R_2 G_1 pC_1 (G_2 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 + pC_1 (R_1 + R_2 + R_3)} +$$

$$+ \frac{(pL_1 + R_1)(pC_1 R_2 + 1)}{R_1 R_2 G_1 pC_1 (G_2 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 + pC_1 (R_1 + R_2 + R_3)}.$$

$$Z_{BXC} = 26,1016787965471 - 14,4836338784733j = 29,85 \text{ Ом.}$$

$$Z_{BXC} = \frac{U_3}{I_{nep}} = \frac{2,9520133091282 + 5,31886494034163j}{9,12 - 0,0008j} = \frac{6}{2,988} = 2 \text{ Ом.}$$

$$Z_{exD} = \frac{pL_1 R_1 G_1 (pC_1 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 (pL_1 + R_1) + pC_1 (pL_1 (R_1 + R_2) + R_1 R_3)}{R_1 R_2 G_1 pC_1 (G_2 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 + pC_1 (R_1 + R_2 + R_3) + 1} +$$

$$+ \frac{(pL_1 + R_1)(pC_1 R_2 + 1)}{R_1 R_2 G_1 pC_1 (G_2 R_3 + 1) + R_2 R_3 pC_1 G_2 + pC_1 (R_1 + R_2 + R_3) + 1}.$$

$$Z_{BXD} = 267,501293247475 - 161,385277548877j = 312,413 \text{ Ом.}$$

$$Z_{BXD} = \frac{U_3}{I_{nep}} = \frac{2,9520133091282 + 5,31886494034163j}{95,46 - 3,45j} = \frac{6}{11,6} = 0,517 \text{ Ом.}$$

$$Z_{exE} = \frac{pL_1 R_1 G_1 (pC_1 R_3 + 1) + R_2 R_3 pL_1 G_2 (pL_1 + R_1)}{R_1 ((pC_1 R_3 + 1)(-R_2 G_1 G_2 - G_1)) + pC_1 ((R_1 + R_3) R_2 G_2 + (R_1 + R_2 + R_3)) + 1} +$$

$$+ \frac{pC_1 (pL_1 (R_1 + R_3) + R_1 R_3) + (pL_1 + R_1)(pC_1 R_2 + 1)}{R_1 ((pC_1 R_3 + 1)(-R_2 G_1 G_2 - G_1)) + pC_1 ((R_1 + R_3) R_2 G_2 + (R_1 + R_2 + R_3)) + 1}.$$

$$Z_{BxE} = 23,0556501141392 + 12,6714866442192j = 26,308355630108 \text{ Ом.}$$

$$Z_{BxE} = \frac{U_3}{I_{nep}} = \frac{2,9520133091282 + 5,31886494034163j}{8,044 + 0,0333j} = \frac{6}{3,405} = 1,76 \text{ Ом.}$$

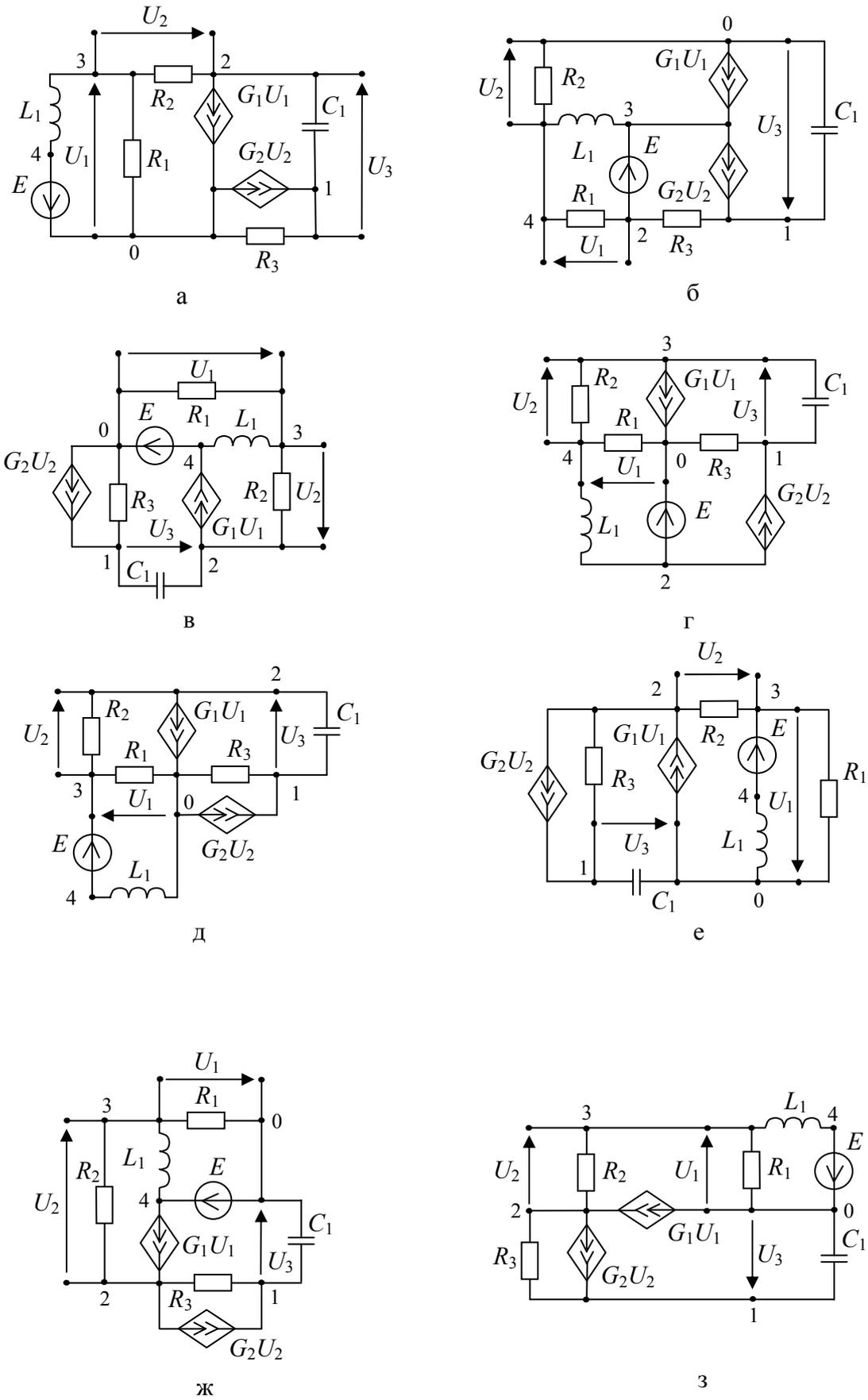


Рис. 1. Схемы, восстановленные по ССФ операционного преобразователя [2]

Очевидно, что применение алгоритма отбора схем по расположению узла с нулевым потенциалом, позволяет выбрать две схемы (рис. 1,ж и рис. 1,з), имеющие приоритет первой степени. При этом, структура на рис. 1,ж более соответствует требованиям, предъявляемым к операционным преобразователям [1–3], так как входное сопротивление этой схемы больше, чем схемы на рис. 1,з, а выходное меньше. Следовательно, схема на рис. 1,ж является патентоспособным схемным решением.

Выводы. 1. Предложен критерий выборки схем по расположению узла с нулевым потенциалом из множества восстановленных по заданной ССФ. 2. Разработан алгоритм выборки схем, который был реализован в программе структурного синтеза *SymSin*.

Литература

1. Волгин Л.И., Ефимов А.В., Зарукин А.И., Пилин Ю.Г. Разработка и исследование составных повторителей напряжения: Отчет по НИР – Ульяновск: Ульяновский Политехнический Институт, 1979. – 147 с.
2. Волгин Л. И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.
3. Волш В., Пейтон А. Дж. Аналоговая электроника на операционных усилителях. – М.: БИНОМ, 1994. – 352 с.
4. Волгин Л.И, Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
5. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.
6. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.–С. 48–52.
7. Горшков К.С., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переключением активных элементов // См. настоящий сборник.
8. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Исключение изоморфных структур при структурном синтезе электронных схем по их символьным схемным функциям // См. настоящий сборник.
9. Горшков К.С., Филаретов В.В. Установление изоморфизма ненаправленных и ориентированных графов на основе распределения показателей участия их ребер и дуг // См. настоящий сборник.
10. Ребане Р.-В.П. Схемы на базе операционных усилителей. – Таллин: Валгус, 1976.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru

Токарев Юрий Владимирович – студент 4-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ. E-mail: current@mail.ru

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vvfil@mail.ru

ИСКЛЮЧЕНИЕ ИЗОМОРФНЫХ СТРУКТУР ПРИ СТРУКТУРНОМ СИНТЕЗЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ПО ИХ СИМВОЛЬНЫМ СХЕМНЫМ ФУНКЦИЯМ

К. С. Горшков, Ю. В. Токарев, В. В. Филаретов

Введение. Новейшие достижения символично-топологического направления в теории электрических цепей, обусловленные в частности развитием метода схемных определителей [1, 2], позволяют не только эффективно решать задачу анализа и диагностики линейных электрических цепей любой степени сложности, но и предоставляют новые возможности для синтеза схем.

Известен метод структурного синтеза схем с любыми линейными элементами по их символьной схемной функции (ССФ), представленной в форме рационального выражения с единственной операцией деления [2–4]. Метод основывается на эквивалентных преобразованиях электрических цепей, не изменяющих число элементов в схеме [4, 5], и позволяет получить полное множество схем инвариантных относительно ССФ. Автоматизировать процесс структурного синтеза позволяет программа *SymSin* (<http://www.levul.org/sm/symbolic.htm>).

Полученное по заданной ССФ множество схем во многих случаях может содержать структуры, образованные элементарными эквивалентными преобразованиями. Такие схемы можно считать изоморфными, в процессе структурного синтеза их требуется исключать во избежание избыточности конечного результата. Это особенно важно при синтезе сложных активных цепей, так как количество возможных вариантов может достигать десятков тысяч.

Для решения задачи оптимизации количества схем, восстановленных по заданному выражению ССФ, необходимо воспользоваться эффективным методом установления структурного изоморфизма.

Наиболее подходящим для достижения поставленной цели является метод установления изоморфизма графов на основе распределения показателей участия их ветвей и вершин, предложенный в работах [6, 7].

Исключение изоморфных структур из множества восстановленных по определителю пассивной цепи. Метод установления реберного изоморфизма оперирует с неориентированными графами [6]. Структурой графа является линейное отображение схемы соединений элементов в электрическую цепь. Все элементы схемы как двухполюсники, так и многополюсники (ветви генераторов и приемников управляемых источников) представляются на графе ненаправленными дугами.

В методе используются два критерия изоморфизма: по ветвям и по вершинам. Вершинный представляет более жесткие требования к изоморфизму графов, и не позволяет установить изоморфизм структур образованных простейшими эквивалентными преобразованиями. Поэтому, для установления изоморфизма достаточно применения критерия по ветвям, основанного на анализе распределений показателей участия ветвей (ПУВ).

Пусть задан определитель однородного графа пассивной цепи:

$$\begin{aligned} \Delta = & (R_1((R_4+R_5)(R_2+R_6)+R_2R_6)+R_5(R_2(R_4+R_6)+R_4R_6))(((R_{11}+R_{12})(R_{13}+R_{15}+R_{14}) \\ & +(R_{13}+R_{15})R_{14})(R_{10}+R_8+R_9)+((R_{13}+R_{15})+R_{14})(R_{10}(R_8+R_9)))+((R_1+ \\ & R_2)(R_4+R_5+R_6)+R_4(R_5+R_6))((R_{10}+R_8+R_9)(R_{11}((R_{14}+R_{15})(R_{12}+R_{13})+R_{12}R_{13})+R_{15}(R_{12} \\ & (R_{13}+R_{14})+R_{13}R_{14}))+R_{10}(R_8+R_9))((R_{13}+R_{14})(R_{11}+R_{15})+R_{11}R_{15})+ \quad (1) \\ & (R_{10}R_8)(R_{14}(-(R_{11}+R_{15}))-R_{11}(R_{13}+R_{15}))+R_8R_{10})(R_{14}(-(R_{11}+R_{15}))-R_{11}(R_{13} \\ & +R_{15}))+((R_{10}+R_9)(R_3+R_7+R_8)+(R_3+R_7)R_8)((R_{11}+R_{12})(R_{13}+R_{15}+R_{14})+(R_{13}+R_{15})R_{14})+ \\ & (R_{10}((R_3+R_7)(R_8+R_9)+R_8R_9))((R_{13}+R_{15})+R_{14})) \end{aligned}$$

Программа *SymSin* по выражению (1) позволяет восстановить 12 схем, инвариантных относительно заданного определителя. Распределения ПУВ для этих схем приведены в табл. 1.

Как видно из табл. 1 все полученные графы имеют одинаковые распределения показателей участия ветвей, что является достаточным условием для установления изоморфизма исследуемых структур. Следовательно, каждая из 12 восстановленных структур может являться единственным возможным решением задачи восстановления неизоморфных схем на основе заданного выражения символического определителя.

Таблица 1. Распределение ПУВ для схем восстановленных по выражению (1)

Схемы восстановленные по выражению (1)												ПУВ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
9 10	7 10	7 10	7 10	7 10	7 10	6 10	9 10	6 10	3 10	3 10	7 10	615
8 10	10 8	10 8	10 8	10 8	10 8	6 8	8 10	6 8	3 8	3 8	10 8	615
3 10	6 9	3 9	3 9	6 9	10 9	3 9	3 10	7 9	7 9	6 9	10 9	840
9 8	7 8	7 8	7 8	7 8	7 8	10 8	9 8	10 8	10 8	10 8	7 8	540
9 7	9 7	6 7	9 7	3 7	3 7	10 7	9 7	10 7	10 7	10 7	6 7	615
8 7	9 8	6 8	9 8	3 8	3 8	8 7	8 7	8 7	8 7	8 7	6 8	615
7 6	3 10	9 10	10 6	10 9	9 6	9 7	3 7	3 9	9 6	7 9	3 9	840
6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	6 4	624
6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	6 5	624
5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	5 4	576
1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	1 4	696
2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	2 5	696
1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	1 3	624
1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	1 2	576
3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	3 2	624

Исключение изоморфных структур из множества восстановленных по ССФ активной цепи. Пусть задана символьная схемная функция операционного преобразователя на базе источников тока управляемых напряжением (рис. 1,а) [9] согласно методу схемных определителей, отношением $\Delta N/\Delta D$:

$$\Delta N = (R_2(R_3G_1(G_2R_4+1)+1)) \quad (2)$$

$$\Delta D = (-R_1R_2G_1(g_1(R_4)+1)+R_4R_3g_1G_2(R_1+R_2)+(R_1(R_2+R_4)+R_2R_4)(g_1)+(R_1+R_2)(g_1(R_3)+1)) \quad (3)$$

С помощью программы *SymSin* было восстановлено 8 схем инвариантных ССФ (2)–(3), которые представлены на рис. 1,б–е.

Результаты подсчета показателей участия ветвей полученных схем занесены в табл. 2 и табл. 3.

Анализ результатов позволяет установить, что схемы на рис. 1,а–д имеют одинаковые распределения ПУВ, то есть эти пять схем соответствуют критериям реберного изоморфизма. Распределения показателей участия ветвей остальных схем на рис. 1,ж–е отлично как друг от друга, так и от схем на рис. 1,а–д. Таким образом, множество восстановленных программой *SymSin* схем, инвариантных относительно заданной ССФ, можно сократить с восьми до четырех, путем сохранения только одной из изоморфных структур с идентичными распределениями ПУВ и исключения остальных.

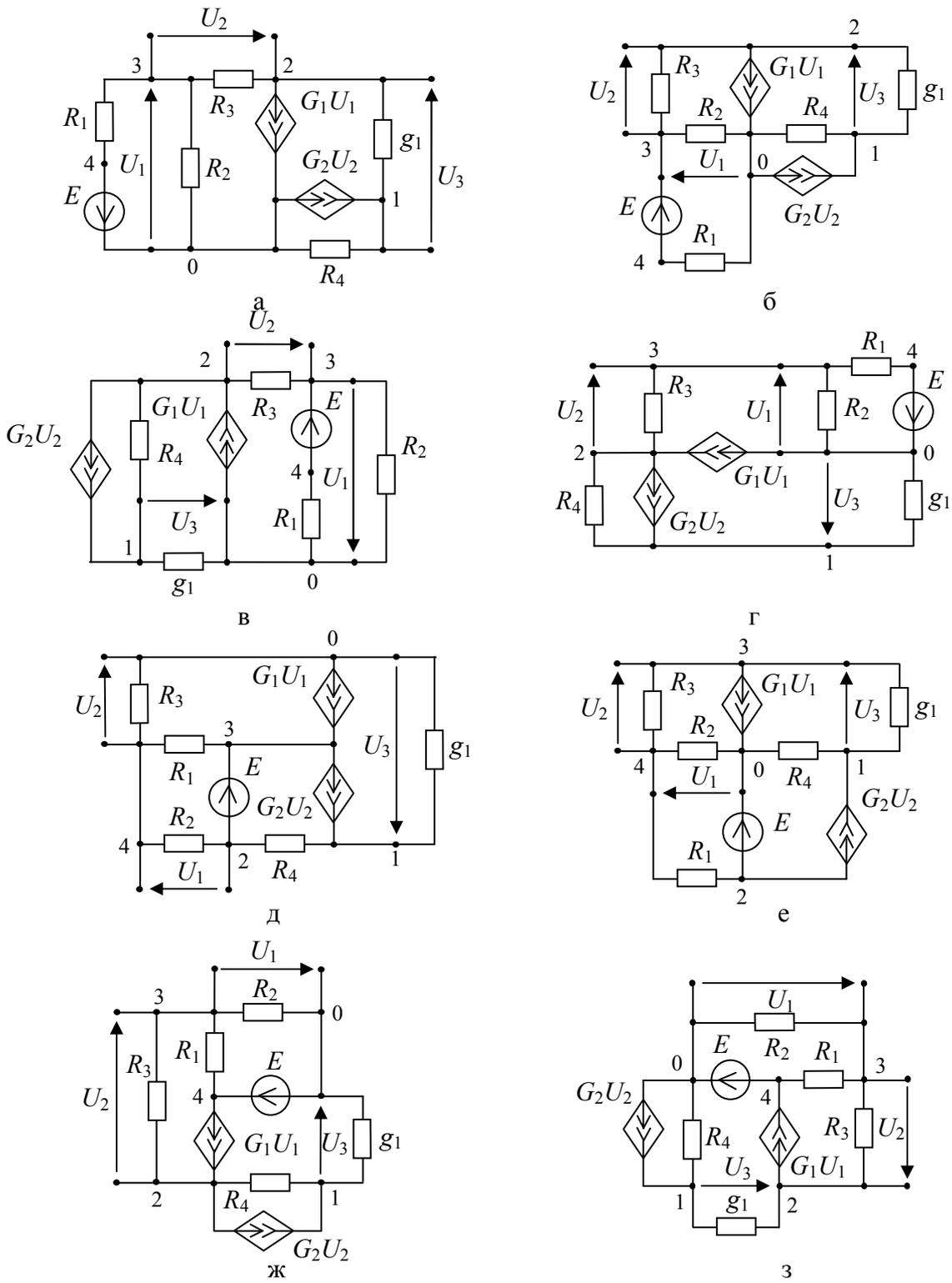


Рис. 1. Схемы, инвариантные к ССФ (2)-(3)

Таблица 2. Распределение ПУВ для схем на рис. 1, а–г

Элементы	Схема а	Схема б	Схема в	Схема г	ПУВ
R_4	0 1	0 1	1 2	1 2	37
G_2	0 1	0 1	1 2	1 2	37
g_1	1 2	1 2	0 1	0 1	37
R_3	2 3	2 3	2 3	2 3	36
U_2	2 3	3 2	2 3	2 3	36
R_1	3 4	0 4	0 4	3 4	64
G_1	0 2	2 0	0 2	0 2	36
E	0 4	4 3	4 3	4 0	64
U	1 2	1 2	1 0	0 1	37
R_2	0 3	0 3	0 3	0 3	32
U_1	0 3	0 3	3 0	0 3	32

Таблица 3. Распределение ПУВ для схем на рис. 1, д–з

Элементы	Схема д	ПУВ	Схема е	ПУВ	Схема ж	Схема з	ПУВ
R_4	1 2	70	0 1	58	1 2	0 1	49
G_2	1 3	64	1 2	72	2 1	0 1	49
g_1	0 1	51	1 3	49	0 1	1 2	49
R_3	0 4	50	3 4	46	2 3	2 3	44
U_2	0 4	50	4 3	46	2 3	3 2	44
R_1	3 4	59	2 4	67	3 4	3 4	60
G_1	0 3	59	0 3	51	4 2	2 4	64
E	2 3	64	0 2	64	0 4	4 0	64
U	0 1	51	1 3	49	1 0	1 2	49
R_2	2 4	51	0 4	43	0 3	0 3	44
U_1	2 4	51	0 4	43	0 3	0 3	44

Описанный подход к исключению изоморфных схем при структурном синтезе электрических цепей по заданной ССФ реализован в четвертой версии программы *SymSin*.

Получение неизоморфных схем. Для подтверждения полученных результатов и сделанных выводов рассмотрим механизм образования изоморфных и неизоморфных структур. Любая из множества восстановленных схем на рис. 1,б–з может быть получена из исходной с помощью эквивалентных преобразований, при которых сохраняется количество элементов схемы [5, 6]. Очевидно, что получение изоморфных структур обеспечивается за счет простейших преобразований, хорошо известных еще из школьного курса физики: объединение последовательных сопротивлений и параллельных проводимостей, перестановка элементов как по отдельности, так и в группе. Так, схемы на рис. 1,б–г образованы из исходной перестановкой последовательно соединенных источника ЭДС и сопротивления R_1 , и параллельно

соединенных элементов R_4 и G_2 , g_1 и U соответственно, а схемы на рис. 1,ж и рис. 1,з отличаются лишь нумерацией узлов у элементов g_1 и U .

В то же время, неизоморфные схемы могут быть получены только в результате преобразования исходной схемы переключением активных элементов [5]. Данный тип преобразований является частным случаем преобразования переноса, при котором сохраняется количество элементов схемы. Переключение активных элементов обеспечивается за счет нейтрализации, согласно правилам метода схемных определителей [1, 2], соответствующим образом включенных источников, либо приемников.

Приведенная в примере схема операционного преобразователя имеет в своем составе три генератора электрической энергии, – два источника тока, управляемых напряжением (ИТУН), и один независимый источник ЭДС, – и три приемника напряжения. Преобразование переключением возможно только при наличии в схеме как минимум двух управляющих или управляемых ветвей разных типов. Следовательно, в данном случае возможно только переключение источников.

Переключение генератора напряжения проводится через узел инцидентный ветвям G_1U_1 и G_2U_2 таким образом, чтобы один или два порожденных источника оказались включенными последовательно с ИТУН, что приводит к их нейтрализации. Существуют три различных способа переключения генератора ЭДС через узел под номером «0» в исходной схеме на рис. 1,а, в результате которых: 1) порождаются три генератора ЭДС, два из которых нейтрализуются G_1U_1 и G_2U_2 (рис. 1,д); 2) порождаются два генератора ЭДС, один из которых нейтрализуется G_2U_2 (рис. 1,е); 3) порождаются два генератора ЭДС, один из которых нейтрализуется G_1U_1 (рис. 1,ж, и з).

Таким образом, предложенный метод исключения изоморфных структур, позволяет выделять схемы, образованные переключением активных элементов из множества восстановленных схем по заданной символьной схемной функции.

Выводы. 1. Предложено использование метода установления изоморфизма на основе распределения показателей участия ветвей для исключения изоморфных схем при структурном синтезе электрических цепей по заданной ССФ. 2. Метод установления изоморфизма реализован в программе структурного синтеза *SymSin*. 3. Раскрыт механизм образования изоморфных и неизоморфных структур.

Литература

1. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
2. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 356 с.

3. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.

4. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.–С. 48–52.

5. Горшков К.С., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переключением активных элементов // См. настоящий сборник.

6. Филаретов В.В. Метод изоморфных преобразований для анализа квазиполных и квазиоднородных графов проводимостей // Электричество.– 1987.– №5.– С. 5–9.

7. Горшков К.С., Филаретов В.В. Установление изоморфизма ненаправленных и ориентированных графов на основе распределения показателей участия их ребер и дуг // См. настоящий сборник.

8. Рид М.Б., Сешу С. Линейные графы и электрические цепи: Пер. с англ.: Учеб. пособие.– М.: Высшая школа, 1971.– 448 с.

9. Волгин Л. И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru

Токарев Юрий Владимирович – студент 4-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ. E-mail: current@mail.ru

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vvfil@mail.ru

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В.

Введение. Преобразования электрических цепей называются эквивалентными, если выполняется условие неизменности токов и напряжений ветвей в тех частях схемы, которые не затронуты преобразованиями [1]. Неоценимую роль при синтезе электрических цепей играют топологические преобразования порождающие новые схемы с одинаковыми символьными схемными функциями (ССФ) [2, 3].

Известны эквивалентные преобразования электрических цепей [4, 5, 6], позволяющие изменять топологию схемных моделей путем переноса элементов ветвей в другие ветви, образующие с ней контур или сечение. Так, y -ветвь переносится вдоль y -контура, а z -ветвь переносится через узел или сечение. В более сложном случае перенос элементов проводится через 2×2 полюсники [5]. В основе преобразования переносом лежит теорема компенсации [7], определяющая условия замены пассивных элементов управляемыми источниками [6].

Например, на рис. 1 показан перенос проводимости g_0 вдоль контура. Переносимая y -ветвь заменяется эквивалентной ветвью с источником тока, управляемым напряжением (ИТУН) GU_0 . Затем проводится перенос ИТУН по контуру из g_1 и g_2 . Ветви оказывают взаимное влияние друг на друга подобно двум индуктивно связанным ветвям с коэффициентом связи, равным величине перенесенной проводимости g_0 . Поэтому схему можно упростить, изобразив ее без ИТУН и указав лишь управляющую связь между ветвями по напряжению и маркировку зажимов, аналогично тому, как это принято при наличии взаимной индукции.

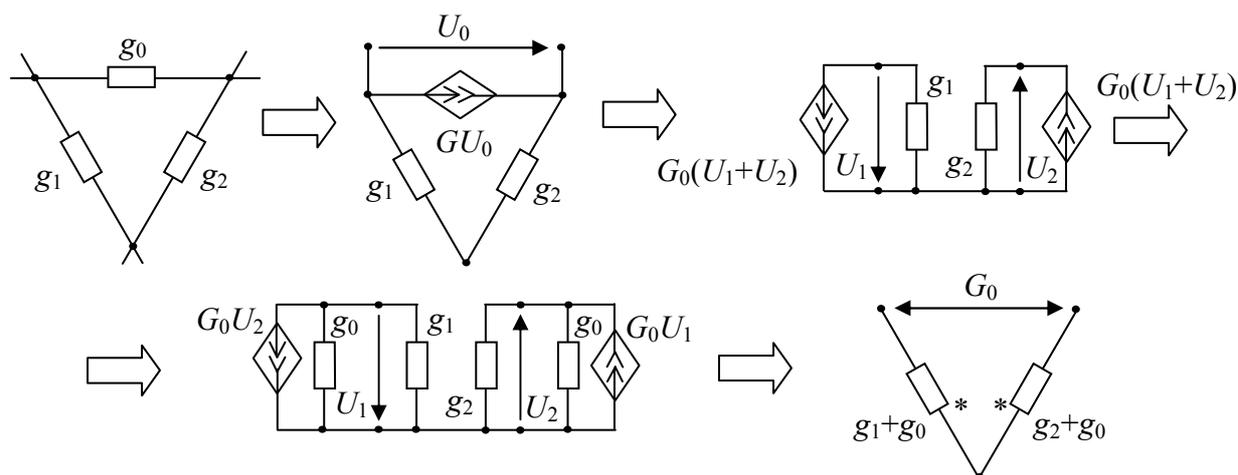


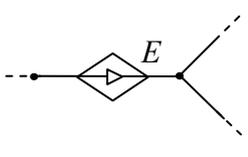
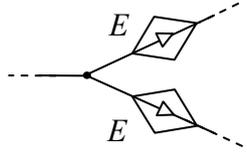
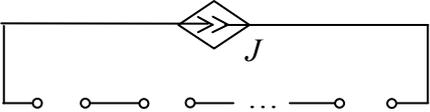
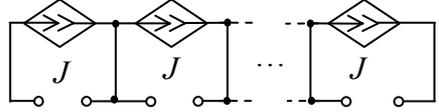
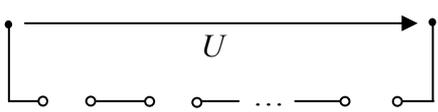
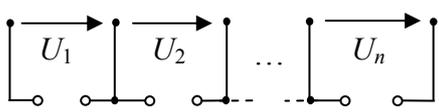
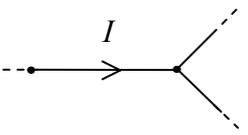
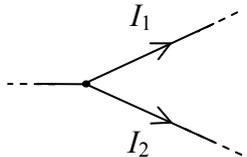
Рис. 1. Перенос проводимости g_0 по контуру

Как видно из приведенного примера, перенос сопротивлений и проводимостей приводит к изменению числа элементов в преобразованной схеме в результате возникновения между элементами управляющих связей, что существенно затрудняет символьный анализ таких цепей. Перенос источников тока и напряжения, в отличие от переноса двухполюсников, увеличивает в схеме число источников, не внося новых управляющих связей [4].

В табл. 1 даны эквивалентные преобразования электрических цепей путем переноса управляемых и управляющих ветвей через сечение и по контуру, где E – источник напряжения, управляемый ток (ИНУТ) или напряжением (ИНУН) (строка 1, табл. 1), J – источник тока, управляемый ток (ИТУТ) или ИТУН (строка 2, табл. 1), U – приемник напряжения,

управляющий источником тока или напряжения (строка 3, табл. 1), I – приемник тока, управляющий источником напряжения или тока (строка 4, табл. 1).

Таблица 1. Эквивалентные преобразования схем путем переноса управляющих и управляемых ветвей

№	Исходная схема	Эквивалентная схема
1	Перенос управляемого источника напряжения через сечение	
		
2	Перенос управляемого источника тока по контуру	
		
3	Перенос управляющего напряжения по контуру	
		
4	Перенос ветви управляющего тока через сечение	
		

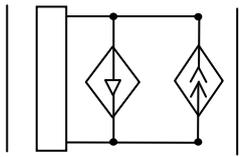
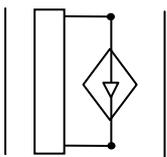
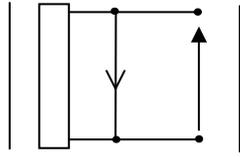
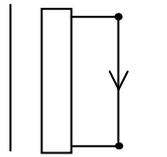
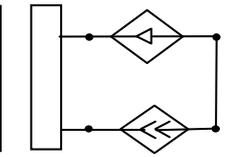
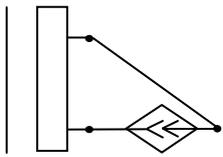
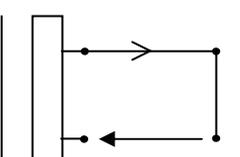
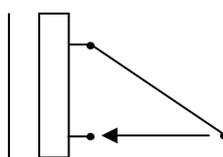
Новые управляющие связи появляются при переносе управляющих элементов – приемников тока и напряжения (строки 3 и 4 табл. 1). В частности, поэтому перенос приемников, дополняющий перенос источников, прежде не рассматривался как самостоятельное преобразование [1, 3–6]. Действительно, в отличие от переноса генераторов ветви новых приемников несут различные токи и напряжения, что обусловило отсутствие до настоящего времени интереса у исследователей к этому виду преобразований. Ниже показано, что применение метода схемных определителей [7–10] позволяет применять перенос приемников на практике.

Преобразование электрических цепей переключением активных элементов. Необходимым условием инвариантности к символьному определителю является сохранение числа элементов в схеме. Выполнение данного условия становится возможным, если некоторые из вновь образованных источников (кроме одного) окажутся нейтрализованными. Нейтрализация влечет за собой стягивание генераторов напряжения и приемников тока, а также удаление генераторов тока и приемников

напряжения. Это достигается применением эквивалентных упрощений из метода схемных определителей [7–10] (табл. 3). В качестве источников и приемников напряжения и тока в табл. 3 могут выступать также и независимые источники и приемники.

Предлагаемые здесь преобразования переноса, при которых сохраняется количество элементов схемы, будем называть преобразованиями переключением активных элементов. Эти преобразования, в отличие от простейших топологических преобразований, также инвариантны количеству элементов и предусматривающих перестановку последовательно соединенных элементов и групп элементов [3], приводят к существенному изменению структуры порождающей схемы при сохранении неизменной ССФ. В результате преобразования переключением источник или приемник будет менять свое положение в порожденной схеме по отношению к его положению в порождающей схеме.

Таблица 2. Эквивалентные упрощения схем в результате нейтрализации элементов

№	Исходное САВ	Эквивалентное САВ
1	Параллельное соединение генератора тока с генератором напряжения	
		
2	Параллельное соединение приемника напряжения с приемником тока	
		
3	Последовательное соединение генератора напряжения и генератора тока	
		
4	Последовательное соединение генератора напряжения и генератора тока	
		

Необходимым и достаточным условием для проведения эквивалентных преобразований переключением является наличие в схеме хотя бы одной из следующих топологических особенностей: 1) сечение, содержащее, как источник напряжения, так и источник тока; 2) сечение,

содержащее как приемник тока, так и приемник напряжения; 3) контур, содержащий как источник напряжения, так и источник тока; 4) контур, содержащий как приемник тока, так и приемник напряжения.

На рис. 2,а и рис. 2,б показаны примеры переноса источника напряжения и приемника тока через узел a , смежный с ветвью генератора тока или приемника напряжения соответственно (ветвь нейтрализации). При этом узел должен быть расщеплен на два новых узла a_1 и a_2 , таким образом, чтобы ветвь нейтрализации была инцидентна одному из образованных узлов, а остальные элементы стали инцидентны другому (рис. 2,а,б).

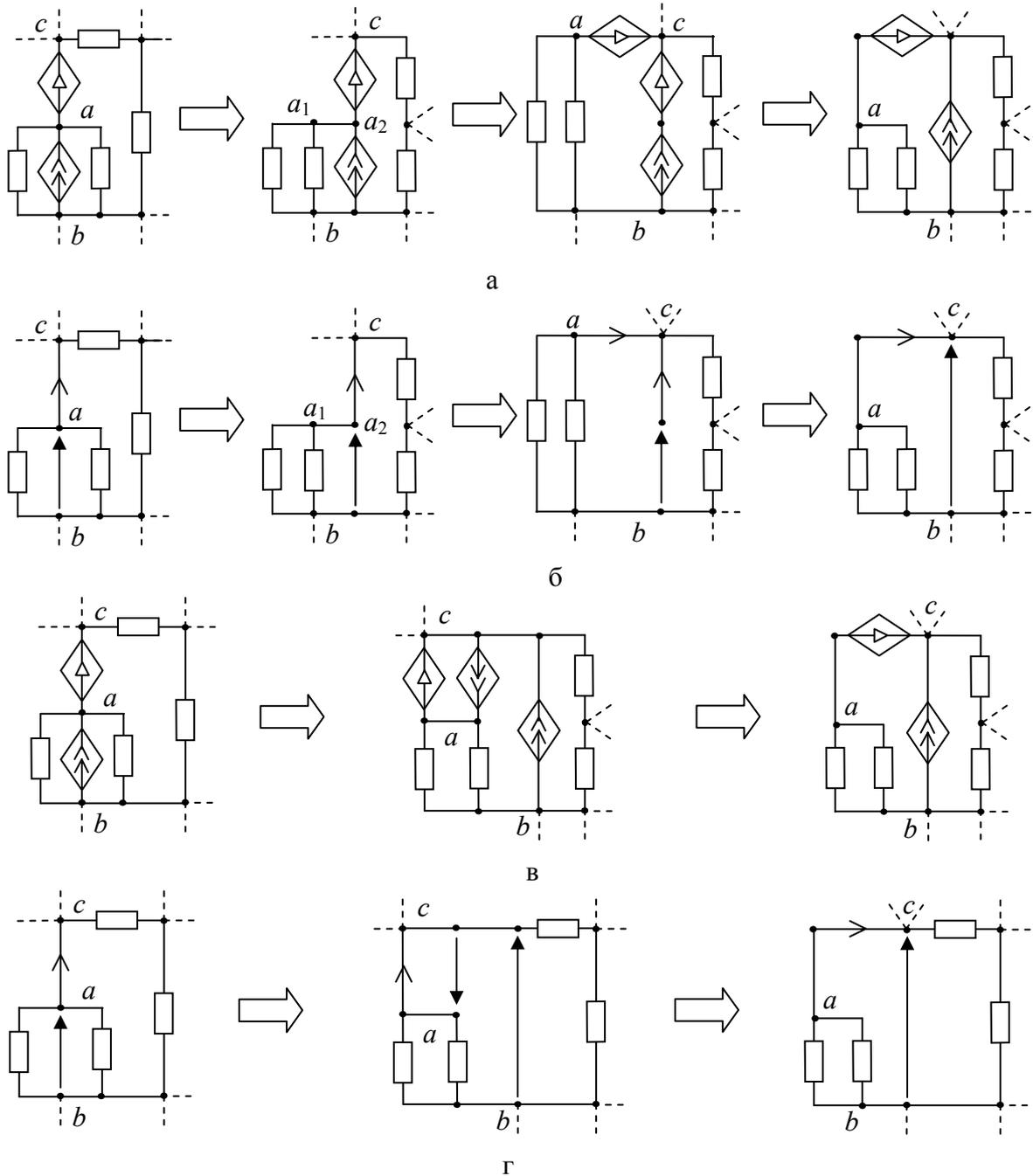


Рис. 2. Переключение ветвей активных элементов через узел (а,б) и по контуру (в,г)

Переключение источника тока и приемника напряжения можно осуществить по любому контуру схемы, включающего в себя ветвь нейтрализации, то есть генератор напряжения или приемник тока соответственно. При этом переключаемая ветвь, включенная между узлами a и b , должна иметь узел a смежный с ветвью нейтрализации. Тогда, один из порожденных элементов подключается к узлам a и c параллельно ветви нейтрализации, а второй к узлам b и c (рис. 2,в,г).

Очевидно, что переключение активных элементов через узел, является дуальным по отношению через контур. То есть, если существует возможность преобразования схемы путем переключения источника напряжения или приемника тока, то для этой схемы будет возможно провести переключение генератора тока или приемника напряжения. Оба типа преобразований приведут к одинаковому результату.

Структурный синтез электрических цепей преобразованием переключения. На рис. 3,а представлена схема замещения операционного преобразователя [2, с.127], коэффициент передачи по напряжению которой задается, согласно методу схемных определителей, отношением $\Delta N/\Delta D$

$$\Delta N = pCpL(B R_2 r_1(K+1) + R_1(r_1 - K R_2)), \quad (1)$$

$$\Delta D = -B r_1(r_2 + pL) + K r_1 R_2(R_1 pC + 1) + pC(R_1(R_2(r_1 + (r_2 + pL)) + r_1(r_2 + pL))) + (R_1 + R_2)(r_1 + (r_2 + pL)) + r_1(r_2 + pL). \quad (2)$$

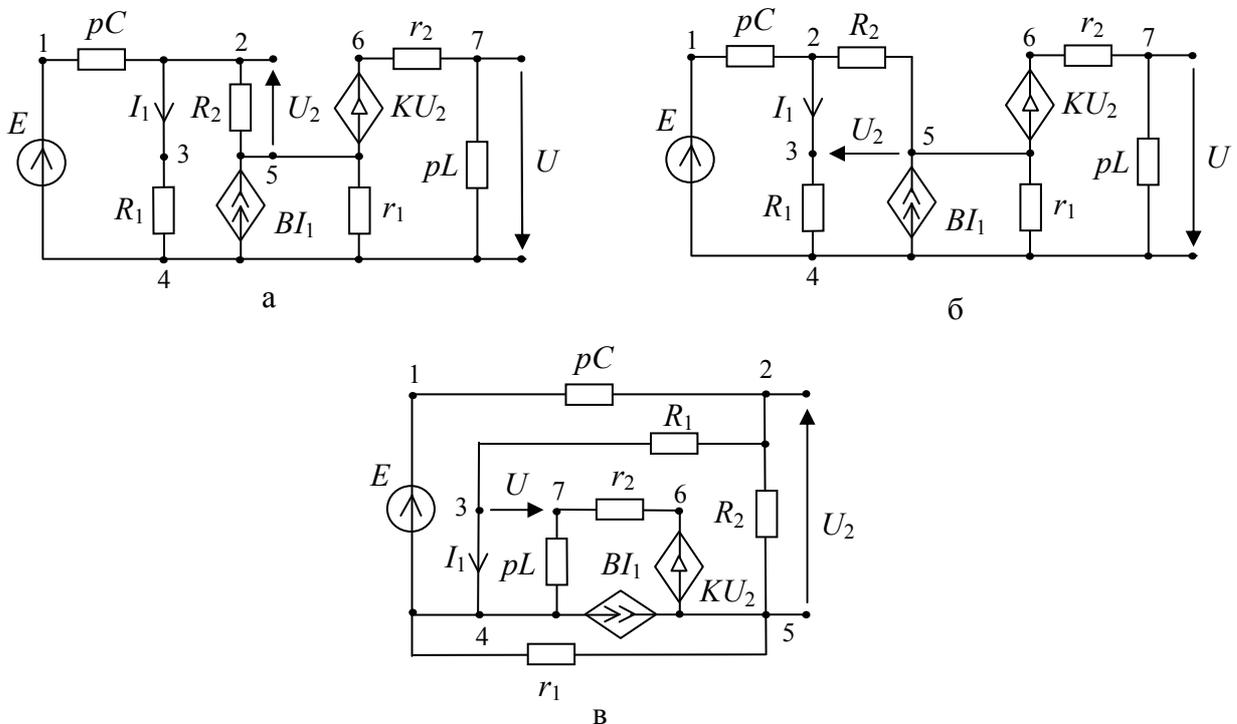


Рис. 3. Преобразование схемы преобразованием переключения

Проведем эквивалентные преобразования для получения всех возможных неизоморфных структур, инвариантных относительно ССФ

(1)–(2). Рассмотрим применение преобразования путем переключения управляющих ветвей. Для переключения приемника тока I_1 следует провести расщепление узла под номером «2», аналогично тому, как показано на рис. 2,а, на два новых: «2'» и «2''». При этом управляющее напряжение U_2 будет подключена к узлу «2'», а сопротивление R_2 к узлу «2''». В результате переноса I_1 через узел «2'», одна из порожденных управляющих ветвей будет включена между узлами «2'» и «2''», а вторая будет нейтрализована за счет последовательного соединения с приемником напряжения U_2 , согласно строке 7 табл. 2. В итоге получаем схему на рис. 3,б, схемная функция которой соответствует выражениям (1)–(2).

Аналогичный результат может быть достигнут в дуальном случае переключения U_2 по контуру из узлов «2»–«3»–«5». Порождаемые управляющие ветви подключаются к узлам «2»–«3» и «3»–«5» соответственно. Параллельное соединение управляющего напряжения U_2 с приемником тока, согласно строке 3 табл. 2, приводит к его нейтрализации. Следовательно, переключение приемника напряжения также позволяет получить схему на рис. 3,б.

Существует еще один способ переключения управляемых ветвей для получения схемы инвариантной относительно ССФ (1)–(2). Для этого следует провести перестановку последовательно соединенных приемника тока и сопротивления R_2 , и переключить I_2 через узел «4», инцидентный приемнику напряжения U , который становится таким образом ветвью нейтрализации. Также можно провести переключение по контуру «3»–«4»–«7». Порождаемые управляющие напряжения подключаются между узлами «3»–«4» и «3»–«7» соответственно. В обоих случаях результатом преобразования будет схема на рис. 3,в.

Теперь рассмотрим преобразование переключением генераторов. Проведем переключение источника тока BI_1 по контуру «1»–«4»–«5». При этом один из порожденных генераторов подключается между узлами «1»–«4», а второй генератор будет соединен с узлами «1»–«5» параллельно с ветвью источника ЭДС, что приводит к его нейтрализации, согласно строке 1 табл. 2. В результате получаем схему на рис. 4,а.

Вместо источника тока, можно осуществить переключение генератора ЭДС через узел «4», который предварительно необходимо расщепить на два. Один из порожденных источников будет соединен между узлами «4'» и «4''», а второй включается последовательно с BI_1 , что приводит к его нейтрализации, согласно строке 5 табл. 2, и получению схемы на рис. 4,а.

Другая инвариантная к ССФ (1)–(2) схема может быть получена, если источник BI_1 переключить по контуру «4»–«5»–«6». При этом один из порожденных генераторов нейтрализуется, вследствие параллельного соединения ветви KU_2 , и в итоге схема приобретает вид, как показано на рис. 4,б. Аналогичный результат достигается путем переноса источника напряжения KU_2 , через узел «5».

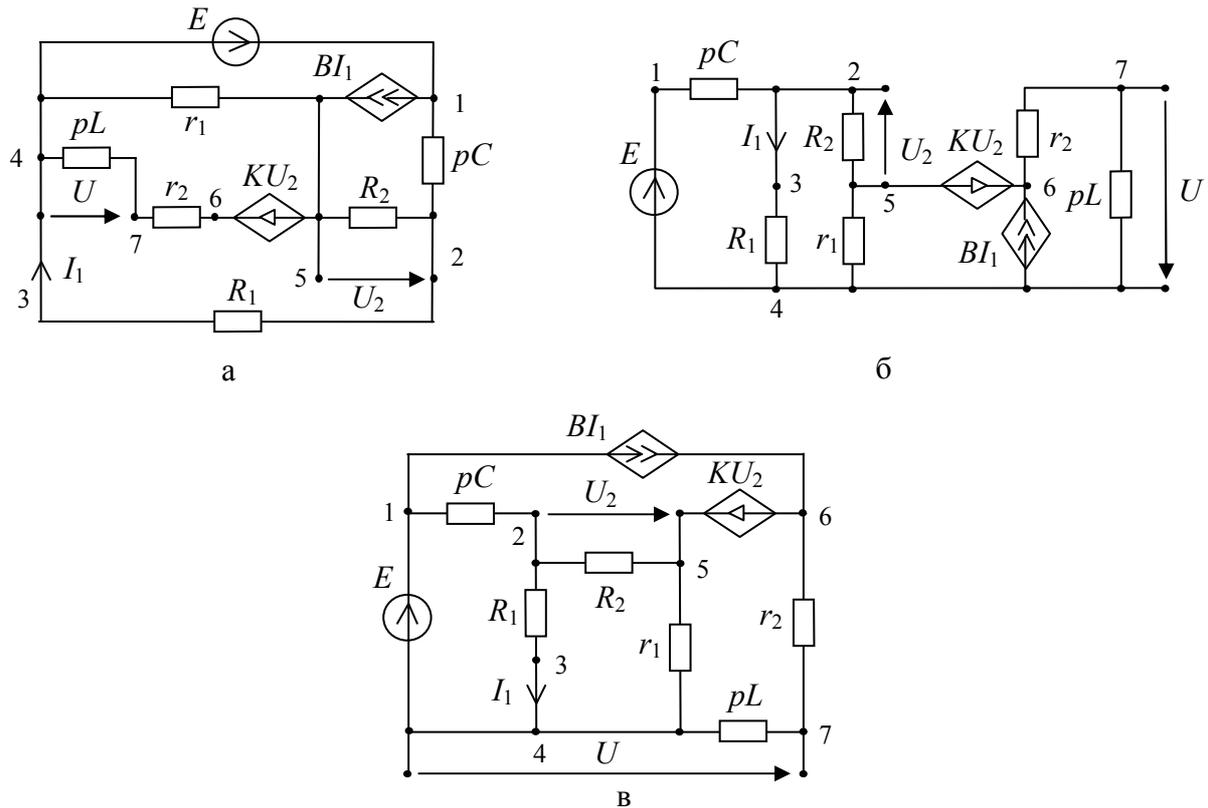


Рис. 4. Преобразование схемы переключением источников

Источник тока BI_1 можно переключить еще одним способом, через большой контур «1»–«4»–«5»–«6». При этом порождаются три эквивалентных генератора, которые подключаются к узлам «1»–«4», «1»–«6» и «5»–«6» соответственно. Два из них нейтрализуются, согласно строке 1 табл. 2, и в результате получается схема на рис. 4,в.

Для получения полного множества схем, инвариантных относительно ССФ, следует использовать сложные комбинированные преобразования, включающие в себя переключение как управляющих, так и управляемых ветвей. Последовательно применяя к исходной схеме рассмотренные выше преобразования в различных сочетаниях получаем схемы представленные на рис. 5. Так, схемы на рис. 5,а и рис. 5,б образованы в результате совместного переключения источника тока BI_1 по контуру «1»–«4»–«5» и приемника тока через узел «2», либо через узел «4», соответственно. Схемы на рис. 5,в и рис. 5,г образованы в результате совместного переключения источника тока BI_1 по контуру «4»–«5»–«6» и приемника тока через узел «2», либо через узел «4», соответственно. И наконец, схемы на рис. 5,д и рис. 5,е образованы в результате совместного переключения источника тока BI_1 по контуру «1»–«4»–«5»–«6» и приемника тока через узел «2», либо через узел «4», соответственно.

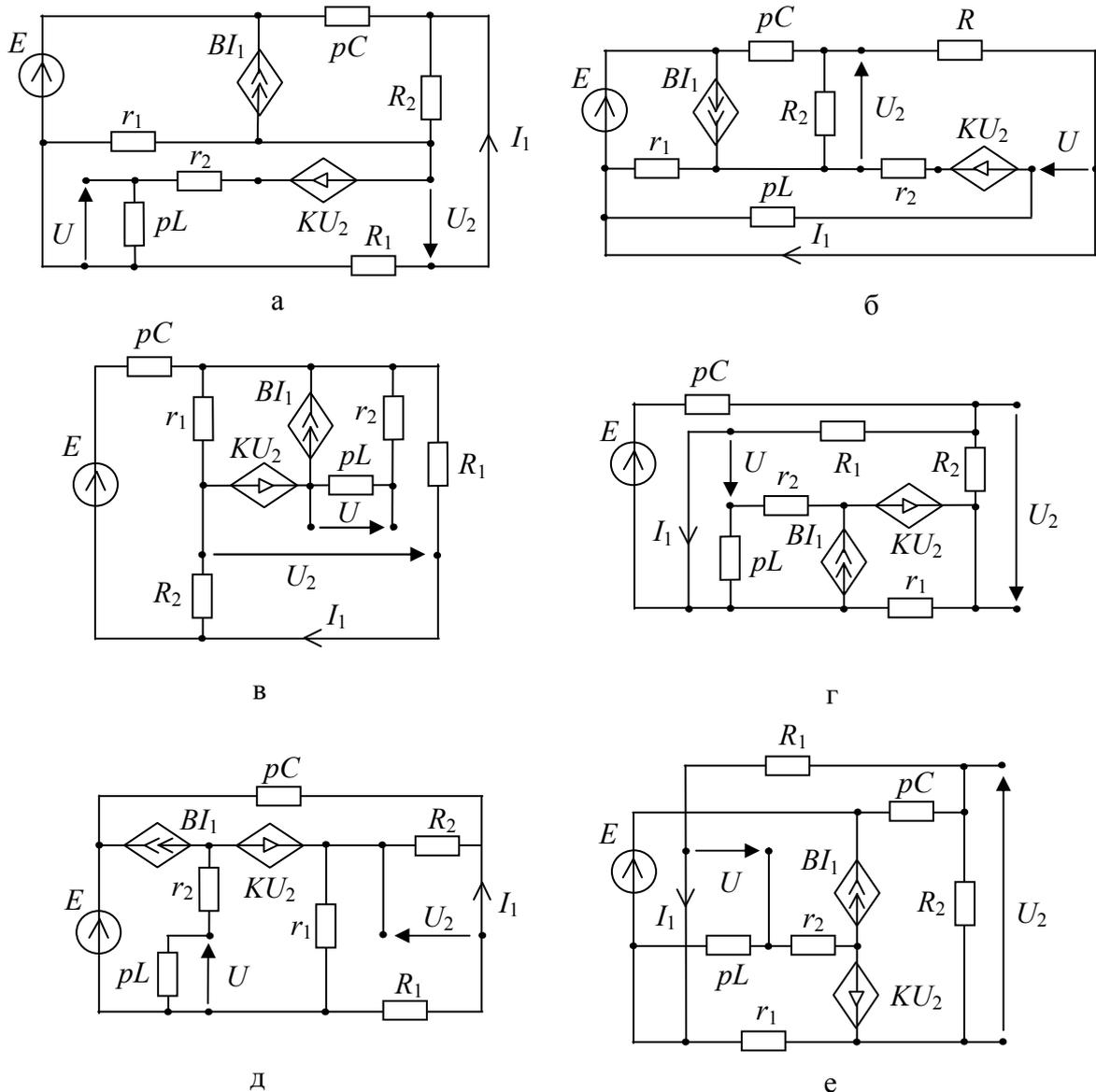


Рис. 5. Преобразование схемы комбинированным переключением

Отметим, что все полученные схемы на рис. 3, рис. 4, и рис. 5, инвариантны относительно ССФ (1)–(2), но при этом их структуры не являются изоморфными. В этом легко убедиться, воспользовавшись, например, методом установления изоморфизма на основе подсчета показателей участия ветвей [10, 11].

Таким образом, преобразование переключением активных элементов позволяет получить полный класс схем эквивалентных по символьной схемной функции, что подтверждается экспериментами с программой структурного синтеза *SymSin*, в которой порождение всех возможных схемных инвариантов осуществляется на основе полного перебора способов подключения элементов [12, 13]. Программа *SymSin* входит в состав системы схемотехнического моделирования *SCAD* (<http://www.levul.org/sm/symbolic.htm>) [3].

В настоящее время предстоит установить, существуют ли какие-то еще способы размножения схем. Учтя их в программе, можно значительно повысить производительность *SymSin*. Сейчас *SymSin* через "все возможные способы" помогает выявлять как известные, так и принципиально новые преобразования для порождения схем, инвариантных к ССФ.

Выводы. 1. Предложены эквивалентные преобразования активных электрических цепей на основе переключения активных элементов через сечение и приемников напряжения по контуру. 2. Показано, что переключение элементов, сохраняющего их количество, в активных электрических цепях является эффективным способом размножения схем, эквивалентных символному определителю исходной схемы. Преобразования, инвариантные к числу элементов, могут быть использованы для структурного синтеза цепей, эквивалентных по символьной схемной функции.

Литература

1. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
2. Волгин Л. И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.
3. Волгин Л. И., Королев Ф. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
4. Шакиров М.А. Перенос линейных пассивных элементов в электрической цепи//Изв. вузов. Электромеханика.–1975.–№5.–С. 447–452.
5. Шакиров, М. А. Анализ линейной электрической цепи методами переноса ее элементов // Электричество. – 1976. – №3.– С. 44–50.
6. Шакиров, М.А. Перенос элементов электрической цепи через 2х2 полюсники // Электричество. – 2007. – №11.– С. 45–53.
7. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // Электричество.– 2005. – №1. – С. 32–43.
8. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
9. Королев Ф. А., Филаретов В. В. Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками // Электричество.– 2008.– №5.– С. 42–53.
10. Филаретов В. В. Метод изоморфных преобразований для анализа квазиполных и квазиоднородных графов проводимостей // Электричество.– 1987.– № 5.– С. 5–9.

11. Горшков К. С., Филаретов В. В. Исключение изоморфных структур при структурном синтезе электронных схем по их символьным схемным функциям // См. настоящий сборник.

12. Горшков К. С., Токарев Ю. В. Реконструкция полных, лестничных и цепных схем на основе формул схемного определителя // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–47.

13. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Генерация электрических схем инвариантных к характеристическому уравнению // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 48–52.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru

Токарев Юрий Владимирович – студент 4-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ. E-mail: current@mail.ru

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vvfil@mail.ru

УСТАНОВЛЕНИЕ ИЗОМОРФИЗМА НЕНАПРАВЛЕННЫХ И ОРИЕНТИРОВАННЫХ ГРАФОВ НА ОСНОВЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ УЧАСТИЯ ИХ РЕБЕР И ДУГ

К. С. Горшков, В. В. Филаретов

Введение. При структурном синтезе электрических и электронных цепей требуется исключать из рассмотрения схемы, которые отличаются от полученных ранее лишь различным начертанием (нумерацией узлов) [1, 2]. Если схема имеет ветви с изоморфным расположением, то ее анализ может быть упрощен [3]. Ряд приложений проблемы установки изоморфизма (идентификации), которая является фундаментальной для теории графов [4], можно продолжить [5–8]. Так, метод структурного синтеза электрических схем на основе символьной схемной функции, предложенный в [9, 10], позволяет получить полный набор схем, инвариантных относительно заданной функции, среди которых требуется выявить неизоморфные структуры, представляющие практический интерес.

Два графа G и G' изоморфны (или конгруэнтны), если существует взаимно однозначное соответствие между вершинами G и G' и взаимно однозначное соответствие между ребрами G и G' , сохраняющее соотношение инцидентности [4].

Алгоритмы установления изоморфизма [5–7] и другие позволяют сократить перебор, по сравнению с полным перебором $q!$ матриц (множеств) смежности, где q – число вершин испытываемых графов. Однако эти алгоритмы являются экспоненциальными по трудоемкости, что обусловлено значительной долей операций, типа прямого перебора. Так, для каждого из них может быть найдена пара графов, неизоморфизм которых устанавливается только в результате перебора [8]. Вычислительная трудоемкость задачи установления изоморфизма побуждает использовать в приложениях перечисление только неизоморфных графов, что более сложно методически [11].

Известен метод, основанный на недоказанном предположении *Улама*, который позволяет свести задачу установления изоморфизма исходных графов к задачам установления изоморфизма двух множеств из q графов меньшей размерности ($q-1$ вершин). Эти графы образованы поочередным удалением вершин с инцидентными ребрами из исходных графов. Рекурсивное применение такой процедуры приводит к тривиальным графам.

В предлагаемом методе кроме удаления вершин и ребер, при определении изоморфизма, используется другое преобразование графа – стягивание ребра. Оно позволяет легко выявить ребра, имеющие изоморфное расположение [3]. Операцию стягивания ребра будем обозначать нижним индексом (номером этого ребра) при символе исходного графа.

Метод определения показателей участия ребер. Для установления изоморфизма графов введем следующее предположение. Пусть графы G и G' имеют по n ребер $i, i \in I$, где $I = \{1, 2, \dots, n\}$. Для каждого i графы G_i и G'_i изоморфны тогда и только тогда, когда изоморфны первоначальные графы.

Таким образом, имея набор непомеченных графов G_i , можно утверждать, что любой граф с n ребрами, из которого, стягивая каждый раз лишь по одному ребру, получают указанные графы и только они, изоморфен G . Следовательно, набор графов G_i несет полную информацию о графе G , то есть является его системой инвариантов.

Предложенная система инвариантов, подобно системе инвариантов *Улама*, является, по крайней мере в частных случаях, избыточной. Дело в том, что для идентификации некоторых промежуточных графов достаточно использовать их числовые характеристики, например число деревьев. Различие значений таких интегральных (в смысле [7]) характеристик позволяет выявить отличия в расположении вершин или подмножеств вершин испытываемых графов. Очевидно, применяя

интегральные характеристики, можно исключить комбинаторно-логические операции, связанные со сравнительным анализом графов.

Систему инвариантов $G=\{G_i, i \in I\}$ удобно задать набором интегральных характеристик T_i , где T_i – число деревьев графа G_i . Для исходного графа G T_i является показателем участия i -го ребра, то есть числом деревьев, которые можно образовать на этом графе с участием ребра i [3]. Количество деревьев находится как определитель целочисленной матрицы, полученной путем несложных преобразований над матрицей инцидентий графа [12]. Указанный набор характеристик

$$G = \{T_i, i \in I\} \quad (1)$$

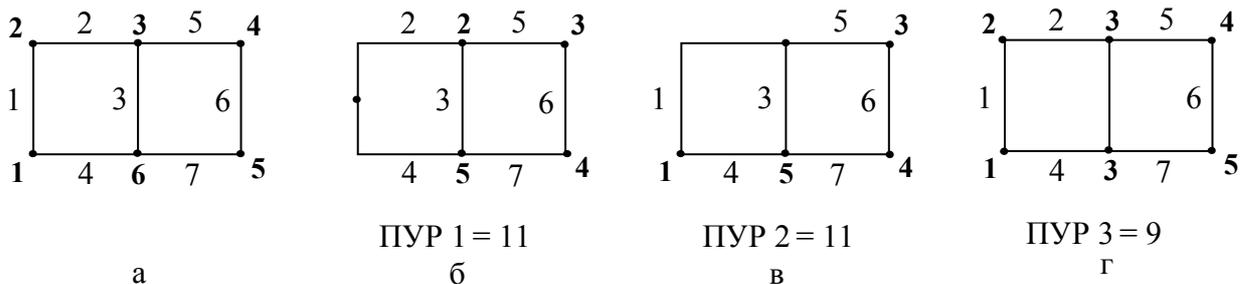
назовем, по аналогии с распределением степеней вершин [11], распределением показателей участия ребер (ПУР) графа G .

Пример определения показателей участия ребер графа лестничного графа. Рассмотрим пример получения распределения ПУР для лестничного графа на рис. 1,а [13]. Согласно выражению (1) необходимо найти количество деревьев графов, образованных в результате стягивания каждого ребра исходной структуры (рис. 1,б–з). Для этого удобно использовать матрицу *Трента*, в которой диагональные элементы будут соответствовать числу ребер входящих в узел графа, а недиагональные – числу связей между узлами. Чтобы определить число деревьев исследуемого графа, следует заземлить один из его узлов, что будет отражено на матрице вычеркиванием соответствующих строки и столбца.

Так, для схемы на рис. 1,б с заземленным узлом под номером «5» количество деревьев будет находиться следующим образом:

$$\Delta^{5+5} \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 11 \quad (2)$$

Аналогично находятся показатели участия всех остальных ребер лестничного графа.



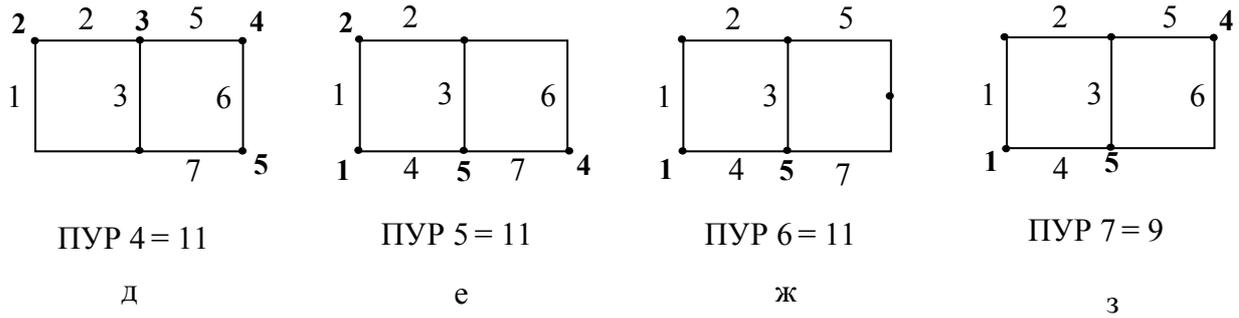


Рис. 1. Определение показателей участия ребер лестничного графа

Свойства показателей участия ребер. Рассмотрим некоторые свойства ПУР и их распределений.

Свойство 1. ПУР ребер дерева одинаковы и равны единице.

Свойство 2. ПУР последовательно соединенных (то есть, входящих в простую цепь [4]) ребер, как видно из рассмотренного выше примера, равны.

Свойство 3. ПУР кратных ребер равны.

Свойство 4. ПУР висячих ребер (мультиребер) графа одинаковы и равны числу его деревьев (мультидеревьев).

Под K -мультидеревом понимается подграф с двумя вершинами, содержащий K кратных ребер. В качестве ребер мультидерева используются мультиребра [3].

Свойства 1–4 вытекают из определения ПУР.

Свойство 5. Распределение ПУР графа G образующего T деревьев, подчиняется соотношению:

$$\sum_{i=1}^n T_i = (q-1)T. \quad (3)$$

Доказательство. Рассмотрим полное (с повторениями) множество ребер $R \supset I$, участвующих в образовании множества помеченных деревьев графа G . Очевидно, $|R| = (q-1)T$. Последовательно удаляем элементы из множества R , начиная с T_1 элементов, имеющих номер 1, и кончая T_n элементами с номером n . В результате получим $R \equiv \emptyset$. Это доказывает свойство 5.

Обратим внимание на то, что формула (3) позволяет вычислить количество деревьев графа G с q вершинами, зная количества деревьев у n графов G_i ($i \in I$), имеющих по $q-1$ вершин.

Свойство 6. ПУР ребер полного графа равен $2q^{q-3}$ [3].

Этот результат получается из формулы (2) с учетом того, что любые два ребра из $q(q-1)/2$ ребер полного графа подобны, а также $T = q^{q-2}$ [4].

Приведенные свойства показывают, что распределение ПУР, в отличие от распределения степеней вершин, весьма полно (если не

однозначно) характеризует структурные свойства исследуемого графа. Это дает основание предположить, что представление (1) является системой инвариантов графа, не имеющего висячих ребер (мультиребер). Данное предположение может быть опровергнуто посредством конструктивного перечисления неизоморфных графов. При этом требуется выявить некоторый граф H , в результате поочередного стягивания двух ребер m и l которого, возникают неизоморфные графы H_m и H_l , имеющие одинаковое число деревьев. Отметим, что множество неизоморфных графов с числом вершин, меньшим семи не содержит графа H [4]. Таким образом, если к рассматриваемому классу графов не принадлежит граф H , то тождественность распределений ПУР является достаточным условием для изоморфизма любой пары графов из этого класса.

Представим испытываемые графы двумя множествами $G=(X,U)$, $G'=(X',U')$, где X, X' – множества вершин, а U и U' – множества ребер, задаваемых парами вершин (бинарными отношениями). Каждому элементу множеств U и U' сопоставим ПУР и будем рассматривать соответствующие распределения P и P' ПУР. Под показателем участия вершины будем понимать множество ПУР ей инцидентных ребер. Распределения показателей участия вершин из множеств X и X' обозначим соответственно B и B' .

Изложенное выше позволяет сформулировать следующие критерии реберного и вершинного изоморфизма.

Теорема 1. Графы G и G' изоморфны, лишь в том случае, если они имеют тождественные распределения $P=P'$, а соответствия между равными ПУР этих распределений определяют подстановку (подстановки) изоморфизма для ребер $F(U)=U'$.

Теорема 2. Графы G и G' изоморфны, лишь в том случае, если они имеют тождественные распределения $B=B'$, а соответствия между совпадающими показателями участия вершин этих распределений определяют подстановку (подстановки) изоморфизма для вершин $W(X)=X'$.

Допустим, что рассматриваемые графы принадлежат к классу графов H . Тогда теоремы 1 и 2 формулируют весьма жесткие необходимые условия реберного и вершинного изоморфизма, которые позволяют отбраковать подавляющее число графов, претендующих на изоморфизм.

Теоремы 1 и 2, в отличие от известных критериев изоморфизма, предусматривают непосредственное получение всего множества подстановок, переводящих граф G в G' . При нахождении множества подстановок изоморфизма для ребер достаточно перебрать все возможные пары ребер с одинаковыми ПУР, имеющимися в распределениях P и P' . Определение множества подстановок изоморфизма для вершин требует перебора всех пар вершин с совпадающими показателями участия, имеющимися в распределениях B и B' . Нетрудно убедиться, что число

подстановок изоморфизма Q в некотором распределении показателей участия ребер или вершин подчиняется соотношению:

$$Q = \prod_{i=1}^r d_i!, \quad (4)$$

где r – количество различных показателей участия (классов показателей участия); d_i – число одинаковых показателей участия i -го класса.

Пример установления изоморфизма транзитивных графов на основе распределения ПУР. Рассмотрим группу претендующих на изоморфизм однородных графов G , G' и G'' (рис. 2). Проведем исследование этих графов на соответствие критериям заданным Теоремами 1 и 2. Для этого получим распределение ПУР для каждого графа с занесением результата в табл. 1.

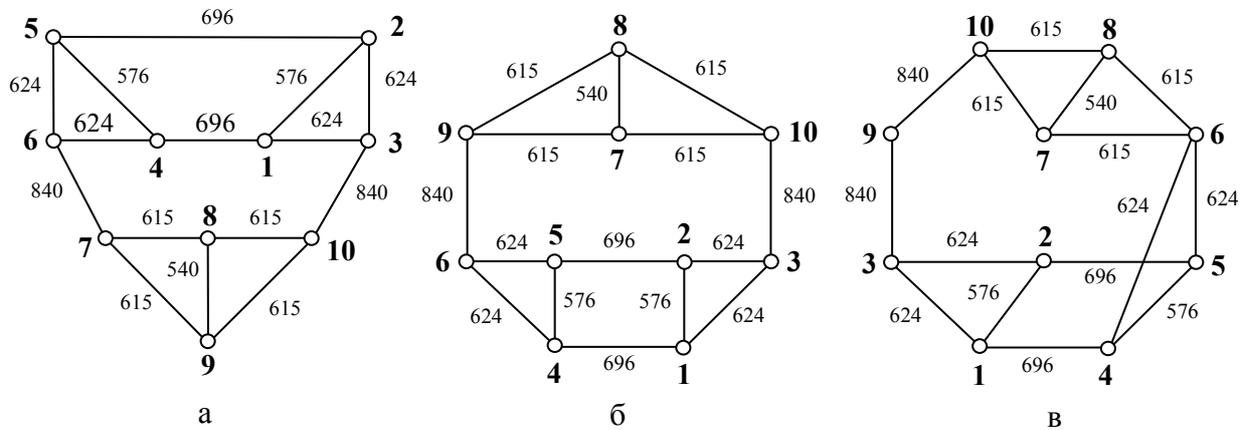


Рис. 2. Графы претендующие на изоморфизм G (а), G' (б), G'' (в)

Таблица 1. Распределение ПУР однородных графов

Бинарные отношения графа G	Бинарные отношения графа G'	Бинарные отношения графа G''	ПУР
9 - 10	7 - 10	7 - 10	615
8 - 10	10 - 8	10 - 8	615
3 - 10	6 - 9	3 - 9	840
9 - 8	7 - 8	7 - 8	540
9 - 7	9 - 7	6 - 7	615
8 - 7	9 - 8	6 - 8	615
7 - 6	3 - 10	9 - 10	840
6 - 4	6 - 4	6 - 4	624
6 - 5	6 - 5	6 - 5	624
5 - 4	5 - 4	5 - 4	576
1 - 4	1 - 4	1 - 4	696
2 - 5	2 - 5	2 - 5	696
1 - 3	1 - 3	1 - 3	624
1 - 2	1 - 2	1 - 2	576
3 - 2	3 - 2	3 - 2	624

Как видно из табл. 1 полученные распределения показателей участия $P=P'=P''$ тождественны друг другу. Соответствия между равными ПУР этих распределений определяют подстановку (подстановки) изоморфизма для ребер, следовательно, согласно Теореме 1 графы G , G' и G'' являются изоморфными.

Число вершин исследуемых графов больше семи, следовательно тождественность распределений ПУР не является достаточным условием установления их изоморфизма. Согласно Теореме 2 необходимо рассмотреть эти графы на соответствие условиям вершинного изоморфизма. Для этого получим распределение показателей участия вершин графов с занесением результатов в табл. 2.

Таблица 2. Распределение показателей участия вершин графов табл. 1

Номер вершины	Показатели участия вершин графа G	Показатели участия вершин графа G'	Показатели участия вершин графа G''
1	576, 624, 696	576, 624, 696	576, 624, 696
2	576, 624, 696	576, 624, 696	576, 624, 696
3	624, 624, 840	624, 624, 840	624, 624, 840
4	576, 624, 696	576, 624, 696	576, 624, 696
5	576, 624, 696	576, 624, 696	576, 624, 696
6	624, 624, 840	624, 624, 840	615, 615, 624, 624
7	615, 615, 840	540, 615, 615	540, 615, 615
8	540, 615, 615	540, 615, 615	540, 615, 615
9	540, 615, 615	615, 615, 840	840, 840
10	615, 615, 840	615, 615, 840	615, 615, 840

Как следует из табл. 2 $B=B' \neq B''$, то есть, критерию вершинного изоморфизма удовлетворяют лишь графы G и G' . Следовательно, графы G и G' являются изоморфными.

Стоит отметить, что критерий заданный Теоремой 2 позволяет установить изоморфизм графов, отличающихся друг от друга фактически лишь различной нумерацией узлов, то есть графов, изоморфизм которых очевиден. Это резко ограничивает возможность применения критерия вершинного изоморфизма. В то же время, использование Теоремы 1 позволяет установить изоморфизм структур, образованных простейшими эквивалентными преобразованиями, что является часто возникающей задачей в структурном синтезе.

Нахождение показателей участия ребер мультиграфа. Непосредственное применение указанных теорем к мультиграфам с висячими ребрами (мультиребрами) или, в частном случае, к деревьям не позволяет, согласно свойству 1 и 4, исследовать их на изоморфизм. Также обстоит дело с ориентированными и частично ориентированными (смешанными) мультиграфами, поскольку под ПУР в этом случае следует

понимать число ориентированных деревьев с фиксированным корнем [12], которые можно образовать на графе с участием рассматриваемого ребра. Для установления изоморфизма произвольных мультиграфов без петель (включая деревья) необходимо дополнить испытываемые графы фиктивной вершиной, смежной с каждой из вершин. Это преобразование не нарушает изоморфизм исходных графов, если он имел место. Фиктивная вершина должна выбираться в качестве корня ориентированного или смешанного мультиграфа. Применение теорем 1 и 2 к преобразованным таким образом графам G и G' (рис. 3) позволяет исследовать их на изоморфизм.

Таблица. 3. Распределение ПУР ориентированных графов

Бинарные отношения графа G	Бинарные отношения графа G'	ПУР
2 - 1	1 - 6	10725
3 - 1	2 - 1	10100
4 - 1	1 - 4	9725
1 - 6	2 - 6	9725
1 - 7	1 - 5	10100
1 - 8	7 - 1	10725
3 - 2	2 - 7	10725
4 - 2	3 - 2	10100
5 - 2	8 - 1	9725
2 - 7	4 - 2	9725
2 - 8	5 - 3	10100
4 - 3	8 - 2	10725
5 - 3	6 - 4	10100
6 - 3	6 - 3	9725
3 - 8	3 - 7	9725
5 - 4	4 - 3	10725
6 - 4	4 - 8	10100
7 - 4	7 - 5	9725
6 - 5	3 - 8	10725
7 - 5	7 - 6	10100
8 - 5	5 - 8	9725
7 - 6	5 - 4	10725
8 - 6	8 - 7	10100
8 - 7	6 - 5	10725

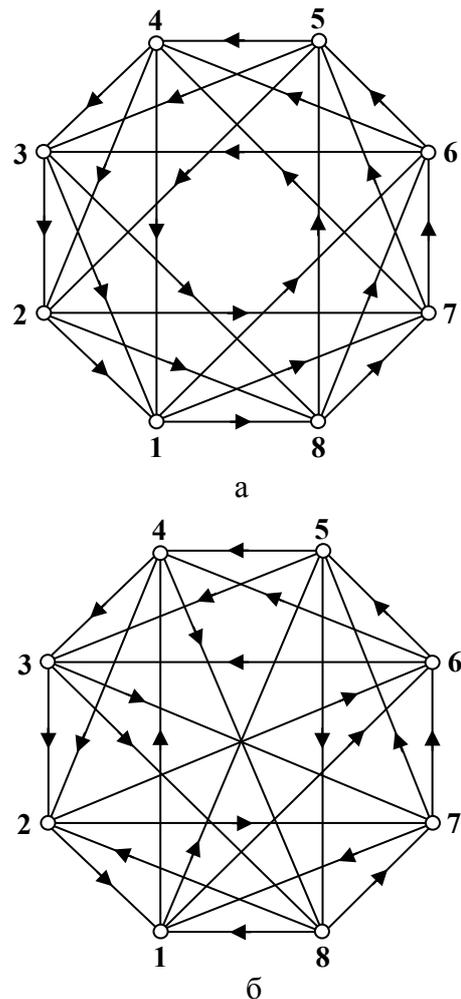


Рис. 3. Изоморфные направленные графы G и G'

Подсчет показателей участия ребер и вершин транзитивных графов. Связным транзитивным графом называется граф, группа изоморфизмов которого действует транзитивно на множестве вершин. Транзитивными являются графы, составленные ребрами и вершинами пяти правильных многогранников или платановых тел: тетраэдра, куба, октаэдра, додекаэдра, икосаэдра [14]. Интерес к исследованию транзитивных графов связан с тем, что они являются

высокосимметричными комбинаторными объектами и включают большинство контрпримеров или «трудных» примеров к эвристическим алгоритмам распознавания изоморфизма графов, анализа групп автоморфизмов графов.

Исследование транзитивных графов может способствовать более глубокому анализу и более точной характеристике конечных абстрактных групп малого порядка, так как ориентация ребер графа и их раскраска позволяют строить диаграммы *Кэли*, т.е. «порождать» и исследовать графы групп изоморфизмов графов. Первоочередной интерес представляют графы, порождающие диаграмму *Кэли* своей группы автоморфизмов, т.е. с регулярной группой. Не менее важно семейство дистанционно-транзитивных графов, группы автоморфизмов которых действуют транзитивно на упорядоченных парах равноудаленных вершин. Данные графы нашли широкое применение в алгебраической теории кодирования. Установлено, что для многих известных конечных простых групп их «естественные» подстановочные представления имеют вид группы автоморфизмов определенных дистанционно-транзитивных графов [14].

Еще один аспект исследования транзитивных графов – исследование таких семейств графов, которые не порождают диаграмму *Кэли* на основе раскрасок ребер и их ориентации, но могут быть исследованы и изучены в терминах образующих, т.е. раскрасок ребер. Исследование транзитивных графов имеет прикладной интерес, связанный с разработкой архитектур многомашинных и многопроцессорных вычислительных систем, топологии однородных вычислительных сред, оптимальных с точки зрения их связности, структурной надежности и живучести [14].

На рис. 4 представлено семейство транзитивных графов с количеством вершин 6, 8, 10 и 12 соответственно. Значения ПУР графов указаны непосредственно на рисунках. В табл. 1–3 приведены распределения показателей участия вершин каждого графа.

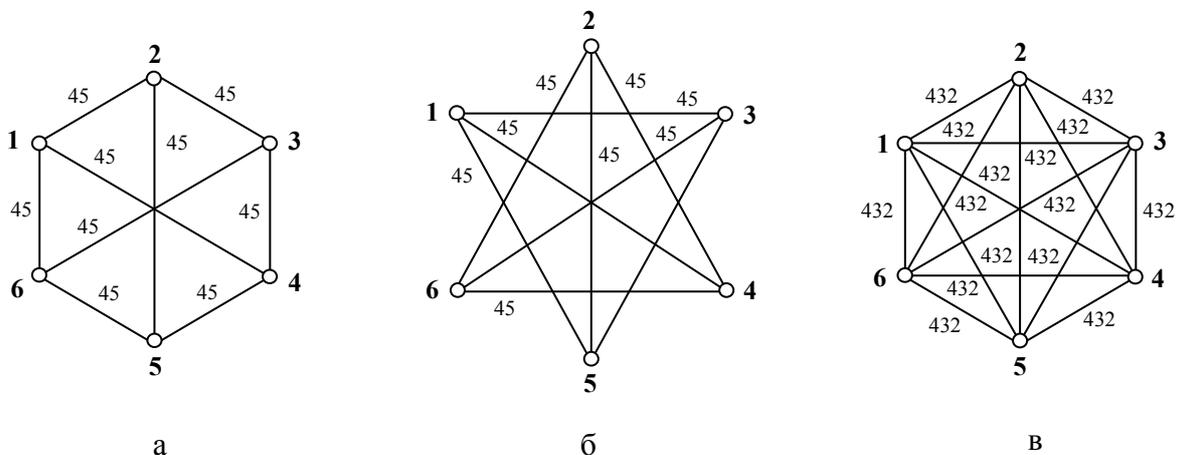
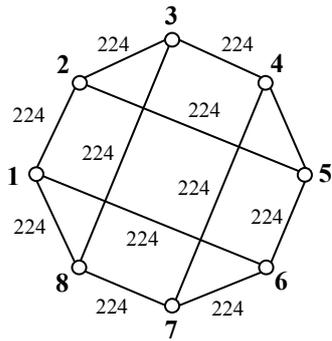


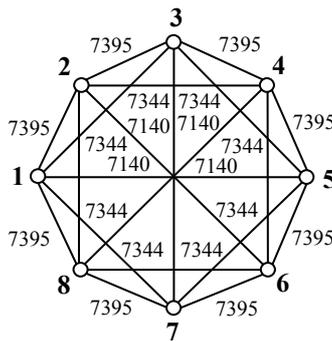
Рис. 4. Транзитивные графы на шести вершинах

Таблица 4. Распределение показателей участия вершин графов рис. 4

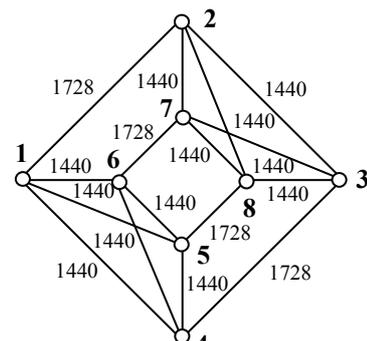
Номер вершины	ПУВ рис. 4,а	ПУВ рис. 4,б	ПУВ рис. 4,в
1	45, 45, 45	40, 45, 40	432, 432, 432, 432, 432
2	45, 45, 45	40, 45, 40	432, 432, 432, 432, 432
3	45, 45, 45	40, 40, 45	432, 432, 432, 432, 432
4	45, 45, 45	45, 40, 40	432, 432, 432, 432, 432
5	45, 45, 45	40, 45, 40	432, 432, 432, 432, 432
6	45, 45, 45	40, 45, 40	432, 432, 432, 432, 432



а



б

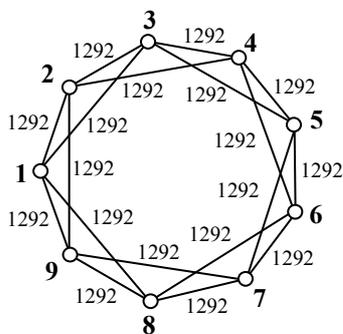


в

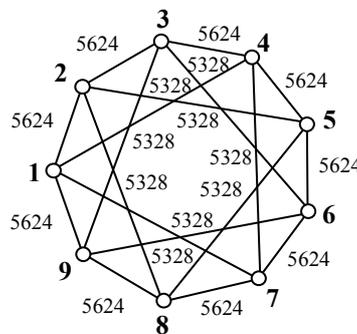
Рис. 5. Транзитивные графы на восьми вершинах

Таблица 5. Распределение показателей участия вершин графов рис. 5

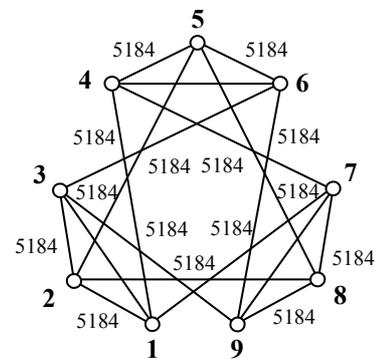
Номер вершины	ПУВ рис. 5,а	ПУВ рис. 5,а	ПУВ рис. 5,а
1	224, 224, 224	7395, 7140, 7344, 7140, 7395	1728, 1440, 1440, 1440
2	224, 224, 224	7395, 7395, 7140, 7344, 7140	1728, 1440, 1440, 1440
3	224, 224, 224	7140, 7395, 7395, 7140, 7344	1440, 1728, 1440, 1440
4	224, 224, 224	7140, 7395, 7395, 7140, 7344	1440, 1728, 1440, 1440
5	224, 224, 224	7344, 7140, 7395, 7395, 7140	1440, 1440, 1440, 1728
6	224, 224, 224	7344, 7140, 7395, 7395, 7140	1440, 1440, 1440, 1728
7	224, 224, 224	7140, 7344, 7140, 7395, 7395	1440, 1440, 1728, 1440
8	224, 224, 224	7140, 7344, 7140, 7395, 7395	1440, 1440, 1728, 1440



а



б



в

Рис. 6. Транзитивные графы на девяти вершинах

Таблица 6. Распределение показателей участия вершин графов рис. 6

Номер вершины	ПУВ рис. 6,а	ПУВ рис. 6,а	ПУВ рис. 6,а
1	4420, 4828, 4828, 4420	5624, 5328, 5328, 5624	5184, 5184, 5184, 5184
2	4420, 4420, 4828, 4828	5624, 5624, 5328, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
3	4828, 4420, 4420, 4828	5624, 5624, 5328, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
4	4828, 4420, 4420, 4828	5328, 5624, 5624, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
5	4828, 4420, 4420, 4828	5328, 5624, 5624, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
6	4828, 4420, 4420, 4828	5328, 5624, 5624, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
7	4828, 4420, 4420, 4828	5328, 5624, 5624, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
8	4828, 4828, 4420, 4220	5328, 5624, 5624, 5328	5184, 5184, 5184, 5184
9	4420, 4828, 4828, 4420	5624, 5328, 5328, 5624	5184, 5184, 5184, 5184

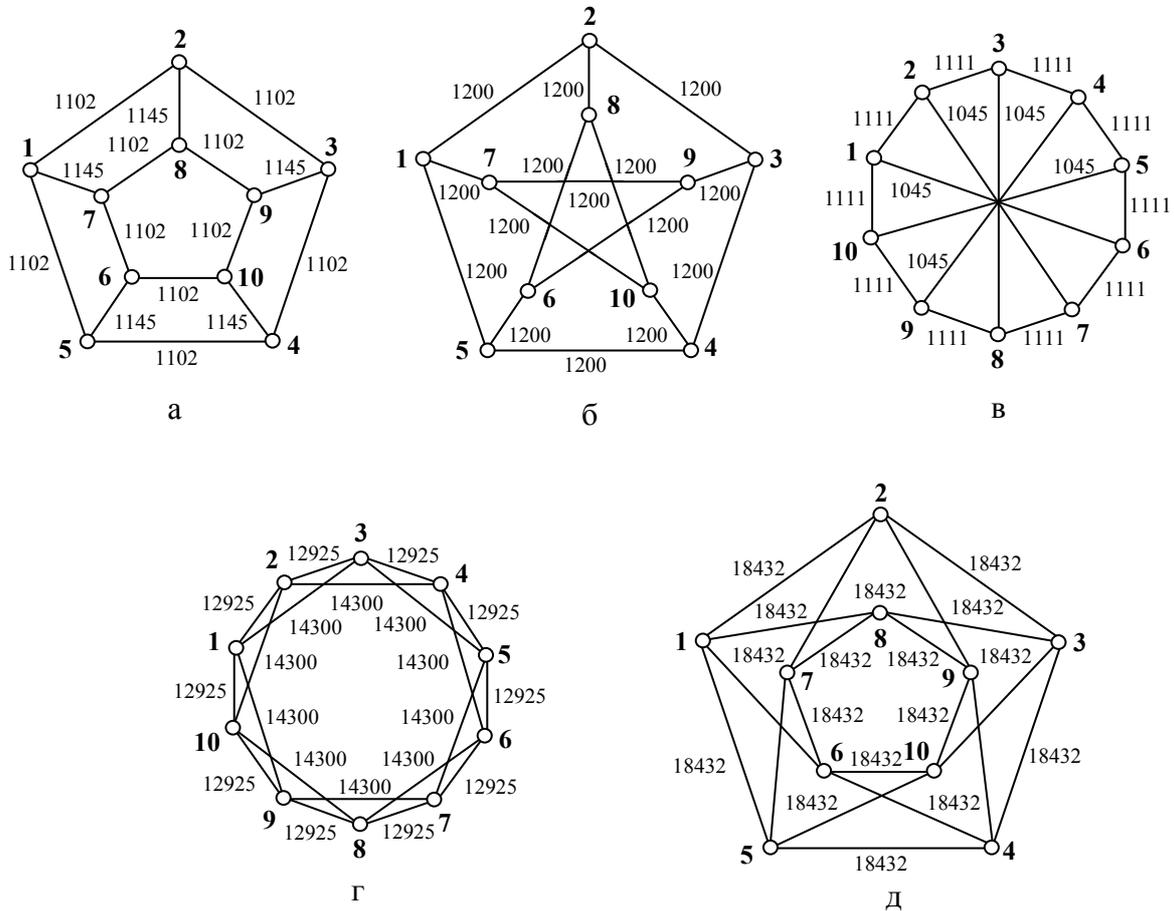
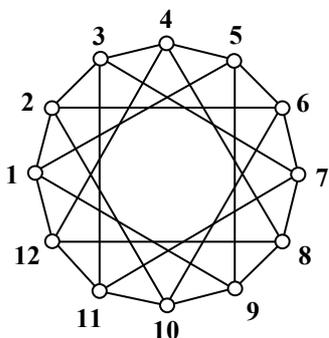


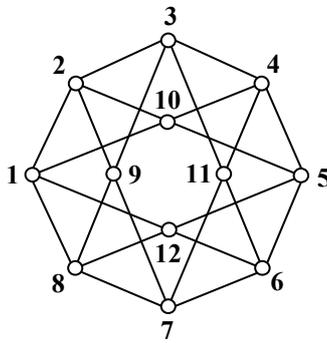
Рис. 7. Транзитивные графы на десяти вершинах

Таблица 7. Распределение показателей участия вершин графов рис. 7

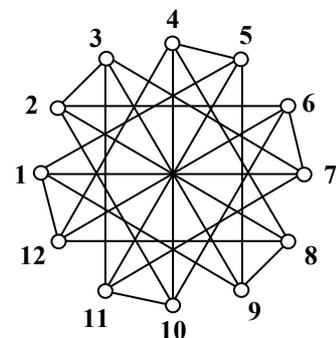
Номер вершины	ПУВ рис. 7,а	ПУВ рис. 7,б	ПУВ рис. 7,в	ПУВ рис. 7,г	ПУВ рис. 7,д
1	1102, 1102, 1045	1200, 1200, 1200	1111, 1045, 1111	12925, 14300, 14300, 12925	18432, 18432, 18432, 18432
2	1102, 1102, 1045	1200, 1200, 1200	1111, 1111, 1045	12925, 12925, 14300, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
3	1102, 1102, 1045	1200, 1200, 1200	1111, 1111, 1045	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
4	1102, 1102, 1045	1200, 1200, 1200	1111, 1111, 1045	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
5	1102, 1102, 1045	1200, 1200, 1200	1111, 1111, 1045	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
6	1045, 1102, 1102	1200, 1200, 1200	1045, 1111, 1111	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
7	1045, 1102, 1102	1200, 1200, 1200	1045, 1111, 1111	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
8	1045, 1102, 1102	1200, 1200, 1200	1045, 1111, 1111	14300, 12925, 12925, 14300	18432, 18432, 18432, 18432
9	1045, 1102, 1102	1200, 1200, 1200	1045, 1111, 1111	12925, 14300, 14300, 12925	18432, 18432, 18432, 18432
10	1045, 1102, 1102	1200, 1200, 1200	1111, 1045, 1111	12925, 14300, 14300, 12925	18432, 18432, 18432, 18432



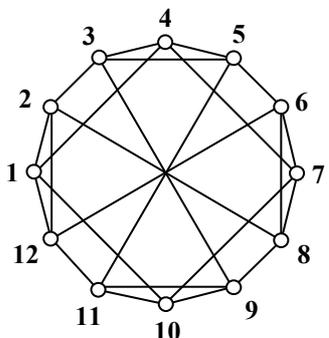
а



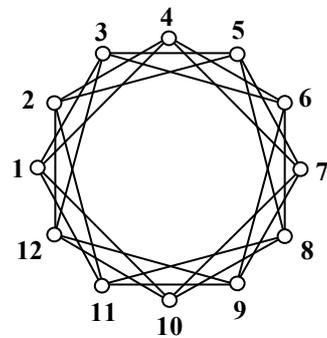
б



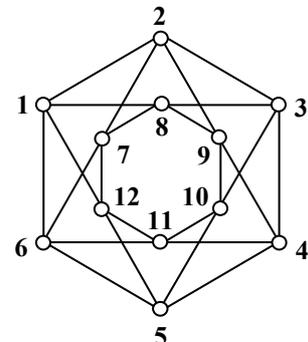
в



г



д



е

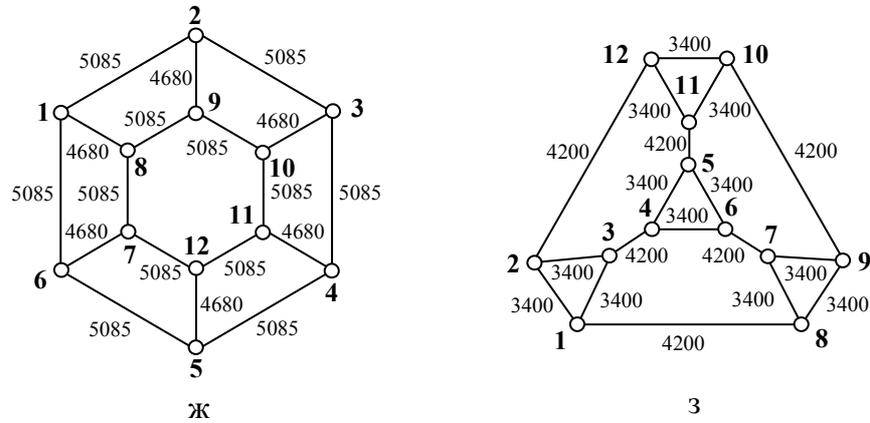


Рис. 8. Транзитивные графы на двенадцати вершинах

Таблица 8. Распределение показателей участия ребер графов рис. 8, а-г

Рис. 8, а	ПУР	Рис. 8, б	ПУР	Рис. 8, в	ПУР	Рис. 8, г	ПУР
1-2	178816	1-2	152064	1-5	175875	1-2	169600
1-5	161920	1-8	152064	1-7	175875	1-4	182400
1-9	161920	1-10	152064	1-9	161000	1-10	182400
1-12	178816	1-12	152064	1-12	161000	1-12	182400
2-3	178816	2-3	152064	2-3	175875	2-3	169600
2-6	161920	2-9	152064	2-6	161000	2-8	182400
2-10	161920	2-10	152064	2-8	175875	2-12	182400
3-4	178816	3-4	152064	2-10	161000	3-4	169600
3-7	161920	3-9	152064	3-7	161000	3-5	182400
3-11	161920	3-11	152064	3-9	161000	3-9	182400
4-5	178816	4-5	152064	3-11	161000	4-5	169600
4-8	161920	4-10	152064	4-5	175875	4-7	182400
4-12	161920	4-11	152064	4-8	161000	5-6	169600
5-6	178816	5-6	152064	4-10	175875	5-11	182400
5-9	161920	5-10	152064	4-12	161000	6-7	169600
6-7	178816	5-12	152064	5-9	161000	6-8	182400
6-10	161920	6-7	152064	5-11	175875	6-12	182400
7-8	178816	6-11	152064	6-7	175875	7-8	169600
7-11	161920	6-12	152064	6-10	161000	7-10	182400
8-9	178816	7-11	152064	6-12	175875	8-9	169600
8-12	161920	7-8	152064	7-11	161000	9-10	169600
9-10	178816	7-9	152064	8-9	175875	9-11	182400
10-11	178816	8-9	152064	8-12	161000	10-11	169600
11-12	178816	8-12	152064	10-11	175875	11-12	169600

Таблица 9. Распределение показателей участия ребер графов рис. 8, д–з

Рис. 8, д	ПУР	Рис. 8, е	ПУР	Рис. 8, ж	ПУР	Рис. 8, з	ПУР
1-3	197316	1-2	180224	1-2	5085	1-2	3400
1-4	195615	1-6	180224	1-6	5085	1-3	3400
1-10	195615	1-8	180224	1-8	4680	1-8	4200
1-11	195615	1-12	180224	2-3	5085	2-3	3400
2-4	197316	2-3	180224	2-9	5085	2-12	4200
2-5	195615	2-7	180224	3-4	5085	3-4	4200
2-11	195615	2-9	180224	3-10	4680	4-5	3400
2-12	195615	3-4	180224	4-5	5085	4-6	3400
3-5	197316	3-8	180224	4-11	4680	5-6	3400
3-6	195615	3-10	180224	5-6	5085	5-11	4200
3-12	195615	4-5	180224	5-12	4680	6-7	4200
4-6	197316	4-9	180224	6-7	4680	7-8	3400
4-7	195615	4-11	180224	7-8	5085	7-9	3400
5-7	197316	5-6	180224	7-12	5085	8-9	3400
5-8	195615	5-10	180224	8-9	5085	9-10	4200
6-8	197316	5-12	180224	9-10	5085	10-11	3400
6-9	195615	6-7	180224	10-11	5085	10-12	3400
7-9	197316	6-11	180224	11-12	5085	11-12	3400
7-10	195615	7-8	180224				
8-10	197316	7-12	180224				
8-11	195615	8-9	180224				
9-11	197316	9-10	180224				
9-12	195615	10-11	180224				
10-12	197316	11-12	180224				

Таблица 10. Распределение показателей участия вершин графов рис. 8,а–г

Номер вершины	ПУВ рис. 8,а	ПУВ рис. 8,б	ПУВ рис. 8,в	ПУВ рис. 8,г
1	178816, 161920, 161920, 178816	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	169600, 182400, 182400, 169600
2	178816, 178816, 161920, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	169600, 169600, 182400, 182400
3	178816, 178816, 161920, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	169600, 169600, 182400, 182400
4	178816, 178816, 161920, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	182400, 169600, 169600, 182400
5	161920, 178816, 178816, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	182400, 169600, 169600, 182400
6	161920, 178816, 178816, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	169600, 169600, 182400, 182400

Продолжение таблицы 10. Распределение показателей участия вершин графов рис.8,а–г

7	161920, 178816, 178816, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	182400, 169600, 169600, 182400
8	161920, 178816, 178816, 161920	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	182400, 182400, 169600, 169600
9	161920, 161920, 178816, 178816	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	182400, 169600, 169600, 182400
10	161920, 161920, 178816, 178816	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	182400, 182400, 169600, 169600
11	161920, 161920, 178816, 178816	152064, 152064, 152064, 152064	161000, 175875, 161000, 175875	169600, 169600, 182400, 182400
12	178816, 161920, 161920, 178816	152064, 152064, 152064, 152064	175875, 161000, 175875, 161000	169600, 182400, 182400, 169600

Таблица 11. Распределение показателей участия вершин графов рис. 8,д–з

Номер вершины	ПУВ рис. 8,д	ПУВ рис. 8,е	ПУВ рис. 8,ж	ПУВ рис. 8,з
1	197316, 195615, 195615, 197316	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	3400, 3400, 4200
2	197316, 195615, 195615, 197316	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	3400, 3400, 4200
3	197316, 197316, 195615, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	3400, 3400, 4200
4	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	4200, 3400, 3400
5	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	3400, 3400, 4200
6	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	5085, 5085, 4680	3400, 3400, 4200
7	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400
8	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400
9	195615, 197316, 197316, 195615	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400
10	195615, 195615, 197316, 197316	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400
11	197316, 195615, 195615, 197316	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400
12	197316, 195615, 195615, 197316	152064, 152064, 152064, 152064	4680, 5085, 5085	4200, 3400, 3400

Выводы. 1. Разработан метод установления изоморфизма графов G , на основе распределений показателей участия их ветвей. 2. Предложенный метод сводится к численному нахождению определителей целочисленных матриц, соответствующих G_i и G'_i ($i \in I$), что выгодно отличает его от известных методов, имеющих комбинаторный характер. 3. Метод может

быть использован для исключения изоморфных схем в процессе структурного синтеза. 4. Проведен подсчет показателей участия ребер и вершин транзитивных графов на 6, 8, 10 и 12 вершинах.

Литература

1. Ланнэ А. А., Матвийчук Я. Н., Михайлова Е. Д., Саркисян Б.С. Оптимальная реализация линейных электронных RLC-схем.– Киев: Наукова думка, 1981.– 208 с.
2. Лыпарь Ю. И. Автоматизация проектирования избирательных усилителей и генераторов.– Л.: Изд-во Ленингр. Ун-та, 1983.– 144 с.
3. Филаретов В. В. Метод изоморфных преобразований для анализа квазиполных и квазиоднородных графов проводимостей // Электричество.– 1987.– №5.– С. 5–9.
4. Харари Ф. Теория графов.– М.: Мир, 1973.– 300с.
5. Балицкая Е. Е., Михайлова Е. Д. Алгоритм выявления изоморфизма двух произвольных графов // Теорет. электротехника.– Львов, 1974.– Вып. 17.– С. 8–14.
6. Королев А. Г., Курейчик В. М. Об одном методе распознавания изоморфизма графов // Кибернетика.– 1977.– №2.– С. 82–87.
7. Погребной В. К. Об одном методе определения изоморфизма графов // Кибернетика.– 1982.– №2.– С 7–13, 24.
8. Королев А. Г. Алгоритм определения изоморфизма графов на основе их преобразования с учетом компонент связности // Кибернетика.– 1987.– №1.– С. 27–31, 46.
9. Горшков К. С., Токарев Ю. В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.
10. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.– С. 48–52.
11. Фараджев И. А. Генерирование неизоморфных графов с заданным распределением степеней вершин // Алгоритмические исследования в комбинаторике.– М., 1978.– С. 11–19.
12. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы.– М.: Мир, 1984.– 455 с.
13. Филаретов В. В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
14. Кохов В. А. Диаграммы, числа стабильности и цикловые индексы групп автоморфизмов транзитивных графов // Исследования по прикладной теории графов. – Новосибирск: Наука.– 1986. – с. 97–126.

Горшков Константин Сергеевич – ассистент кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, главный редактор информационно-аналитического ресурса «Левый Ульяновск» <http://www.levul.org>. Домашний адрес: г. Ульяновск, ул. Тельмана, д. 14, кв. 9. Телефон: 52-87-13. e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vvfil@mail.ru

СХЕМНО-СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С МНОГОМЕРНЫМИ УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ

К. С. Горшков, В. В. Филаретов

Введение. Простейшие эквивалентные преобразования электрических цепей широко применяются как при анализе, так и при синтезе схем: объединение последовательных сопротивлений и параллельных проводимостей, замена источника ЭДС источником тока и наоборот, перестановка элементов как по отдельности, так и в группе, перенос источников напряжения через сечение и источников тока по контуру [1]. Использование более сложных видов преобразований как правило сопряжено с увеличением количества элементов, возникновением между ними дополнительных управляющих связей, что существенно затрудняет дальнейший анализ схемы [2, 3]. Избежать этого позволяет применение схемно-алгебраического аппарата метода схемных определителей [4–9]. Так в работе [10] предложены новые эквивалентные преобразования: переключение активных элементов, обеспечивающее сохранение количества элементов в схеме, и перенос ветвей приемников тока через узел или сечение, и ветвей приемников напряжения по контуру.

При переносе приемников могут возникать ситуации, когда несколько однотипных приемников от различных управляемых источников оказываются соединены таким образом, что их можно объединить в один (рис. 1,а и рис. 1,б). Тогда соответствующие генераторы объединяются в так называемый многомерный генератор, управляемый одним приемником, или многомерный управляемый источник [6].

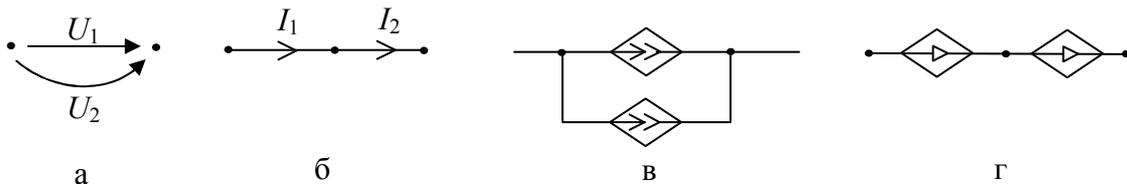


Рис. 1. Условия возникновения многомерных УИ

Многомерные УИ используются как вспомогательные схемные элементы при символьном анализе электрических цепей с несколькими независимыми источниками по неявному методу наложения [7], так и в качестве базовых узлов практической схемотехники. Так, на рис. 2,а в схеме активного фильтра с многопетлевой обратной связью УИ с параметрами b_1, b_2, \dots, b_n образуют многомерный УИ.

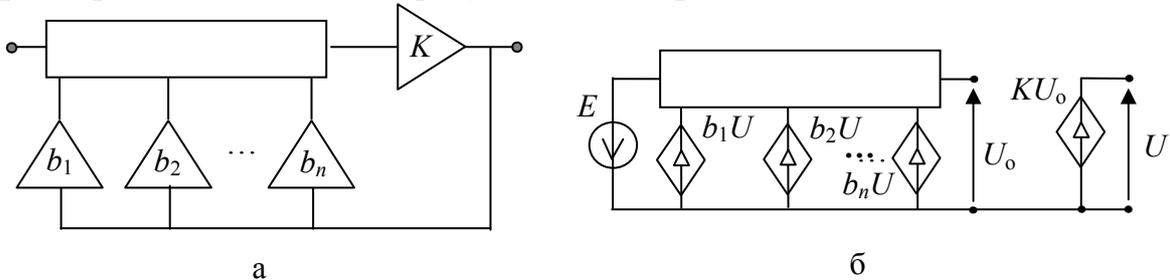


Рис. 2. Активная RC -цепь и ее схема замещения

В соответствии с классической формулировкой принципа наложения общая реакция схемы на приемнике напряжения или тока находится путем вычисления реакций каждого отдельно взятого источника и последующего алгебраического суммирования этих реакций. При этом источники, не участвующие в порождении некоторого отклика, исключаются из схемы в соответствии с их физическими свойствами, то есть источники напряжения стягиваются, а источники тока удаляются. В отличие от традиционного (явного) принципа наложения неявный принцип наложения заключается в замене всех независимых источников на компенсирующие элементы – источники, которые управляются ветвью единственного опорного источника [7].

Пример образования многомерного УИ. Проиллюстрируем образование многомерного УИ при использовании неявного метода наложения. Без потери общности будем рассматривать схему, содержащую источник ЭДС E , источник тока J и приемник с искомым током I , которая показана на рис. 3,а. От этой схемы, используя формальную замену I/I для множителя 1 при E и J нетрудно перейти к эквивалентной схеме на рис. 3,б.

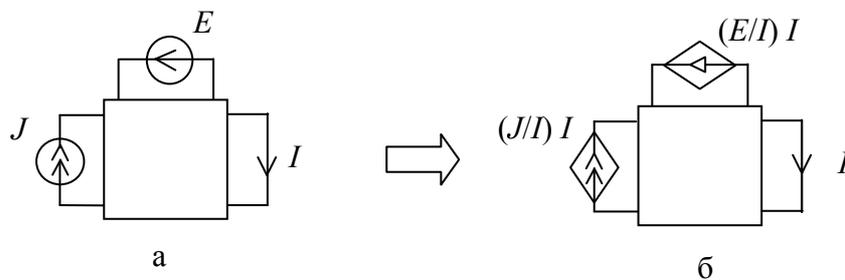


Рис. 3. Эквивалентная замена независимых источников на источники, управляемые током

Схема на рис. 3,б не содержит независимых источников, следовательно, ее определитель при токе I , отличном от нуля, должен быть тождественно равен нулю, то есть схема на рис. 3,б является вырожденной. Применяя формулу выделения параметров УИ [5, 6, 8] к схеме на рис. 3,а, получаем схемно-алгебраическое выражение (САВ)

$$\left| \begin{array}{c} (E/I) I \\ (J/I) I \\ \vdots \\ I \end{array} \right| = (J/I) \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + (E/I) \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right|$$

которое с учетом вырожденности схемы на рис. 3,б приводит к выражению для искомого отклика

$$I = \left(J \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + E \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| \right) / \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right|, \quad (1)$$

Если ввести запрет на нейтрализацию приемника с искомым током, то схемно-алгебраическое выражение (1) записывается более компактно

$$I = - \left| \begin{array}{c} E I \\ J I \\ \vdots \\ I \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right|, \quad (2)$$

где символ I , который помечает схемный определитель, указывает на вырождение всех схем, образованных при его раскрытии и не содержащих приемника с током I . Это означает, что слагаемые числителя могут содержать в качестве сомножителей либо J , либо E , но не произведение EJ , поскольку последовательное включение двух ПНУИ приводит к вырождению схемы.

Аналогично находится САВ для отклика напряжения в схеме на рис. 4,а.

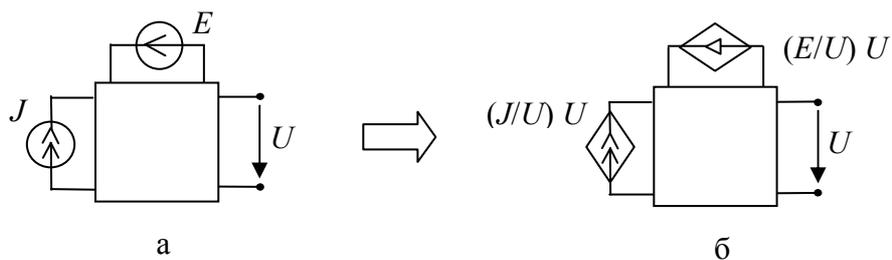


Рис. 4. Эквивалентная замена независимых источников на источники, управляемые напряжением

Опуская промежуточные выкладки, получаем

$$U = - \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } EU \text{ source and } JU \text{ dependent source} \\ \text{Output } U \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } U \text{ source} \end{array} \end{array} \right. \quad (3)$$

где символ U , который помечает схемный определитель, указывает на вырождение всех схем, образованных при его раскрытии и не содержащих приемника с напряжением U . Это означает, что слагаемые числителя могут содержать в качестве сомножителей, либо J , либо E , но не произведение EJ , поскольку параллельное включение двух ПНУИ приводит к вырождению схемы.

Для выделения параметров многомерного УИ можно применить обычные формулы выделения УИ [4, 5, 8]. Для сокращения объема выкладок целесообразно использовать рекурсивно следующую формулу

$$\Delta = p_i \Delta_1 + \Delta_2 \quad (4)$$

где p_i – параметр i -го генератора многомерного УИ, принадлежащий множеству $\chi_i \in \{K, G, H, B\}$; Δ_1 – определитель схемы, в которой выделяемый i -й генератор многомерного УИ заменяется на ГНУИ, приемник многомерного УИ заменяется на ПНУИ, а остальные генераторы 1, 2, ..., $i-1$, ..., $i+1$, ..., n , нейтрализуются; Δ_2 – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого генератора ($\Delta_2=0$, если были выделены или нейтрализованы все генераторы, соответствующие параметрам многомерного УИ).

Анализ электрической цепи, содержащей многомерный УИ.
Анализируемая активная RC -цепь и ее схема замещения [8] показаны на рис. 2,а и рис. 2,б соответственно.

Используя САВ (3), можно записать выходное напряжение схемы в виде $U = -\Delta N / \Delta D$. Преобразование САВ для ΔN к алгебраическому виду с использованием формулы (4) выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \Delta N &= \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } EU \text{ source and } KU_0 \text{ dependent source} \\ \text{Output } U \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \end{array} \end{array} \right| = E \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \\ \text{Output } KU_0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \end{array} \end{array} \right| = \\ &= EK \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \\ \text{Output } 1 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \end{array} \end{array} \right| = -EK \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \\ \text{Output } 0 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \text{ with } U_0 \text{ source} \end{array} \end{array} \right|. \quad (5)$$

Аналогично по формуле (4) выполняется преобразование к алгебраическому виду САВ для ΔD

$$\begin{aligned}
 \Delta D = & \left| \begin{array}{cccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| = K \left| \begin{array}{cccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| \\
 + & \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| = K \left(\left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| + \right. \\
 + & \left. \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| \right) = \\
 = & -K \left(b_1 \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| + b_2 \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| + \dots + \right. \\
 + & \left. b_n \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{array} \right| \right). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Минус перед параметром K объясняется однократной взаимной заменой номеров у ПНУИ для образования идеального проводника. Обратим внимание на то, что отношение единственного определителя числителя к последнему определителю в выражении для знаменателя является передаточной функцией по напряжению φ выделенного $(n + 2)$ -полюсника при заземленных нижних выводах. Разделив и числитель, и знаменатель выражения $-\Delta N/\Delta D$ на этот последний определитель, получаем известное выражение для активной RC -цепи с многопетлевой обратной связью [11]

$$U = \frac{Ek\varphi}{1 - K(b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + \dots + b_n\beta_n)}, \quad (7)$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – коэффициенты передачи напряжения внешнего $(n + 2)$ -полюсника в случаях заземления его левого полюса и $n-1$ нижних полюсов при подаче напряжения на $1, 2, \dots, n$ нижние полюсы соответственно.

Важно, что указанный $(n-2)$ -полюсник может содержать управляемые источники также, как и исходная схема на рис. 2,б.

Генераторы напряжения или тока, управляемые многомерным приемником. В результате переноса источников возможно образование последовательного соединения генераторов напряжения (рис. 1,в) и параллельного соединения генераторов тока (рис. 1,г). Объединение этих генераторов приводит к получению генератора, управляемого несколькими приемниками, то есть многомерным приемником. Такой многомерный УИ, дуальный рассмотренному ранее, будем называть генератором напряжения или тока, управляемым многомерным приемником.

В схемотехнике имеется аналог многомерного УИ с многомерным приемником – это обычный сумматор напряжений или токов. Так, на рис. 5 представлена схема сумматора напряжения на одном дифференциальном операционном усилителе (ОУ) [12].

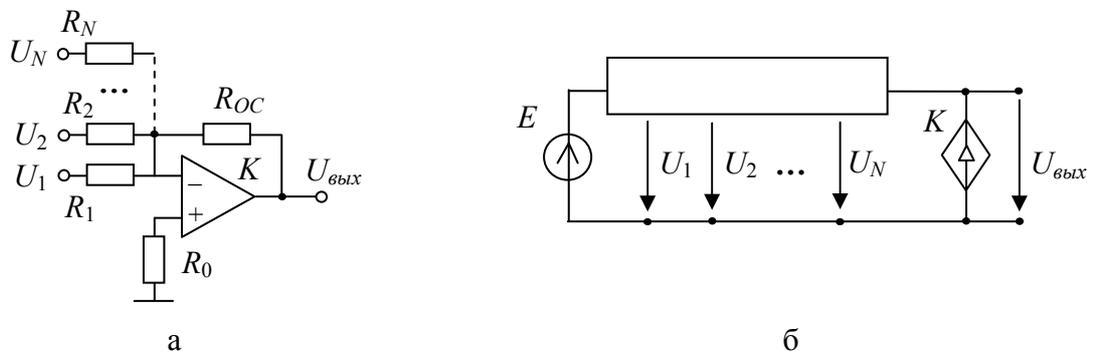


Рис. 5. Схема сумматора напряжения на дифференциальном ОУ

Для выделения параметра многомерного УИ, управляемого многомерным приемником рекурсивно используется формула, двойственная выражению (4)

$$\Delta = p\Delta_1 + \Delta_2 \quad (8)$$

где p – параметр генератора многомерного УИ, принадлежащий множеству $\chi_i \in \{K, G, H, B\}$; Δ_1 – определитель схемы, в которой генератор заменяется на ГНУИ, i -й приемник многомерного УИ заменяется на ПНУИ, а остальные приемники $1, 2, \dots, i-1, \dots, i+1, \dots, n$, нейтрализуются; Δ_2 – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого приемника ($\Delta_2=0$, если были выделены или нейтрализованы все приемники многомерного УИ).

Выводы. 1. Введены новые схемные элементы – многомерные управляемые источники тока и напряжения, которые имеют многомерный генератор, управляемый одним приемником, или многомерный приемник, управляющий одним генератором. Многомерные управляемые источники могут получаться в результате переноса элементов схемы или быть реальными схемными элементами. 2. Предложены формулы выделения параметров многомерных УИ.

Литература

1. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
2. Шакиров М.А. Применение метода переноса источников для расчета и анализа линейных электрических цепей // Изв. вузов. Электромеханика. – 1973.– №11.
3. Шакиров М.А. Перенос линейных пассивных элементов в электрической цепи. – Изв. вузов. Электроника. – 1975. – №5.
3. Шакиров М.А. Анализ линейной электрической цепи методами переноса ее элементов. – Электричество. – 1976. – №3.
4. Шакиров М.А. Перенос элементов электрической цепи через 2х2 полюсники // Электричество. – 2007. – №11.– С. 45–53.
5. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
6. Миланцей Т., Славский Г. Н., Филаретов В. В. Пять формул метода схемных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 4. – С. 102–113.
7. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. – Wroclaw (September 23–24). – 2004. – P. 8–11.
8. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // Электричество. – 2005. – №1. – С. 32–43.
9. Волгин Л.И, Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
10. Королев Ф.А., Филаретов В.В. Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками // Электричество.– 2008.– №5.– С. 42–53.
11. Горшков К.С., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переключением активных элементов // См. настоящий сборник.
12. Slavski G.N. Single Op Amp high order polynomial ARC low-pass-filter // Proc. of the IEEE Int. Symp. on Signals, Circuits and Systems (ISSCS–2003).– Iasi (Romania).– 2003.– Vol.2.– P. 349–352.
13. Пейтон А.Дж., Волш В. Аналоговая электроника на операционных усилителях. – М.: Бином, 1994. – 352 с.

СРАВНЕНИЕ ТОЧНОГО И ПРИБЛИЖЕННОГО МЕТОДОВ РАСЧЕТА ВКЛАДА СЕЧЕНИЙ В РЕЗУЛЬТИРУЮЩИЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

А. А. Гришкевич, А. Е. Бурмутаев

Использование приближенных методов позволяет резко снизить вычислительные затраты при некотором снижении точности вычислений, однако требует установления и контроля условий, при которых такие методы справедливы. Рост быстродействия современной вычислительной техники приводит к тому, что даже весьма существенная разница в вычислительных затратах с точки зрения времени счета для конечного пользователя несущественна. В этой связи выбор точных или приближенных методов требует дополнительного исследования и обоснования.

В [1, 2, 3] приводятся приближенные формулы для вычисления вклада сечений различных классов в результирующие показатели надежности электрической системы (вероятность состояния отказа системы и средний параметр потока отказов системы), и примеры использования указанных формул при получении численных значений вклада. Ниже приводится сравнение приближенных значений вклада с точным, полученным на основе решения системы линейных уравнений для соответствующей марковской модели.

Марковская модель функционирования элемента I_N электрической системы с точки зрения надежности представлена на рис. 1, где I_N – состояние нормальной работы элемента электрической системы, I_S – состояние между отказом элемента и завершением оперативных переключений (отказ типа «короткое замыкание»), I_R – состояние аварийного ремонта элемента (отказ типа «обрыв цепи»), I_M – состояние профилактического ремонта элемента; $\lambda_{NS}(I)$, $\lambda_{NM}(I)$ – интенсивность отказов и предупредительных ремонтов элемента соответственно; $T_{SR}(I) = 1/\mu_{SR}(I)$, $T_{RN}(I) = 1/\mu_{RN}(I)$, $T_{NM}(I) = 1/\mu_{NM}(I)$ – среднее время переключений, аварийного и профилактического ремонтов элемента соответственно. Марковская модель для двух элементов получена на основе приведенной модели с учетом запрещения совмещения двух профилактических ремонтов (рис. 2), а марковская модель для трех элементов – двух и трех профилактических ремонтов.

Состояния отказа с минимальными сечениями (МС-состояния отказа), соответствующие сечениям 1–15 классов, представлены в табл. 1 [1].

Точный расчет вклада сечения определенного класса в результирующие показатели надежности производится на основе решения системы линейных алгебраических уравнений, описывающей предельные

вероятности состояний марковского процесса для соответствующей марковской модели. Порядок (количество уравнений) системы определяется количеством состояний в соответствующей марковской модели. Правило построения системы уравнений приводится в [4].

Так, для марковской модели функционирования одного элемента (рис. 1) составляется система 4 линейных уравнений

$$\begin{cases} -\mu_{MN}(I) \cdot P(I_M) + \lambda_{NM}(I) \cdot P(I_N) = 0, \\ -\mu_{RN}(I) \cdot P(I_R) + \mu_{SR}(I) \cdot P(I_S) = 0, \\ \lambda_{NS}(I) \cdot P(I_N) - \mu_{SR}(I) \cdot P(I_S) = 0, \\ P(I_M) + P(I_N) + P(I_R) + P(I_S) = 1, \end{cases}$$

где $P(I_\alpha)$ – вероятность состояния α , $\alpha \in M, N, R, S$.

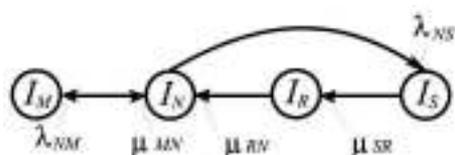


Рис. 1. Марковская модель для одного элемента

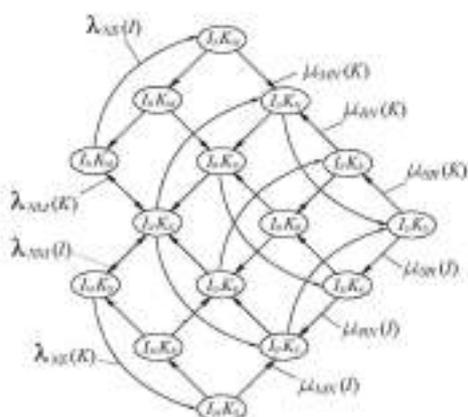


Рис. 2. Марковская модель для двух элементов

Таблица 1. Соответствие классов сечений и MC -состояний отказа

Класс	Состояния отказа
1	I_R, I_M
2	I_S
3	$I_R K_R, I_M K_R, I_R K_M$
4	$I_S K_R, I_S K_M$
5	$I_S K_S$
6	$I_S K_R, I_R K_S, I_S K_M, I_M K_S$
7	$I_R K_R O_R, I_M K_R O_R, I_R K_M O_R, I_R K_R O_M$
8	$I_S K_R O_R, I_S K_M O_R, I_S K_R O_M$
9	$I_R K_S O_S, I_M K_S O_S$
10	$I_S K_S O_S$
11	$I_S K_R O_R, I_R K_S O_R, I_S K_M O_R, I_R K_S O_M, I_S K_R O_M, I_M K_S O_R$
12	$I_R K_S O_S, I_S K_R O_S, I_M K_S O_S, I_S K_M O_S$
13	$I_S K_R O_R, I_R K_S O_S, I_S K_M O_R, I_S K_R O_M, I_M K_S O_S$
14	$I_S K_R O_R, I_R K_S O_R, I_R K_R O_S, I_S K_M O_R, I_M K_S O_R, I_M K_R O_S, I_S K_R O_M, I_R K_S O_M, I_R K_M O_S$
15	$I_R K_S O_S, I_S K_R O_S, I_S K_S O_R, I_M K_S O_S, I_S K_M O_S, I_S K_S O_M$

Для показателей надежности элементов (табл. 2) точный вклад (вычисленный на основе решения системы линейных уравнений) сечений i класса в вероятность состояния отказа системы P_i (средний параметр потока отказов системы f_i), абсолютная $\Delta P_i = P_{i, \text{прибл}} - P_i$ ($\Delta f_i = f_{i, \text{прибл}} - f_i$) и относительная $\varepsilon_{P, i} = |\Delta P_i| / P_i$ ($\varepsilon_{f, i} = |\Delta f_i| / f_i$) погрешности приближенных формул приводятся в табл. 3 (табл. 4). Соответствующие вычисления проведены в системе MatLab.

Таблица 2. Показатели надежности элементов

Элемент	λ_{NS} (1/год)	T_{SR} (ч/ремонт)	T_{RN} (ч/ремонт)	λ_{NM} (1/год)	T_{MN} (ч/ремонт)
<i>I</i>	0,01	2	11,39	2,2	7,96
<i>K</i>	0,04	2	2,19	1	7
<i>O</i>	0,02	2	219	6,3	11,82

Таблица 3. Погрешность вклада приближенных формул в вероятность состояния отказа системы

Класс <i>i</i>	P_i	ΔP_i	$\varepsilon_{P,i} \cdot 100$ (%)
1	2,00804409300676E-03	4,04494808913230E-06	0,20
2	2,27851524518663E-06	4,58977764441970E-09	0,20
3	1,56909118870769E-08	4,07152663214690E-09	25,94
4	1,43773956369545E-09	4,06847941364740E-12	0,28
5	2,07973993514107E-11	5,28748296948028E-14	0,25
6	1,61053345115231E-08	4,57520459478676E-11	0,28
7	8,66720330047116E-12	2,24988233667794E-12	25,95
8	8,82751219322991E-13	2,34943365860810E-13	26,61
9	7,37286629227774E-14	1,01765534445166E-14	13,80
10	9,41236380364139E-17	1,08309338415908E-18	1,15
11	9,01899781139057E-12	2,29570894378413E-12	25,45
12	8,10357202386531E-14	1,13043364988464E-14	13,94
13	9,56479882245768E-13	2,45119919305322E-13	25,62
14	9,13209502045148E-12	2,32193065099642E-12	25,42
15	2,52845820126299E-13	2,71609852508631E-14	10,74

Таблица 4. Погрешность вклада приближенных формул в средний параметр потока отказов системы

Класс <i>i</i>	f_i (1/год)	Δf_i	$\varepsilon_{f,i} \cdot 100$ (%)
1	2,20555718703576E+00	4,44281296423910E-03	0,20
2	9,97989677391744E-03	2,01032260825594E-05	0,20
3	7,05413651604710E-05	1,80330640632733E-05	25,56
4	8,15913622786664E-06	2,30555529552748E-08	0,28
5	1,82185218318358E-07	4,63183508126275E-10	0,25
6	8,85056658623196E-05	2,51411763251203E-07	0,28
7	3,99985761895774E-08	1,01700562513642E-08	25,42
8	3,91205338590718E-09	1,02956761865903E-09	26,31
9	6,46275475109216E-10	8,91512257519444E-11	13,79
10	1,23678460379848E-12	1,42318470678510E-14	1,15
11	3,95963128139255E-08	1,00562584418865E-08	25,39
12	7,10697650726889E-10	9,90352572608512E-11	13,93
13	4,55832886101640E-09	1,11871884441093E-09	24,54
14	4,00944806723369E-08	1,01711389039855E-08	25,36
15	2,21616637083015E-09	2,37944260724652E-10	10,73

При решении указанной системы находится вклад в вероятность состояния отказа $P_1 = P(I_R) + P(I_M)$, $P_2 = P(I_S)$ и средний параметр потока отказов $f_1 = P(I_R)\mu_{RN}(I) + P(I_M)\mu_{MN}(I)$, $f_2 = P(I_S)\mu_{SR}(I)$ для сечений 1 и 2 классов соответственно.

Для марковской модели функционирования двух (трех) элементов составляется система 15 (63) линейных уравнений и находится вклад в результирующие показатели надежности сечений 3 – 6 (7 – 15) классов.

Вывод. Относительная погрешность приближенных формул для сечений 3, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15 классов превосходит 10%, а для сечений 3, 7, 8, 11, 13, 14 классов – 25%, поэтому расчет вклада сечений в результирующие показатели надежности рекомендуется осуществлять на основе решения систем линейных уравнений.

Литература

1. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 258 с.
2. Гришкевич А.А. Комбинаторный метод оценки надежности сложных сетевых систем // Известия Челябинского научного центра. – 2000. – Вып. 4(9). – С.6–10. (http://www.sci.urf.ac.ru:8002/news/2000_4/2000_4_1_2.pdf)
3. Гришкевич А.А., Степкина Ю.В. Вычисление вклада сечений различных классов в результирующие показатели надежности электрических сетей // Проблемы электротехники, электроэнергетики и электротехнологии: Тр. Всероссийской науч.-техн. конф. – Тольятти: ТГУ, 2004. – Ч. 1. – С.130–133.
4. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – М.: Наука, 1987. – 336 с.

Гришкевич Андрей Александрович – д.т.н.; профессор Ченстоховского политехнического института (Polska, 42-200, Czestochowa, Al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: a.grischkevich@el.pcz.czest.pl; grishkev_ramb@rambler.ru

Бурмутаев Андрей Евгеньевич – аспирант Тольяттинского государственного университета (Россия, 445667, Тольятти, Самарская обл., ул. Белорусская, 14); e-mail: a.burmutaev@mail.ru

РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

А. А. Гришкевич, Ł. Piątek, А. Е. Бурмутаев

Рассмотрим получение численных значений показателей структурной надежности системы электроснабжения.

Постановка задачи. На рис. 1 представлен фрагмент схемы участка электрической системы, представляющий главную схему подстанции.

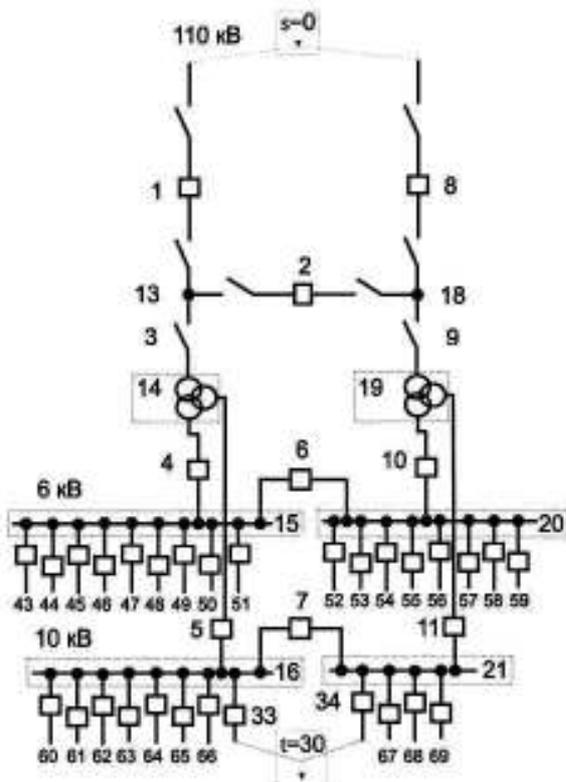


Рис. 1. Фрагмент схемы электрической системы

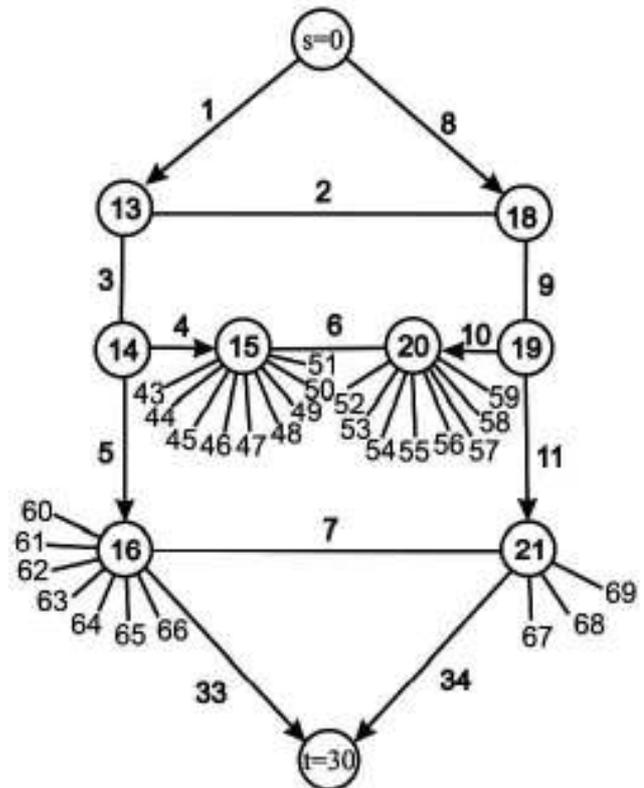


Рис. 2. Граф фрагмента схемы

Предполагается, что каждый элемент I системы может находиться в одном из четырех состояний I_α , $\alpha \in \{N, R, S, M\}$, где I_N – состояние нормальной работы, I_S – состояние между отказом и завершением оперативных переключений (отказ типа “короткое замыкание”), I_R – состояние аварийного ремонта (отказ типа “обрыв цепи”), I_M – состояние профилактического ремонта (отказ типа “обрыв цепи”). Переходы между состояниями для одного элемента описываются марковской моделью рис.3, где для элемента I соответственно: $\lambda_{NS}(I)$, $\lambda_{NM}(I)$ – интенсивность отказов и профилактических ремонтов; $T_{SR}(I) = 1/\mu_{SR}(I)$, $T_{SR}(I) = 1/\mu_{SR}(I)$, $T_{MN}(I) = 1/\mu_{MN}(I)$ – среднее время переключений, аварийного и

профилактического ремонтов соответственно. Марковская модель для двух элементов получена на основе приведенной модели с учетом запрещения совмещения двух профилактических ремонтов, а марковская модель для трех элементов – двух и трех профилактических ремонтов.

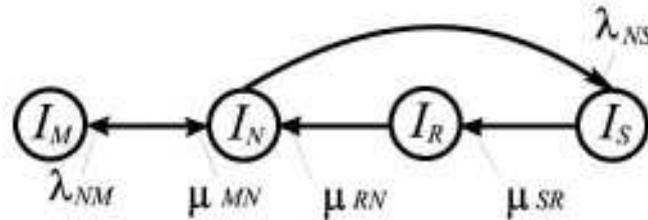


Рис. 3. Марковская модель для одного элемента

Данные о надежности элементов системы, взятые согласно [1], приводятся в табл. 1, 2. Тип 9 соответствует фиктивному (абсолютно надежному) элементу системы, который дает нулевой вклад в результирующие показатели надежности. Использование фиктивных элементов весьма удобно, т.к. позволяет упростить (формализовать) построение расчетного графа системы (рис. 2).

Таблица 1. Типы показателей надежности элементов

Элемент	Тип	λ_{NS} (1/год)	T_{SR} (ч/отказ)	T_{RN} (час/отказ)	λ_{NM} (1/год)	T_{MN} (час/рем)
Выключатель масляный 110 кВ	2	0,022	2,0	37	0,14	28,9
Выключатель масляный 6 кВ	22	0,025	2,0	37	0,166	24
Выключатель масляный 10 кВ	24	0,015	2,0	9	0,14	6,8
Трансформатор 110/10/6 кВ	31	0,014	2,0	76	0,75	28
Секция шин 10 кВ + 6 присоединений	4	0,18	2,0	7	0,996	5
Секция шин 10 кВ + 10 присоединений	41	0,30	2,0	7	1,66	5
Секция шин 6 кВ + 11 присоединений	43	0,33	2,0	7	1,826	5
Секция шин 6 кВ + 10 присоединений	44	0,30	2,0	5	1,66	5
Абсолютно надежный элемент	9	0	1	1	0	1

Таблица 2. Элемент : тип (показателей надежности), ...

1 : 2, 8 : 2, 2 : 2, 14 : 31, 19 : 31, 15 : 43, 20 : 44, 16 : 41, 21 : 4, 4 : 22, 6 : 22, 10 : 22, 43 : 22, 44 : 22, 45 : 22, 46 : 22, 47 : 22, 48 : 22, 49 : 22, 50 : 22, 51 : 22, 52 : 22, 53 : 22, 54 : 22, 55 : 22, 56 : 22, 57 : 22, 58 : 22, 59 : 22, 5 : 24, 7 : 24, 11 : 24, 33 : 24, 34 : 24, 60 : 24, 61 : 24, 62 : 24, 63 : 24, 64 : 24, 65 : 24, 66 : 24, 67 : 24, 68 : 24, 69 : 24, 13 : 9, 18 : 9, 3 : 9, 9 : 9

Перечисление состояний отказа. На основе информации о влиянии элементов (табл. 3) могут быть сформированы классы сечений, приводимые в табл. 4. Состояния отказа для каждого класса представлены в табл. 5. При этом сечения классов 3, 7 являются соответственно двух- и

трехэлементными разрезами графа системы рис.2, и могут быть получены на основе алгоритма [2–4], а остальные классы – на основе алгоритма [2].

Таблица 3. Элемент: зона влияния (список элементов); ...

1 : 13 2 3 14 4 5; 2 : 1 8 13 18 3 9 14 19 4 10 5 11; 4 : 1 2 14 13 3 5 15 6 43 44 45 46 47 48 49 50 51; 5 : 1 2 4 16 7 33 14 13 3 60 61 62 63 64 65 66; 6 : 4 10 15 20 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59; 7 : 5 11 16 21 33 34 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69; 8 : 2 18 9 19 10 11; 10 : 8 2 18 9 19 11 20 6 52 53 54 55 56 57 58 59; 11 : 8 2 18 9 19 10 21 7 34 67 68 69; 14 : 1 2 13 3 4 5; 15 : 4 6 43 44 45 46 47 48 49 50 51; 16 : 5 7 33 60 61 62 63 64 65 66; 19 : 8 2 18 9 10 11; 20 : 6 10 52 53 54 55 56 57 58 59; 21 : 7 11 34 67 68 69; 33 : 16 5 7 60 61 62 63 64 65 66; 34 : 21 7 11 67 68 69

Таблица 4

Класс	Элементы класса (сечения)
2	2, 7
3	13 18, 3 9, 3 19, 3 11, 3 21, 14 9, 14 19, 14 11, 14 21, 5 9, 5 19, 5 11, 5 21, 16 9, 16 19, 16 11, 16 21, 33 34, 1 8, 13 8, 3 18, 14 18, 5 18, 16 18, 33 21, 1 18, 13 9, 13 19, 13 11, 13 21, 16 34
4	10 3, 34 3, 67 3, 68 3, 69 3, 4 9, 4 19, 10 14, 4 11, 34 14, 67 14, 68 14, 69 14, 1 21, 4 21, 33 9, 60 9, 61 9, 62 9, 63 9, 64 9, 65 9, 66 9, 33 19, 60 19, 61 19, 62 19, 63 19, 64 19, 65 19, 66 19, 10 5, 60 11, 61 11, 62 11, 63 11, 64 11, 65 11, 66 11, 67 5, 68 5, 69 5, 60 21, 61 21, 62 21, 63 21, 64 21, 65 21, 66 21, 8 16, 10 16, 67 16, 68 16, 69 16, 60 34, 61 34, 62 34, 63 34, 64 34, 65 34, 66 34, 67 33, 68 33, 69 33, 4 8, 10 1, 10 13, 4 18, 33 18, 60 18, 61 18, 62 18, 63 18, 64 18, 65 18, 66 18, 34 13, 67 13, 68 13, 69 13
5	4 10, 1 34, 1 67, 1 68, 1 69, 4 34, 4 67, 4 68, 4 69, 33 8, 33 10, 60 8, 60 10, 61 8, 61 10, 62 8, 62 10, 63 8, 63 10, 64 8, 64 10, 65 8, 65 10, 66 8, 66 10, 60 67, 60 68, 60 69, 61 67, 61 68, 61 69, 62 67, 62 68, 62 69, 63 67, 63 68, 63 69, 64 67, 64 68, 64 69, 65 67, 65 68, 65 69, 66 67, 66 68, 66 69
6	8 3, 1 9, 1 19, 8 14, 1 11, 8 5, 33 11, 34 5
7	2 1 9, 2 1 19, 2 1 11, 2 1 21, 13 34 7, 3 2 8, 3 34 7, 14 2 8, 14 34 7, 5 2 8, 5 34 7, 16 2 8, 33 7 18, 33 7 9, 33 7 19, 33 7 11
8	34 2 1, 67 2 1, 68 2 1, 69 2 1, 1 34 7, 4 34 7, 33 2 8, 60 2 8, 61 2 8, 62 2 8, 63 2 8, 64 2 8, 65 2 8, 66 2 8, 8 33 7, 10 33 7

Таблица 5. Класс: состояния отказа; ...

2 : I_S ; 3 : $I_R K_R, I_M K_R, I_R K_M$; 4 : $I_S K_R, I_S K_M$; 5 : $I_S K_S$; 6 : $I_S K_R, I_R K_S, I_S K_M, I_M K_S$; 7 : $I_R K_R O_R, I_M K_R O_R, I_R K_M O_R, I_R K_R O_M$; 8 : $I_S K_R O_R, I_S K_M O_R, I_S K_R O_M$
--

Расчет результирующих показателей надежности. На основе формул [2, 5] вычисляются промежуточные (табл. 6, 7) и результирующие (табл. 7) показатели структурной надежности системы рис. 1 (средний параметр потока отказов системы $f \approx 4,01E-02$ и вероятность состояния отказа системы $P \approx 9,95E-06$). Указанные показатели надежности получены с использованием программ [6–9].

Таким образом, средняя продолжительность состояния отказа составит $(P * 365 * 24) / f \approx 2,2$ часа (или $P * 365 * 24 * 60 \approx 5$ мин/год), а один отказ следует ожидать раз в $1 / f \approx 25$ лет.

Таблица 6. Вклад сечений различных классов в результирующие показатели надежности

Класс : сечение	f (1/год)	P
2 : 2	2,2000000000000000E-02	5,022831050228310E-06
3 : 1 8	2,441095890410959E-05	4,627759082137392E-08
4 : 1 21	4,627759082137392E-08	2,762065606877016E-09
5 : 1 34	1,506849315068493E-07	1,720147619941202E-11
6 : 1 11	1,120251141552511E-05	2,296810029508199E-09
7 : 2 1 11	2,237592679468735E-09	1,443121293423670E-12
8 : 1 34 7	8,123827172077311E-11	1,801736813558276E-14

Таблица 7. Результирующие показатели надежности системы (между вершинами 0 – 30)

Сумма по классу(ам)	f (1/год)	P
2	3,7000000000000000E-02	8,447488584474886E-06
3	2,020503196347032E-03	1,294193034429775E-06
4	8,827066210045670E-04	1,761374648634912E-07
5	6,305936073059362E-06	7,198557161026665E-10
6	1,566949771689498E-04	3,300737355622970E-08
7	9,710481701278122E-08	7,607736160481957E-11
8	1,751992751923438E-08	3,959356478422966E-12
2,3,4,5,6,7,8	4,006632535533793E-02	9,951626349758585E-06

Используя полученные показатели P , f , $T_{отк} = P / f$, и предполагая, что распределение времени между двумя отказами системы и распределение времени ремонта системы имеет показательный закон распределения, можно получить расчетное минимальное время t_{min} безотказной работы с заданной вероятностью $p_{б.р.}$ относительно узла нагрузки

$$P(T > t_{min}) = e^{-f \cdot t_{min}} = p_{б.р.},$$

и расчетное максимальное время t_{max} отключения узла нагрузки с заданной вероятностью $p_{откл.}$

$$P(T < t_{max}) = 1 - e^{-t_{max} / T_{отк}} = p_{откл.},$$

$$P(T > t_{max}) = e^{-t_{max} / T_{отк}} = 1 - p_{откл.} = q,$$

ряд значений которых представлен в табл.8.

Таблица 8

$P_{б.р.}$	t_{\min}	$P_{откл.}$	t_{\max}	$q = 1 - P_{откл.}$
0,9	2,63(год)	0,9	5,01(ч)	0,1
0,95	1,28(год)	0,95	6,518(ч)	0,05
0,99	0,251(год)	0,99	10,02(ч)	0,01
0,999	218,747(ч)	0,999	15,03(ч)	0,001
0,9999	21,865(ч)	0,9999	20,04(ч)	0,0001

Литература

1. Электротехнический справочник. Т. 3. Производство, передача и распределение электрической энергии / Под общ. ред. В.Г. Герасимова и др. – М.: Изд-во МЭИ, 2002.– С. 266–296.

2. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем: Монография. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 258 с.

3. Grishkevich A.A., Piątek Ł. Algorithm for finding minimal 3-elements cuts in graph // Polish journal of environmental studies. – 2007. – Vol. 16. – No. 4a. – P. 218–222. – ISSN 1230–1485.

4. Гришкевич А.А., Piątek Ł. Алгоритм поиска одно-, двух- и трехэлементных разрезов графа // Труды Всероссийской научно-технической конференции «Энергетика: состояние, проблемы, перспективы». – Оренбург: ОГУ, 2007. – С. 104–108.

5. Гришкевич А.А. Комбинаторный метод оценки надежности сложных сетевых систем // Известия Челябинского научного центра.– 2000.– Вып. 4(9). – С. 8–12. (http://www.sci.urc.ac.ru:8002/news/2000_4/2000_4_1_2.pdf)

6. Гришкевич А.А., Айсарина В.Б., Арнаутова М.Г. Формирование классов сечений при оценке надежности сложных систем // Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем: Официальный бюллетень Российского агентства по патентам и товарным знакам.– 2002.– № 4 (41), ч. 1. – С. 69–70. (Свидетельство Роспатента об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2002611217 от 25.07.2002.)

7. Гришкевич А.А., Чернышев Е.В. Расчет вклада сечений различных классов в результирующие показатели надежности сложной системы // Программы для ЭВМ, базы данных, топологии интегральных микросхем: Официальный бюллетень Российского агентства по патентам и товарным знакам.– 2002.– № 3 (40), ч. 1. – С. 101. (Свидетельство Роспатента об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2002610643 от 29.04.2002.)

8. Степкина Ю.В., Гришкевич А.А. Расчет результирующих показателей надежности систем электроснабжения // Компьютерные учебные программы и инновации. – 2006.– № 12.– С. 78. (Государственный

координационный центр информационных технологий, 2005. № ОФАП (инвентарный номер Отраслевого фонда алгоритмов и программ) 5031, № государственной регистрации (инвентарный номер ВНИИЦ) 50200501166.)

9. Гришкевич А.А., Piątek Ł. Перечисление трехэлементных минимальных разрезов графа электрической цепи // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. междунар. конф. КЛИН–2007.–Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С.52–56.

Гришкевич Андрей Александрович – д.т.н.; профессор Ченстоховского политехнического института (Polska, 42-200, Czestochowa, Al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: a.grischkevich@el.pcz.czest.pl; grishkev_ramb@rambler.ru

Łukasz Piątek – mgr inż; ассистент Ченстоховского политехнического института (Polska, 42-200, Czestochowa, Al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: l_piątek@el.pcz.czest.pl

Бурмутаев Андрей Евгеньевич – аспирант Тольяттинского государственного университета (Россия, 445667, Тольятти, Самарская обл., ул. Белорусская, 14); e-mail: a.burmutaev@mail.ru

О ПРИБЛИЖЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Ерохов И.В.

Математическое моделирование электрических схем основано на применении законов Кирхгофа, в соответствие с которыми описывается каждый двухполюсник схемы. В результате применения такой технологии описания электрической цепи получается специфический вид модели, которую называют примитивно детерминированной [1]. У такой модели число элементов (переменных) совпадает с числом элементов (переменных) объекта моделирования. При увеличении числа элементов (переменных) объекта его математическая модель становится громоздкой и, в худшем случае, – неразрешимой. Проблема размерности математических моделей сложных электрических схем известна в теории электрических цепей, ее пытались решать разными способами. Наиболее известный метод решения сложной задачи эксплуатирует идею ее редукции на части [2], [3]. Но тогда возникает новая задача – объединение частных решений выделенных подсхем. Для решения этой задачи записывают уравнения связи подсхем.

Исследования сложных электрических цепей с помощью программы «Компас» дали возможность определить оптимальный размер подсхемы (около 10-ти узлов) [3]. Теперь с ростом размерности основной задачи возрастала сложность системы уравнений связи. Итак, проблема размерности возникала вновь, принимая другую форму. Интересно, что с этой проблемой моделирования теория электрических цепей столкнулась уже на заре своего создания, когда практика не знала сложных схем [4].

Диакоптические методы анализа электрических цепей обеспечивают получение точных решений, что во многих случаях затруднительно. Альтернативный путь развития теории электрических цепей предусматривает отказ от точных решений ради возможности приближенного анализа сложных схем [5–7]. Следует отметить, что теоретическая физика давно вступила в аналогичный этап своего развития. Настоящая статья посвящена обсуждению вопросов приближенного анализа электрических цепей на основе аппарата цепных ветвящихся дробей [8].

Первое применение законов Кирхгофа. В работе [4] уравнения Кирхгофа были впервые применены для описания электрической цепи произвольного размера. Не было никакой реальной необходимости формулировать задачу математического описания сложной электрической цепи, однако, ученый предпринял такую попытку. Он признавал, что открытые им уравнения (теоремы) могут быть применены для электрической цепи любого размера, поэтому возникал соблазн сформулировать задачу в самом общем виде – для цепи произвольной сложности. В работе об этом говорится совершенно четко:

«Если дана система n проводников (1, 2, ..., n), которые произвольным образом соединены между собой, и к каждому проводнику приложена произвольная электродвижущая сила, то необходимое число линейных уравнений для определения токов I_1, I_2, \dots, I_n , текущих по проводникам, можно получить, используя следующие две теоремы».

Отметим, что «проводник», упомянутый в тексте, можно рассматривать как ветвь общего вида. Число ветвей (двухполюсников) не ограничено, нет ограничений также на способ их соединения. Надо думать, что Кирхгоф понимал всю сложность поставленной задачи, но стремление к максимально общей формулировке он, вероятно, считал признаком научной строгости. Таким образом, в теории возникла задача, которая не была востребована практикой.

Сложность математической задачи вынуждает автора записывать уравнения в строго упорядоченной форме [4]:

«Поскольку теоремы 1 и 2 должны дать необходимое число уравнений для определения величин I_1, I_2, \dots, I_n , эти уравнения, как было доказано выше, должны иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\alpha_1^1 w_1 I_1 + \alpha_2^1 w_2 I_2 + \dots + \alpha_n^1 w_n I_n = \alpha_1^1 E_1 + \alpha_2^1 E_2 + \dots + \alpha_n^1 E_n \\
&\alpha_1^2 w_1 I_1 + \alpha_2^2 w_2 I_2 + \dots + \alpha_n^2 w_n I_n = \alpha_1^2 E_1 + \alpha_2^2 E_2 + \dots + \alpha_n^2 E_n \\
&\dots \quad \dots \\
&\alpha_1^\mu w_1 I_1 + \alpha_2^\mu w_2 I_2 + \dots + \alpha_n^\mu w_n I_n = \alpha_1^\mu E_1 + \alpha_2^\mu E_2 + \dots + \alpha_n^\mu E_n \\
&\quad \alpha_1^{\mu+1} I_1 + \alpha_2^{\mu+1} I_2 + \dots + \alpha_n^{\mu+1} I_n = 0 \\
&\quad \alpha_1^{\mu+2} I_1 + \alpha_2^{\mu+2} I_2 + \dots + \alpha_n^{\mu+2} I_n = 0 \quad , \quad (1) \\
&\quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
&\quad \alpha_1^n I_1 + \alpha_2^n I_2 + \dots + \alpha_n^n I_n = 0
\end{aligned}$$

где часть коэффициентов α равна +1, часть –1 и 0, а μ означает то же, что и раньше».

Как видим, каждое уравнение (1) автор рассматривает как самостоятельное, поэтому их не объединяет скобка. В действительности, здесь имеются две независимые подсистемы уравнений.

Следует признать, что главной находкой ученого была упорядоченная форма записи системы уравнений, которая подготовила теорию электрических цепей к введению матриц инцидентий. Однако желание сохранить высокий формальный уровень описания электрической цепи (1) привело к возникновению неприятных неточностей. Например, коэффициенты α_j^i в уравнениях первой подсистемы могут отличаться по значению (слева и справа от знака равно) даже при одинаковых индексах, если предположить, что не все ветви содержат источник.

Решение такой сложной системы (1) можно было найти только с помощью метода, который не имеет ограничений на число уравнений. Формально этому требованию соответствовал метод решения алгебраических уравнений, предложенный швейцарским математиком Крамером. Формула Крамера для нахождения любой переменной содержит определители квадратной формы. Надо думать, что, сознавая это, Р.Кирхгоф предложил топологический метод решения математической модели электрической схемы произвольной сложности. Приведем основные идеи этого метода.

В графе электрической цепи разрывают все контура за исключением одного, который содержит ветвь искомого тока. Из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа, находится ток контура, который считается первым приближением искомого тока ветви. Далее поочередно восстанавливаются контура электрической цепи, и одновременно уточняется выражение решения. Такая процедура

повторяется для каждого из контуров графа, содержащего ветвь искомого тока. Объединение этих выражений дает нам запись точного решения. Как видим, в статье [4] впервые был предложен эволюционный подход к нахождению решения сложной системы уравнений.

Реконструкция первого топологического метода решения была проведена в работе [9]. В качестве примера была взята классическая электрическая цепь – мост Уитстона. Простой пример был выбран потому, чтобы каждый читатель мог проверить результат. В работе показано, что в основе первого топологического метода решения лежит другая математическая модель (другая система уравнений) электрической цепи. При восстановлении точного решения обнаруживается, что оно соответствует системе уравнений, составленных по методу контурных токов. Такой была плата основателя теории за максимально общую постановку задачи и пренебрежение примером.

Модификация метода эквивалентного генератора. В теории электрических цепей известен метод расчета, в котором преобразование графа схемы сводится к единственному контуру.

Ищется значение тока одной ветви, которая выделяется из остальной схемы. Оставшаяся, большая часть схемы преобразуется в ветвь общего вида – эквивалентный генератор, который образует контур с ветвью искомого тока. Единственный контур описывается по второму закону Кирхгофа, и из полученного уравнения находится точное значение тока выделенной ветви.

Применим идею эволюционного подхода, предложенного Г.Кирхгофом, к методу эквивалентного генератора. Чтобы избежать возможных ошибок, проведем рассмотрение на простой электрической цепи, рис. 1.

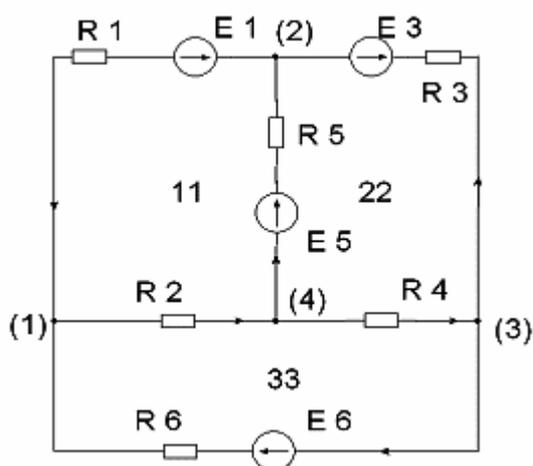


Рис. 1. Простая электрическая цепь.

Предположим, что необходимо найти значение тока ветви 1, поэтому в электрической цепи рис. 1 оставляем единственный контур 11, который содержит эту ветвь. В оставленном фрагменте электрической цепи только

три ветви, но это не мешает выделить из него ветвь искомого тока, а также найти параметры эквивалентного генератора, рис. 2.

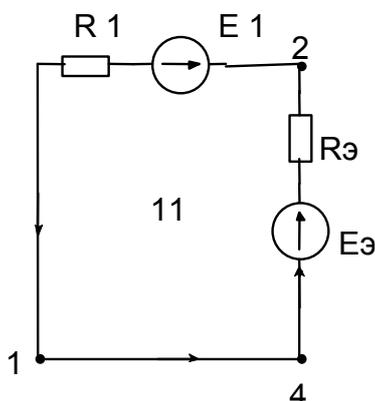


Рис. 2. Преобразованный фрагмент электрической цепи рис. 1.

Параметры эквивалентного генератора на рис. 2 находятся просто:

$$R_{\mathcal{E}} = R_2 + R_5; \quad E_{\mathcal{E}} = E_5.$$

Запишем уравнение единственного контура:

$$I'_1 R_1 + I'_1 R_{\mathcal{E}} = E_{\mathcal{E}} - E_1,$$

откуда

$$I'_1 = \frac{-E_1 + E_5}{R_1 + R_2 + R_5}, \quad (2)$$

или в матричных обозначениях уравнений, составленных по методу контурных токов:

$$I'_1 = \frac{E_{14}}{R_{11}}, \quad (3)$$

где E_{14} – контурная ЭДС контура 11, а R_{11} – собственное сопротивление контура 11.

Восстановим смежный контур 22, и продолжим решение методом эквивалентного генератора. Значение тока I_1 , найденное при этом, будет следующим приближением к точной величине, что не требует особого доказательства. Повторим процедуру выделения ветви 1 и найдем параметры эквивалентного генератора:

$$\begin{aligned} R_{\mathcal{E}} &= R_2 + \frac{R_5(R_3 + R_4)}{R_3 + R_4 + R_5}, \\ E_{\mathcal{E}} &= E_5 + \frac{-E_3 - E_5}{R_3 + R_4 + R_5} R_5. \end{aligned} \quad (4)$$

Уточненное значение тока первой ветви будет равно:

$$I_1'' = \frac{E_3 - E_1}{R_1 + R_3}. \quad (5)$$

После подстановки эквивалентных параметров получаем:

$$I_1'' = \frac{-E_1 + E_5 + \frac{-E_3 - E_5}{R_3 + R_4 + R_5} R_5}{R_1 + R_2 + R_5 - R \frac{R_5^2}{R_3 + R_4 + R_5}}, \quad (6)$$

или в матричных обозначениях уравнений метода контурных токов:

$$I_1'' = \frac{E_{14} - \frac{R_{12}}{R_{22}}}{R_{11} - \frac{R_{12}}{R_{22}} \frac{R_{21}}{R_{21}}}. \quad (7)$$

Сравнивая выражения (3), (7), отмечаем, что выражение (3) действительно уточняется: в числителе и знаменателе добавляются слагаемые, состоящие из элементов уравнения присоединенного контура 22.

Следующий этап уточнения решения (и восстановления структуры) для нашего примера является последним. Восстанавливается еще один смежный контур 33, и одновременно уточняется выражение для искомого тока. Запишем его аналогично (3), (7):

$$I_1 = \frac{[E_{14} - 13/33/E_{34}] - [12 - 13/33/32]/[22 - 23/33/32]/[E_{24} - 23/33/E_{34}]}{[11 - 13/33/31] - [12 - 13/33/32]/[22 - 23/33/32]/[21 - 23/33/31]}. \quad (8)$$

В выражении (8) коррекция элементов решения (7) производится за счет слагаемых, в которые входят только параметры добавленного контура 33 (обозначение резистора R опущено). Выражения (7), (8) есть особая форма записи ветвящейся цепной дроби [8]. Заметим, что ток ветви 1 совпадает с контурным током 11 электрической цепи рис. 1, т.е. выбор искомой переменной был произведен с учетом этого условия. Самым важным в нашем рассмотрении является тот факт, что выражение для тока ветви 1 в форме ветвящейся цепной дроби получено средствами теории электрических цепей.

Геометрический аспект моделирования сложных электрических цепей. Электрическая цепь представляет собой систему элементов, соединенных между собой определенным образом. Без сомнения, чем сложнее система, тем больше трудности на пути создания математической

модели и ее анализа. Объемы работ возрастают, а процессы моделирования и решения становятся громоздкими, необозримыми. Чтобы не потерять контроль, иметь общий обзор и быть в состоянии планировать предстоящие математические операции, исследователю нужна геометрическая модель электрической цепи [1]. Традиционно роль геометрической модели выполняет граф-схема электрической цепи.

Любую систему уравнений можно также представить графом, где узлы соответствуют вектору переменных, а весовые коэффициенты ветвей – матричным элементам системы. Такой граф называют графом-уравнением, в котором факт соединения элементов рассматривается через взаимодействие физических величин, характеризующих электрическую цепь. Строго говоря, граф-уравнение является двудольным графом, в котором узел выступает в двух образах: узла-истока и узла-стока. С помощью такого графа мы переводим рассмотрение электрической цепи из физической области, где существуют реальные соединения элементов в пространство переменных и параметров цепи.

Объект моделирования можно охарактеризовать множеством физических величин, из которых только часть являются наблюдаемыми, доступными для исследователя. В случае электрических цепей такими величинами следует считать: множество токов ветвей и совокупность потенциалов узлов. Такой выбор сделан потому, что на первом множестве выполняется закон Кирхгофа для узлов, а на втором – закон для контуров:

$$\sum_k I_k^b = 0, \quad \sum_k U_k^b = 0, \quad (9)$$

где I_k^b – ток k -той ветви; $U_k^b = \varphi_x - \varphi_y$ – напряжение k -той ветви.

Для выбранных переменных законы Кирхгофа записываются уравнениями, одинаковой структуры (9). Кроме того, именно относительно этих переменных сформулирована главная теорема теории электрических цепей, которая вошла в научную литературу под именем Теллегена [10]. Заметим, что раньше голландского ученого ее сформулировал профессор Э.В.Зелях [11].

Итак, условимся именовать сложной системой в пространстве переменных такой реальный процесс, который зависит *от большого числа параметров*, или отличается *широким диапазоном изменения* этих параметров [1]. Изучаемый процесс протекает в многомерном пространстве, размерность которого определяется числом физических величин (параметров), характеризующих как объект, так и его модель. Для сложных электрических цепей размерность пространства физических величин такова, что геометрическая модель не может быть наглядной и обозримой. Возникает необходимость упростить модель, создать некоторую «машину», которая позволит пространство большой размерности преобразовать в пространство, размерность которого дает

возможность исследователю следить за процессом анализа. Такое преобразование пространства условно обозначим значком: $N \rightarrow n$. В геометрии подобное упрощение достигается с помощью проектирования многомерного объекта на пространство размерности 3, 2, 1 [1].

В теории электрических цепей подобные приемы применяются достаточно давно, начиная с введения понятия двухполюсника. Действительно, если два узла являются внешними для электрической цепи, то саму схему можно не рассматривать, а заменить ее описанием функцией схемы. Напомним пример лестничной схемы, где входное сопротивление (внешняя характеристика) в форме простой цепной дроби наглядно отражает зависимость его значений от «внутренних» параметров электрической цепи [12, 13]:

$$\underline{Z}_{ex} = \underline{Z}_1 + \frac{1}{\underline{Y}_2 + \frac{1}{\underline{Z}_3 + \dots}}. \quad (10)$$

С позиций геометрии любую функцию схемы можно рассматривать как результат проектирования многомерного пространства токов ветвей и потенциалов узлов на вольт-амперную плоскость внешних узлов. Заметим, что в случае лестничной схемы простая цепная дробь выступает не только как средство вычисления, но и как аппарат проектирования *в глубину* пространства параметров графа-уравнения. В случае более сложной схемы соединений эту роль выполняет ветвящаяся цепная дробь.

Проекций одного и того же многомерного объекта может быть много, каждая проекция представляет собой изображение объекта в пространстве, размерность которого значительно больше. Таким образом, на изображении проекции многие детали многомерного объекта будут неразличимы, например, некоторые точки объекта могут расположиться на одной проективной прямой и будут представлены в проекции одной точкой. Если вспомнить, что с каждой точкой объекта связана определенная «внутренняя» переменная, то надо будет сделать вывод о том, что изображение проекции не зависит от некоторых переменных точек этой проективной прямой. Другими словами, переменные точек проекции инвариантны от некоторого числа переменных многомерного объекта.

Анализируя схемную функцию, мы должны постоянно помнить об инвариантности ее значений по отношению к неопределенному числу величин, характеризующих электрическую цепь. Такое свойство проекции (модели) в геометрии [1] называют *инвариантной неопределенностью* [1].

Электрическая цепь обладает жесткой внутренней структурой, поэтому принцип инвариантной неопределенности для такого объекта следует модифицировать. Проблема состоит в том, что чисто формально

внешний узел никогда не теряет связь с любым внутренним узлом, однако, степень влияния его переменной зависит от удаленности узла, порядка окрестности, к которой принадлежит этот узел. Другими словами, чем длиннее путь на графе-уравнении, в который включены параметры ветвей «внутреннего» узла, тем меньше его влияние на переменные «внешнего» узла. Параметры такого узла будут располагаться на одном из «дальних» этажей ветвящейся цепной дроби, которая является не только формой представления схемной функции, но и аппаратом проектирования *в глубину* многомерного пространства цепи, т.е.: $n \rightarrow N$. Влияние переменной конкретного внутреннего узла учитывается автоматически, если она входит в выражение соответствующей подходящей (усеченной) дроби.

Не только выражения схемных функций обладают структурой, в которой отражается способ соединения элементов в электрическую цепь. Любое решение системы уравнений может быть представлено в виде ветвящейся цепной дроби [8]. Выражение (8), например, представляет решение математической модели схемы рис. 1 для тока ветви 1, найденное методом эквивалентного генератора. В каждом случае математическая запись решений в виде цепной дроби может рассматриваться как проективный аппарат *в глубину* пространства переменных электрической цепи, который позволяет определить численное значение переменной с заданной точностью. Формулы для определения точности конкретной подходящей (усеченной) дроби, существующие в теории [6], и их легко применить для оценки погрешности численного решения прикладной задачи.

Вывод. Итак, принцип инвариантной неопределенности позволяет обосновать необходимость приближенных вычислений (с заданной точностью) значений схемных функций. Только так можно преодолеть основную проблему моделирования сложных электрических цепей, которую иногда образно называют «проклятием размерности». Эволюционное развитие аппарата проектирования *в глубину* электрической цепи позволяет привлечь к расчету такую окрестность внешнего узла, которая обеспечит заданную точность результата. Современный уровень развития теории ветвящихся цепных дробей позволяет определить не только само значение, но и величину его погрешности [8]. Никакой другой подход к моделированию сложных электрических цепей не дает в руки исследователя такого надежного математического аппарата.

Литература

1. Вальков К.И. Математическое моделирование сложных систем и принцип инвариантной неопределенности. // Вопросы геометрического моделирования. – Л.: ЛИСИ, 1973.– №4. – С. 5–55.
2. Крон Г. Исследование сложных систем по частям – диакоптика. – М.: Наука, 1972. – 544 с.

3. Бондаренко В.М. Методы и алгоритмы анализа нелинейных электрических и электронных цепей. Автореферат на соискание ученой степени доктора технических наук. – Киев: Институт электродинамики АН УССР, 1975. – 54с.

4. Кирхгоф Г. О решении уравнений, к которым приводит изучение линейного распределения гальванических токов // Избранные труды Г.Кирхгоф. – М.: Наука, 1988. – С. 170 – 178.

5. Рябихин Е.А. Об одном методе моделирования электрических цепей с заданной точностью // Электричество.– 1982.– № 9.– С. 65–67.

6. Rodriguez-Garcia J.D., Guerra O., Roca E., Fernandez F.V., Rodriguez-Vazquez A. A new simplification before and during generation algorithm // Proceedings of the 5th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD).– Kaiserslautern, Germany (October 8–9, 1998).– 1998.– P. 110–124.

7. Constantinescu F., Nitescu M., Iordache, Dumitriu L. Finding approximative symbolic pole/zero expressions using the eigenvalue computation for state-like matrices // Proceedings of the 6th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design (SMACD).– Lisbon, Portugal (October 12–13, 2000).– 2000.– P. 79–82.

8. Скоробогатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука. Глав. ред. Физ.-мат. лит., 1983. – 312с.

9. Ерохов И.В. Реконструкция первого топологического метода расчета, созданного Г.Кирхгофом Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – С. 76 – 83.

10. Tellegen B.D.H. A general network theorem, with applications // Philips Res. Rept.– 1952.– Vol.7, august. – P. 259 – 269.

11. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд. АН СССР, 1951. – 334с.

12. Ерохов И.В. Уточнение понятия структуры графа электрической цепи. // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Том 3. – С. 85–90.

13. Cauer W. Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. – Berlin: Akademie Verlag, 1954. – 586 s.

Ерохов Игорь Васильевич – к.т.н., доцент кафедры физической и биомедицинской электроники Запорожского гуманитарного университета «ЗИГМУ» (Украина). E-mail: yerokhov@bigmir.net.

СПОСОБ КОРРЕКЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ТОКА

М.К. Казаков, В.К. Чекин

Реформа электроэнергетики определила основные направления развития энергетической отрасли. Большое внимание уделяется повышению точности измерения электроэнергии, что в свою очередь диктует задачи совершенствования измерительных преобразователей и создание устройств с более совершенными принципами измерения.

Наиболее распространенными в электроэнергетике для измерения больших токов являются измерительные трансформаторы тока (ИИТ). Точность получения информации об объемах потребляемой и передаваемой электроэнергии в значительной степени определяется уровнем погрешностей трансформаторов, что делает актуальным поиск путей дальнейшего совершенствования этих устройств, тем более что известные решения часто не дают желаемых результатов. Погрешности измерительных трансформаторов тока обусловлены наличием угловой и амплитудной (токовой) погрешности.

Таким образом, учитывая современные требования развития электроэнергетики, необходимость снижения погрешностей ИИТ и трудность решения этой задачи с помощью известных методов, можно сделать вывод об актуальности поиска новых способов.

Известные способы снижения погрешностей ИИТ. На данный момент известно много способов снижения погрешностей ИИТ. К ним относятся: витковая коррекция, различные виды компенсации погрешностей трансформаторов, а именно: компенсация погрешностей спрямлением кривой намагничивания, подмагничиванием магнитопровода, подмагничиванием от постоянного источника энергии, подмагничиванием от вспомогательного трансформатора тока, противонамагничиванием, подмагничиванием полями рассеяния, созданием нулевого потока и др. [3].

Одной из реализаций упомянутых подходов является компенсационный трансформатор тока. Точность преобразования тока с помощью такого трансформатора существенно увеличивается в результате введения отрицательной обратной связи. К его недостаткам можно отнести ограниченный диапазон измеряемого тока, а также инерционность устройства, которая обусловлена наличием обратной связи [4].

Для расширения диапазона измеряемых токов на кафедре «Электроснабжение» УлГТУ разработан двухкаскадный трансформатор тока, который содержит два каскада трансформации, один из которых выполнен на основе обычного индукционного трансформатора тока, а другой на основе компенсационный трансформатора [5].

Предложенное устройство не решает проблему быстродействия, что делает проблематичным использование двухкаскадного трансформатора тока, например, для подключения релейной защиты.

Коррекционный трансформатор тока. На кафедре «Электроснабжение» УЛГТУ разработан коррекционный трансформатор тока (КТТ) (рис. 1.), в котором предложен новый путь снижения погрешности преобразования – формирование сигнала, пропорционального сумме токов ветви намагничивания и вторичной цепи.

Рассмотрим работу коррекционного трансформатора тока. По первому закону Кирхгофа имеем:

$$i_2 = i_1 - i_0, \quad (1)$$

где i_2 – приведенный ток вторичной цепи, i_1 – измеряемый ток, i_0 – приведенный ток ветви намагничивания.

Выражение (1) перепишем в виде:

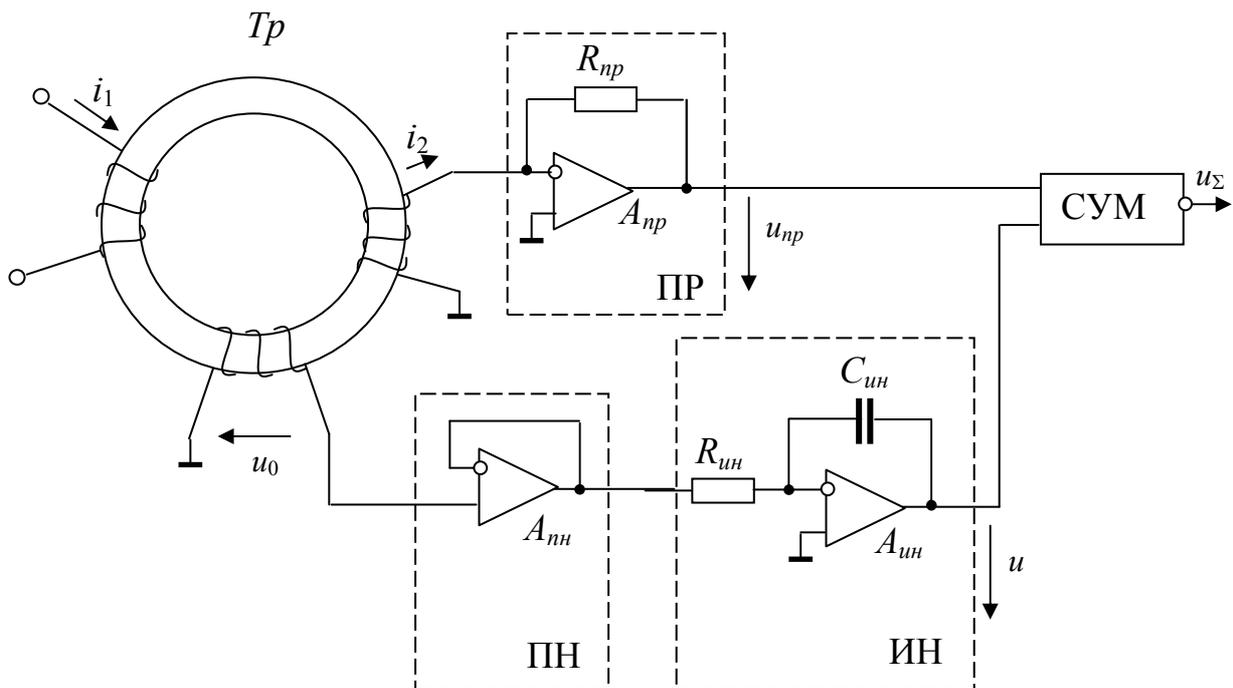


Рис. 1. Коррекционный измерительный трансформатор тока

$$i_2 + i_0 = i_1. \quad (2)$$

Из выражения (2) видно, что погрешность преобразования определяется наличием намагничивающего тока i_0 . Выражение (2) также показывает путь снижения погрешности – формирование сигнала, пропорционального сумме токов ветви намагничивания и вторичной цепи.

Возникает задача определения информативных сигналов этих двух величин. Для этого ток i_2 преобразуется в напряжение с помощью преобразователя ток – напряжение (ПР):

$$u_{np} = -R_{np}i_2. \quad (3)$$

Напряжение с третьей обмотки u_0 через повторитель напряжения (ПН) подается на вход интегратора напряжения (ИН), выходное напряжение которого описывается выражением:

$$u = -\frac{1}{R_{ин}C_{ин}} \int u dt = -\frac{M}{R_{ин}C_{ин}} \int di_0 = -\frac{M}{R_{ин}C_{ин}} i_0, \quad (4)$$

где M – взаимная индуктивность первичной и вторичной обмоток трансформатора. Выражение (4) написано с учетом того, что $u_0 = M \frac{di_0}{dt}$.

Из него видно, что выходное напряжение интегратора зависит от тока ветви намагничивания.

Таким образом, получены два информативных сигнала: о токе намагничивания и токе вторичной цепи. Используя далее сумматор напряжений (СУМ) с коэффициентами передачи по обоим входам, равными -1, получаем сигнал в виде напряжения, пропорционального первичному току, и равного сумме сигналов, пропорциональных вторичному и намагничивающему токам:

$$u_{\Sigma} = R_{np}i_2 + \frac{M}{R_{ин}C_{ин}} i_0 = k(i_2 + i_0). \quad (5)$$

Выражение (5) написано при условии, что

$$R_{np} = \frac{M}{R_{ин}C_{ин}} = k. \quad (6)$$

Таким образом, производится коррекция погрешностей преобразования.

Погрешности КТТ тока зависят от правильного выбора сопротивления R_{np} которое в свою очередь зависит от взаимной индуктивности M в соответствии с формулой (6). Фактически M будет изменяться по кривой намагничивания $B(H)$ ферромагнитного сердечника трансформатора тока (кривая 1 на рис. 2).

Кривая намагничивания имеет нелинейный характер, поэтому ее необходимо аппроксимировать на участке до точки перегиба, что позволяет найти зависимость (кривая 2 на рис. 2), имеющую вид:

$$y(x) = kx, \quad (7)$$

где при выборе соответствующего масштаба $k=M$. Далее это значение взаимной индуктивности подставляется в (6) для расчета сопротивления R_{np} .

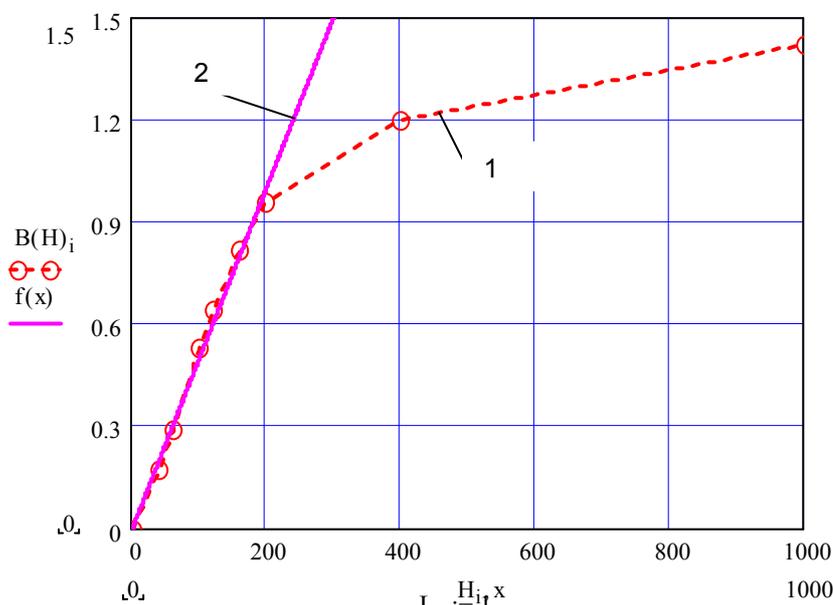


Рис. 2. Кривая 1 – экспериментальная кривая намагничивания для марки стали Э11; кривая 2 – аппроксимированная кривая.

Анализ показывает, что аппроксимировать кривую намагничивания с высокой точностью не имеет смысла и погрешность может составлять несколько процентов. Это связано с тем, что она является величиной второго порядка малости, т.к. ток намагничивания в трансформаторе (корректирующий сигнал ему пропорционален) в худшем случае составляет единицы процентов от тока вторичной цепи.

Предложенное решение не содержит цепи обратной связи, поэтому при малых погрешностях преобразования устойчивость и быстродействие устройства повышается по сравнению с другими решениями.

Отметим, что для выполнения условия (6) необходимо произвести градуировку (настройку) коррекционного трансформатора.

Способ коррекции нулевого уровня интегратора периодической разрядкой интегрирующего конденсатора. Наиболее важным элементом в устройстве коррекционного трансформатора тока является интегратор напряжения (ИН), который в свою очередь также имеет погрешности. Типовая схема ИН приведена на рис. 3.

На практике основными источниками погрешностей являются входные токи смещения и напряжение смещения используемого в интеграторе операционного усилителя (ОУ), причем в процессе работы происходит накопление погрешности от интегрирования токов и напряжения смещения, выражающейся в смещении нулевого уровня

интегратора, вследствие чего появляется аддитивная погрешность. Такой интегратор не может использоваться в режиме длительного интегрирования, поскольку через некоторое время ОУ войдет в режим насыщения.

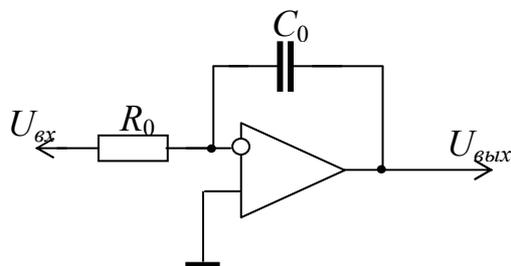


Рис. 3. Типовой аналоговый интегратор на ОУ

Одним из методов фиксации нулевого уровня является подключение параллельно интегрирующему конденсатору ключа. Замыкание ключа в момент отсутствия входного сигнала позволяет исключить смещение нулевого уровня интегратора. При наличии на входе интегратора напряжения ключ размыкается, и устройство работает аналогично ИН, собранному по типовой схеме. Недостатком такого интегратора является то, что он может использоваться только в режиме кратковременного интегрирования, например при импульсном входном напряжении.

С целью устранения этого недостатка разработано устройство для интегрирования гармонических сигналов с управлением разрядным ключом (рис.4). Ключ управляется вспомогательной цепью (ВЦ), работа которой синхронизирована с входным напряжением интегратора.

Вспомогательная цепь реализует сигнальную функцию, описываемую выражением:

$$\text{sign}[u_{\text{вх}}(t)] = \begin{cases} 1 & \text{при } u_{\text{вх}}(t) < U_{\text{мВх}} \\ 0 & \text{при } u_{\text{вх}}(t) > U_{\text{мВх}} \end{cases}, \quad (8)$$

где $U_{\text{мВх}}$ – амплитудное значение входного сигнала.

Функция преобразования ИН с параллельно подключенным интегрирующему конденсатору ключом имеет вид:

$$u_{\text{вых}}(t) = \frac{\text{sign}[u_{\text{вх}}(t)]}{R_0 C_0} \int_{t_1}^{t_2} u_{\text{вх}}(t) dt. \quad (9)$$

Устройство, реализующее выражение (9), состоит из интегрирующего усилителя (ИУ), ключа (Кл) (рис.4). Вспомогательная цепь (ВЦ) состоит также из дифференцирующего усилителя (ДУ), компаратора (КН) на основе ОУ и одновибратора (ОД), выполненного на основе дифференцирующей RC-цепочки и диода Д.

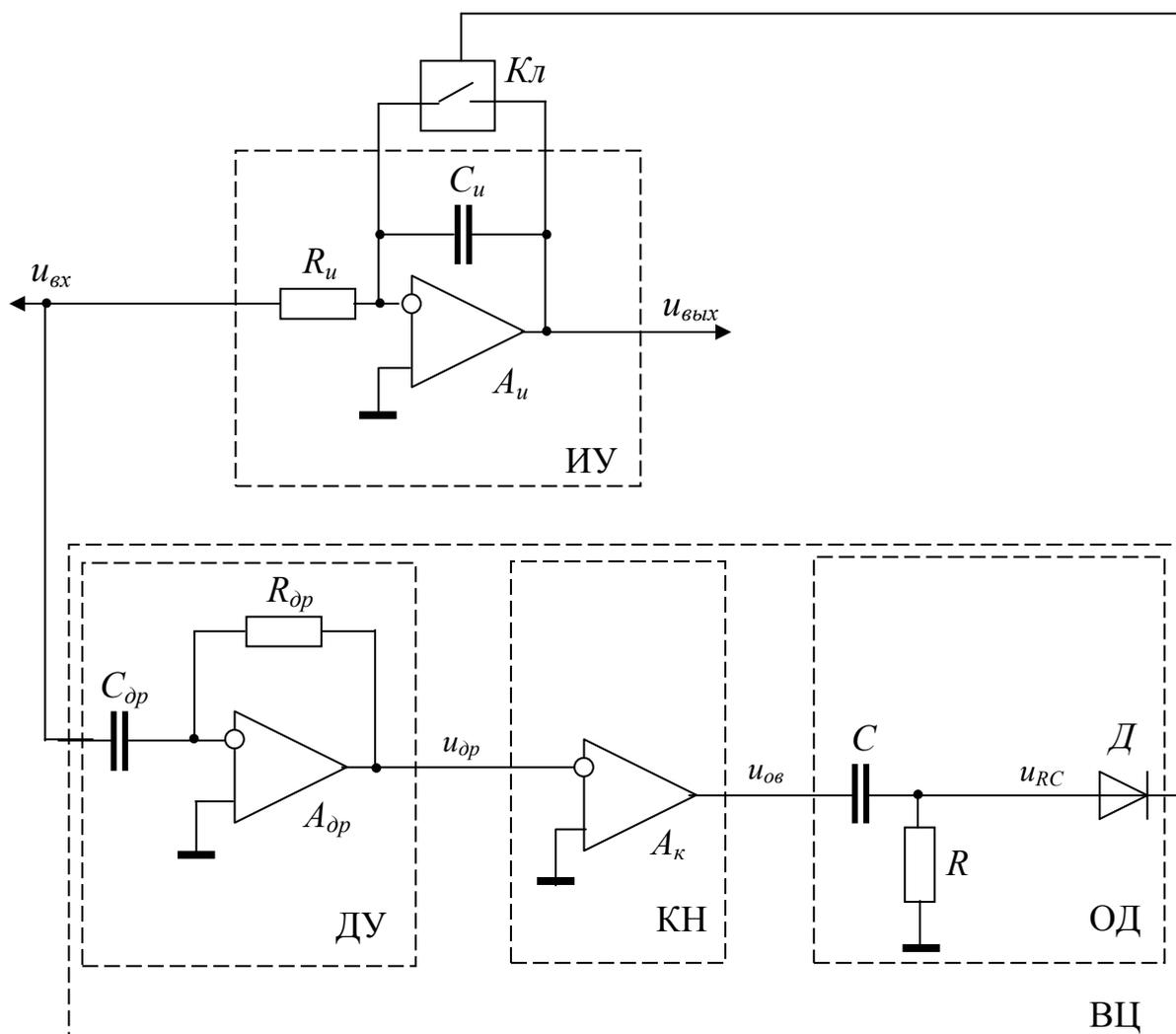


Рис. 4. Интегратор напряжения с дифференцирующим усилителем во вспомогательной цепи

На рис.5 приведены эпюры напряжений, поясняющие работу ИН, где $u_{вх}$ – входное напряжение, $u_{д}$ – напряжение на выходе дифференциатора, $u_{к}$ – напряжение на выходе компаратора, u_{RC} – напряжение на выходе RC – цепи.

Устройство работает следующим образом. Входное напряжение поступает на вход ИУ и вспомогательной цепи (рис.5,а). Целью подключения ВЦ является выработка сигнала для замыкания ключа в момент пересечения выходным напряжением нулевого уровня. Для этого ДУ дифференцирует напряжение $u_{вх}$ (рис.5,б), далее сигнал с помощью компаратора напряжения сравнивается с нулевым напряжением и вырабатываются импульсы $u_{к}$, длительностью равные полупериоду сигнала $u_{вх}$ (рис.5,в). Фронт выходного напряжения компаратора запускает одновибратор, который генерирует импульс малой длительности $\Delta\tau$ (рис.5,г) по сравнению с периодом входного напряжения. При воздействии

импульса замыкается ключ K_1 , осуществляя принудительную фиксацию нулевого уровня. Так как в это время переменное выходное напряжение переходит через нулевую точку (рис.5,д), то погрешности при этом минимальны. Необходимо также отметить, что коэффициенты усиления ИУ и ДУ должны быть равны, и определяются соответственно параметрами элементов R_u, C_u и R_d, C_d .

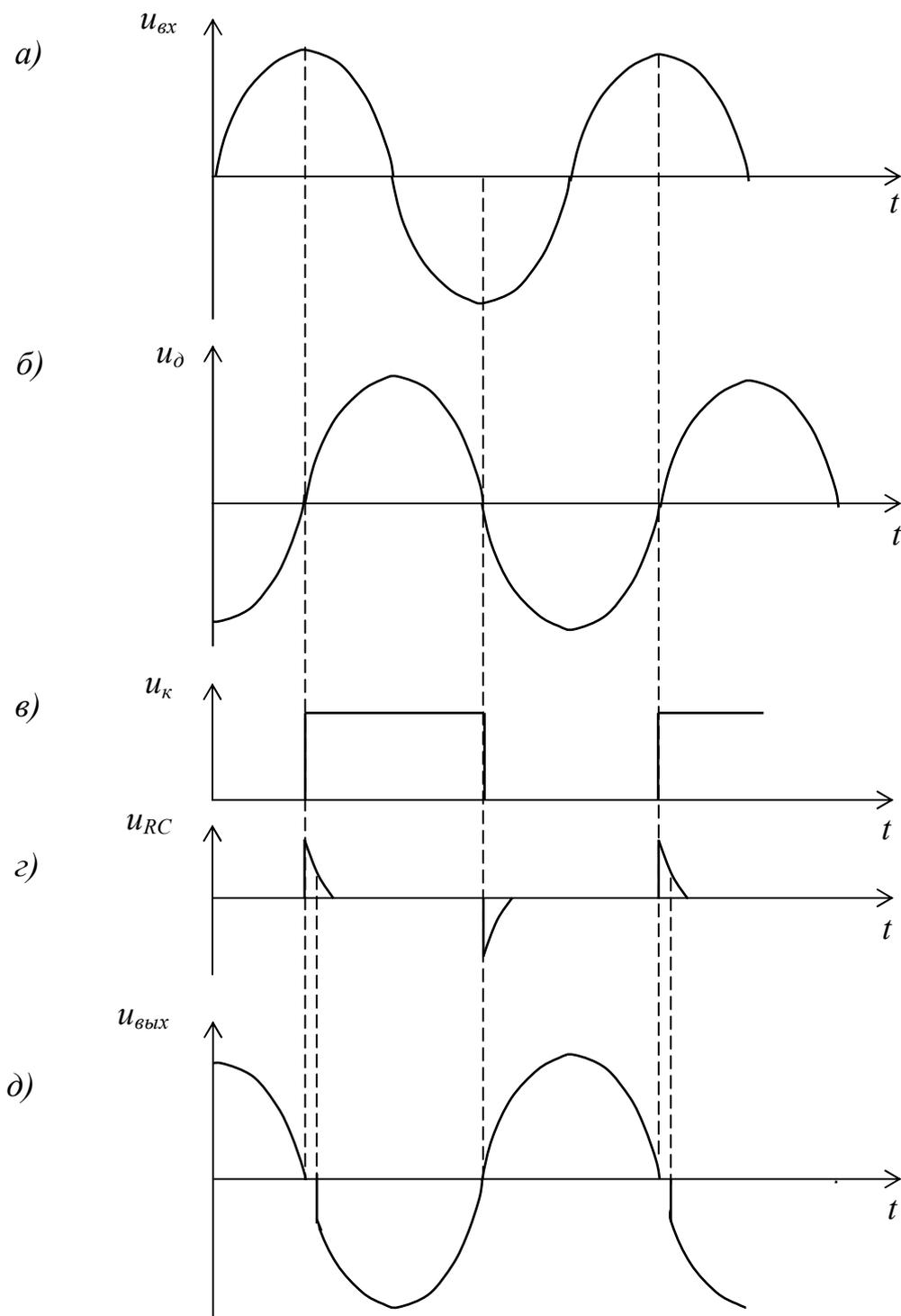


Рис. 5. Эпюры напряжений поясняющие работу ИН с ДУ во вспомогательной цепи

Определим погрешность интегрирования устройства, представленного на рис.4. При использовании предложенного способа коррекции нулевого уровня погрешность обусловлена потерей информации о выходном напряжении в течение времени, когда ключ замкнут. Это время выбирается из условия:

$$\Delta\tau \approx (3 \div 4)R_{KL}^{OT}C_0, \quad (10)$$

где R_{KL}^{OT} – сопротивление ключа в открытом состоянии.

Определим действующее значение выходного напряжения при воздействии на вход ИН синусоидального напряжения:

$$U = U_m \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} = U_m \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\Delta\tau}{2T} + \frac{1}{8\pi} \sin(4\pi \frac{\Delta\tau}{T})}, \quad (11)$$

где T – период выходного напряжения; U_m – амплитудное значение выходного напряжения $u_{\text{вых}}$.

Поскольку при $\Delta\tau=0$ действующее значение выходного напряжения $U' = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$, то с учетом (11) относительная погрешность интегрирования равна:

$$\delta = \frac{U - U'}{U'} = \sqrt{1 - \frac{\Delta\tau}{T} + \frac{1}{4\pi} \sin(4\pi \frac{\Delta\tau}{T})} - 1. \quad (12)$$

Имеются приборы, измеряющие среднее значение напряжения. Аналогично найдем, что для среднего значения относительная погрешность имеет вид:

$$\delta' = \frac{1}{2} (1 + \cos(2\pi \frac{\Delta\tau}{T})) - 1. \quad (13)$$

Угловая погрешность определяется выражением:

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta\tau}{T}. \quad (14)$$

Из выражений (12), (13) и (14) видно, что погрешности не зависят от значения входного напряжения, а определяются лишь отношением $\Delta\tau/T$, т.е. увеличиваются с ростом частоты входного сигнала или времени замыкания ключа. Результаты расчета погрешностей δ , δ' , $\Delta\varphi$ в зависимости от соотношения $\Delta\tau/T$ и значений $\Delta\tau$ при входном сигнале промышленной частоты приведены в табл. 1.

Таблица 1. Погрешность ИН с ДУ во вспомогательной цепи

$\Delta\tau/T$	$\Delta\tau$, мкс при $T=0,02$ с ($f=50$ Гц)	δ_D , %	δ'_D , %	$\Delta\varphi$, градус
0,001	20	0,0	$9,9 \times 10^{-4}$	0,36
0,003	60	$4,5 \times 10^{-5}$	$8,9 \times 10^{-3}$	1,08
0,005	100	$1,7 \times 10^{-4}$	$2,5 \times 10^{-2}$	1,80
0,01	200	$1,3 \times 10^{-3}$	$9,9 \times 10^{-2}$	3,60
0,02	400	$1,0 \times 10^{-2}$	0,39	7,20
0,03	600	$3,5 \times 10^{-2}$	0,89	10,8
0,05	1000	0,16	2,45	18,0
0,07	1400	0,43	4,76	25,2
0,10	2000	1,22	5,5	36,0

Из нее видно, что если информативным параметром является действующее значение выходного напряжения, то данный ИН можно использовать при более высоких значениях $\Delta\tau/T$ или $\Delta\tau$ по сравнению со случаем, когда измеряется среднее значение. Причем погрешность при определении действующего значения, порядка тысячных долей процента, составляет при $\Delta\tau/T \leq 0,01$ ($\Delta\tau \leq 200$ мкс при $f=50$ Гц).

Выводы. Таким образом, интегратор напряжения, являющийся ответственным узлом предложенного КТТ, может иметь малые погрешности выполнения операции интегрирования при получении корректирующего сигнала.

Литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: «Высш. школа», 1973. – 752 с.
2. Волгин Л.И., Матчак А.Т. Интегрирующие устройства без накопления погрешности от смещения нуля // Измерение, контроль, автоматизация. – 1975. – № 2. – С. 38–42.
3. Трансформаторы тока / В.В.Афанасьев, Н.М.Адоньев, В.М.Кибель и др. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 416 с.
4. Андреев Ю.А., Абрамзон Г.В. Преобразователи тока для измерений без разрыва цепи. – Л.: Энергия, 1979.
5. Полезная модель №14695. Россия. Двухкаскадный измерительный трансформатор переменного тока / Казаков М. К., Джикаев Г. В., Ширманов А. Н. – Оpubл. 2000, Бюл. № 22.

Казаков Михаил Константинович – д.т.н., профессор УлГТУ, kmk@ulstu.ru.

Чекин Владимир Константинович – аспирант кафедры «Электроснабжение» УлГТУ, v.chekin@mail.ru

ОПТИМИЗАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЕЛЕНИЯ НАПРАВЛЕННЫХ ОТВЕТВИТЕЛЕЙ В РАДИОЧАСТОТНОМ УСИЛИТЕЛЬНОМ ТРАКТЕ С ПРЯМОЙ СВЯЗЬЮ

М.А. Катков, Зен Хек Хан, И.Ю. Малевич

Проведен анализ радиочастотного усилительного тракта на функционально-однотипных элементах с прямой связью. Получены аналитические выражения, позволяющие обосновать требования к параметрам деления направленных ответвителей.

По мере возрастания требований к пропускной способности систем связи, все большую актуальность приобретает проблема обеспечения линейности усилительных трактов. Это связано с тем, что используемые в настоящее время сложные виды модуляции особо чувствительны к нелинейным искажениям.

Данная проблема может быть решена двумя способами: требуемая характеристики тракта могут быть достигнуты при использовании высоколинейных активных элементов либо за счет улучшения структурных свойств усилительных трактов [1]. Работы по проектированию новых активных элементов ведутся постоянно, однако эти разработки требуют больших временных и ресурсных затрат. Поэтому наиболее предпочтительным является второй подход, основанный на оптимизации способов соединения усилительных и пассивных звеньев между собой.

Одним из эффективных методов линеаризации передаточной характеристики радиочастотного усилительного тракта является применение прямой связи [1, 2]. Здесь канализированная передача сигналов в структуре осуществляется с использованием направленных ответвителей (рис. 1). При этом коэффициент передачи радиочастотного усилительного тракта

$$T = C_{12} \cdot K_1 \cdot C_{31} \cdot L_2 \cdot C_{41} + C_{11} \cdot L_1 \cdot C_{21} \cdot K_2 \cdot C_{42} - C_{12} \cdot K_1 \cdot C_{32} \cdot A_t \cdot C_{22} \cdot K_2 \cdot C_{42}, \quad (1)$$

и условия его настройки в существенной мере определяются параметрами передаточных характеристик направленных ответвителей $C_1 — C_4$.

$$C_{12} \cdot K_1 \cdot C_{32} \cdot A_t \cdot C_{22} = C_{11} \cdot L_1 \cdot C_{21}, \quad (2)$$

$$C_{32} \cdot A_t \cdot C_{22} \cdot K_2 \cdot C_{42} = C_{31} \cdot L_2 \cdot C_{41} \quad (3)$$

В практике функционального проектирования усилительных трактов с прямой связью с целью упрощения практической реализации структуры обычно используются однотипные элементы [1, 3]:

$$K_1 = K_2 = K; \quad L_1 = L_2 = L; \quad (4)$$

$$C_{11} = C_{21} = C_{31} = C_{41} = C_1; \quad C_{12} = C_{22} = C_{32} = C_{42} = C_2.$$

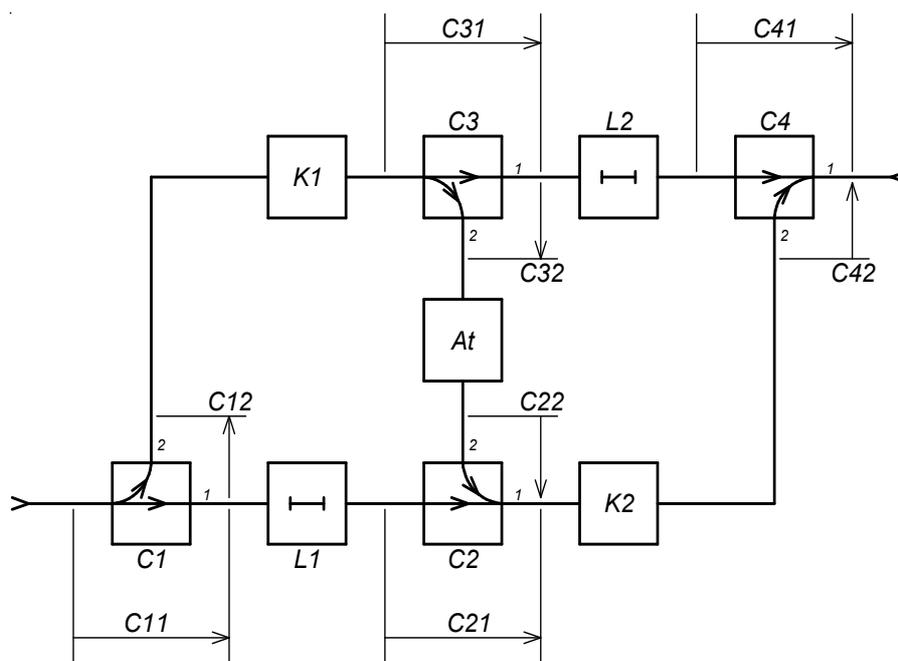


Рис. 1. Структура радиочастотного усилительного тракта с прямой связью

Для направленных ответвителей без потерь с учетом коэффициентов передачи плеч по напряжению ($C1$ и $C2$) выполняется равенство [1]:

$$C1^2 + C2^2 = 1, \quad (5)$$

Тогда, используя (4, 5), можно записать условия настройки структуры в виде:

$$\frac{C2^3 \cdot K \cdot At}{l(1 - C2^2)} = 1, \quad (6)$$

откуда, подставляя (6) в выражение для коэффициента передачи тракта (1), учетом (4) получаем передаточную функцию настроенной структуры:

$$T = C2 \cdot K \cdot C1 \cdot L \cdot C1 = C2 \cdot (1 - C2^2) \cdot K \cdot L = K \cdot L \cdot C2 - K \cdot L \cdot C2^3. \quad (7)$$

Очевидно, что динамика изменения коэффициента передачи тракта (T), экстремальным образом зависит от параметров передачи плеч направленных ответвителей ($C1$ либо $C2$), поэтому для реализации максимальной величины T , достаточно решить уравнение вида:

$$\frac{\partial T}{\partial C2} = K \cdot L - 3 \cdot K \cdot L \cdot C2^2 = 0, \quad (8)$$

и определить оптимальное значение параметра $C2$:

$$C2 = \sqrt{\frac{1}{3}}. \quad (9)$$

На рис. 2 приведена нормированная к коэффициенту передачи канального усилителя (K) передаточная характеристика структуры с прямой связью в зависимости от $C2$ при $L=1$. Из рисунка видно, что при

$C2=(1/3)^{0,5}$ коэффициент передачи тракта максимален и составляет 0,385К.

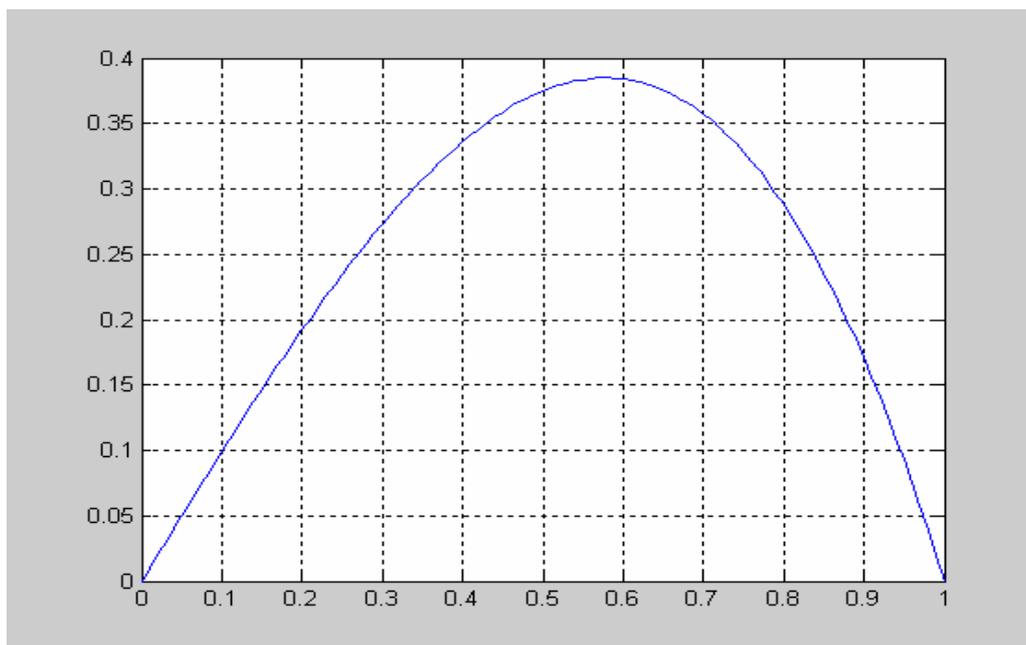


Рис. 2. Нормированная передаточная характеристика радиочастотного усилительного тракта с прямой связью в зависимости от параметра передачи направленного ответвителя ($C2$)

Таким образом, использование прямой связи для линейаризации передаточной характеристики радиочастотного усилительного тракта приводит к снижению коэффициента передачи структуры. Минимальный проигрыш составляет 0,385 от коэффициента передачи усилителей образующих структуру. Полученные аналитические выражения позволяют обосновать требования к параметрам передачи направленных ответвителей для радиочастотных усилительных трактов с прямой связью и однотипными элементами.

Литература

1. Малевич И.Ю. Методы синтеза широкополосных усилительных трактов с контролируемыми параметрами динамического диапазона. - Минск: ОДО «Тонпик», 2004. - 156 с.
2. Малевич И.Ю., Катков М.А. Функционально-энергетические характеристики усилительного тракта с прямой связью // Современные проблемы радиотехники и телекоммуникаций: труды 3 Международной научн.-техн. конф. РТ-2007. – Севастополь, 2007. - С. 31.
3. Малевич И.Ю., Катков М.А. Высоколинейный усилитель тракта модулирующей частоты с прямой связью // Синтез, анализ, диагностика электронных цепей: труды Международной конференции КЛИН-2007г. - Ульяновск: УлГТУ, 2007. - Т. 3. - С. 156-160.

Катков Максим Алексеевич – аспирант кафедры «Радиотехнические устройства» учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (БГУИР). 220013 Беларусь, Минск, ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф. РТУ; служебный тел. 2938650. kmxm@tut.by

Хан Зен Хек – аспирант кафедры «Радиотехнические устройства» учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (БГУИР). 220013 Беларусь, Минск, ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф. РТУ; служебный тел. 2938650. HanJongHyok@rambler.ru

Малевич Игорь Юрьевич – д.т.н., профессор кафедры «Радиотехнические устройства» учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (БГУИР). 220013 Беларусь, Минск, ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф. РТУ; служебный тел. 2938896. 2398925@tut.by

СРАВНЕНИЕ ЕДИНЫХ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ МАТРИЧНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ ПО ТОЧНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Ф. А. Королев, В.В. Филаретов

Выполнено сравнение показателей точности единых и последовательных выражений символьных определителей при решении плохообусловленных задач матричной алгебры. Показано, что единые выражения, сформированные разработанными нами программами, в большинстве случаев обеспечивают получение более точных результатов.

Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и, как следствие, нахождение определителя матрицы – это одна из центральных задач вычислительной математики, наиболее часто встречающаяся в инженерной практике [1]. К этой задаче сводятся или ею сопровождаются процедуры анализа и синтеза физических систем различной природы: электрических, механических, гидравлических и т.п.

Необходимость решения СЛАУ обусловило быстрое развитие матричного аппарата и его широкое применение в науке и технике. Многие выкладки без использования матриц выглядели бы слишком громоздкими и трудно обозримыми. Работа с матрицами не только экономит время и бумагу, но и означает более высокий уровень математической культуры и мышления [2].

В задачах моделирования электрических и электронных цепей матричный аппарат нашел широкое применение [3–4]. Существенно менее разработаны вопросы использования методов теории электрических цепей

для решения систем линейных алгебраических уравнений произвольной физической природы [5–8].

Формы представления определителя матрицы (схемы). Возможны две формы представления определителя матрицы (схемы) [9–11]: 1) *единое выражение*; 2) *последовательное выражение*, в котором предыдущие выражения используются в последующих, а заключительное выражение равно искомому определителю.

Полученные в работах [5,6] оценки сложности и вычислительной устойчивости при сравнении единых выражений и последовательностей выражений указывают на целесообразность разработки алгоритмов и программ формирования единых выражений, в чем сомневаются некоторые зарубежные специалисты [9,10] и что противоречит некоторым отечественным работам [12,13]. Однако с помощью программы *MATSYM* получено единое выражение для определителя матрицы *Гинзбурга* 40-го порядка [14, с.61], длина которого составила 691467 символов [5]. Вычисления с помощью этого выражения привели к точному результату $\Delta=1681$. Использование в этом случае системы *MathCAD-2004* дало результат 1680,99999999925. Заметим, что как в первом, так и во втором, случаях применялась точность в 18 десятичных разрядов.

Следует отметить, что предыдущие исследования носят фрагментарный характер и требуется более глубокое изучение показателей точности единых и последовательных выражений при решении плохо обусловленных задач [14,16,17]. В данной статье проводится исследование программ, генерирующих указанные выражения для определителей матриц.

Схемное отображение матрицы. Пусть A – квадратная матрица порядка n . Определитель этой матрицы можно разложить путем рекурсивного применения формулы *Лапласа* [1, р.24–33] по некоторому элементу a_{ij} (выделение элемента a_{ij})

$$\Delta = (-1)^{i+j} a_{ij} \Delta_{ij} + \Delta(a_{ij}=0), \quad (1)$$

где Δ_{ij} – минор, то есть определитель матрицы, образованной из матрицы A путем вычеркивания строки i и столбца j ; $\Delta(a_{ij}=0)$ – определитель матрицы, полученной из матрицы A в результате удаления элемента a_{ij} . Формула (1) применяется к определителям Δ_{ij} и $\Delta(a_{ij}=0)$ рекурсивно до получения матриц первого порядка и вырожденных матриц.

Схемно-алгебраическое выражение для выделения параметра ИТУН имеет вид [12]

$$\left| \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \square & \square \end{array} \right| = y \left| \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \square & \square \end{array} \right| + \left| \begin{array}{cc} \square & \square \\ \square & \square \end{array} \right| \quad (2)$$

Как видно из (1), порядки исходной и производной матриц одинаковы. Подобно этому удаление генератора и приемника ИТУН (см. второе слагаемое формулы (2)) не приводит к объединению узлов схемы. Следовательно, можно говорить об аналогии между выделением элемента матрицы и выделением параметра ИТУН в соответствующей схеме.

Схемное отображение матрицы заключается в следующем [7]. Каждый элемент матрицы отображается одним и только одним ИТУН на схеме с $n + 1$ узлами. Нумерация узлов схемы соответствует нумерации строк (столбцов) матриц, а дополнительному узлу присвоен номер 0. При этом элементу a_{ij} соответствует ИТУН вида $(i,0)(j,0)$, где в первой паре скобок указаны узлы генератора ИТУН, а во второй – узлы приемника ИТУН. Ориентация генератора и приемника соответствует порядку следования номеров узлов пары. Значение параметра ИТУН считается равным значению отображаемого элемента матрицы. После отображения матрицы схемой можно применить метод схемных определителей.

Схемное отображение алгебраических дополнений матриц и СЛАУ рассмотрено в [8].

Программы для нахождения символьного определителя матрицы. Формирование единых выражений было реализовано в программе *MATSYM* (автор *В.В. Филаретов*) [5], которая позволяет решать системы линейных алгебраических уравнений в форме отношения двух вложенных детерминантных выражений. Все элементы матрицы и векторы свободных членов представляются в символьном виде. Вычислительная сложность выражений минимизируется до оптимального числа операций и символов. В основу *MATSYM* положена программа *CIRSYM* (автор *В.В. Филаретов*).

Программа *MATSYM* в составе пакета *SYMBOL* свободно распространяется через Интернет-сайт: <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol/>.

SYMBOL является символьно-алгебраическим пакетом узкого применения, который, в отличие от *MAPLE*, *MATHEMATICA*, *MathLAB*, *MathCAD* и других известных универсальных пакетов и систем, предназначен для формирования символьных схемных функций произвольных линейных время-инвариантных электрических цепей с сосредоточенными параметрами, а также решения систем линейных алгебраических уравнений в аналитическом виде. Пакет *SYMBOL* превосходит известные математические системы по предельно допустимой размерности матриц с символьными параметрами.

В состав пакета *SYMBOL* помимо программы *MATSYM* входят также программы *CIRSYM*, *MATSIMS*, *CALCSYM*.

Программа *CALCSYM* (*CALCSYMi* – целочисленная версия) (автор *Д.В.Шеин*) позволяют получать численное решение для любых символьных выражений (вычисление частотных характеристик, неизвестных, определителей, анализ чувствительностей и т.д.).

Достоинством *CALCSYM* является возможность вычислений выражений в десятки-сотни мегабайт.

Формирование последовательных выражений было реализовано в программе *MATSYMS* (автор В.В. Филаретов), которая реализует формулы (1) и (2) [7]. Программа *MATSYMS* также входит в пакет *SYMBOL*.

Методика формирования последовательных выражений заключается в представлении строк исходной матрицы в качестве подсхем, содержащих соответствующие подмножества ИТУН [7]. В простейшем случае объединение подсхем-строк выполняется следующим образом: сначала объединяются первые две строки, затем к их объединению добавляется третья строка и т. д., наконец, к объединению $n-1$ строк добавляется последняя n -я строка. Порядок объединения подсхем может быть произвольным.

Помимо программ из пакета *SYMBOL* в статье используются программы *LAPLAS*, *TOPLAP* и *LINPAS* (автор В.В. Филаретов), которые получают определитель матрицы в виде единых выражений. Первая из них реализует формулу Лапласа (1), вторая – модификацию формулы (1), где операция сложения номеров строки и столбца заменена операцией их сравнения [5, 7], а третья – модификацию *MATSYM*.

Нахождение определителя матрицы третьего порядка на основе объединения строк. Представим каждую строку матрицы (рис. 1,а) подсхемой с четырьмя внешними узлами (рис. 1,б).

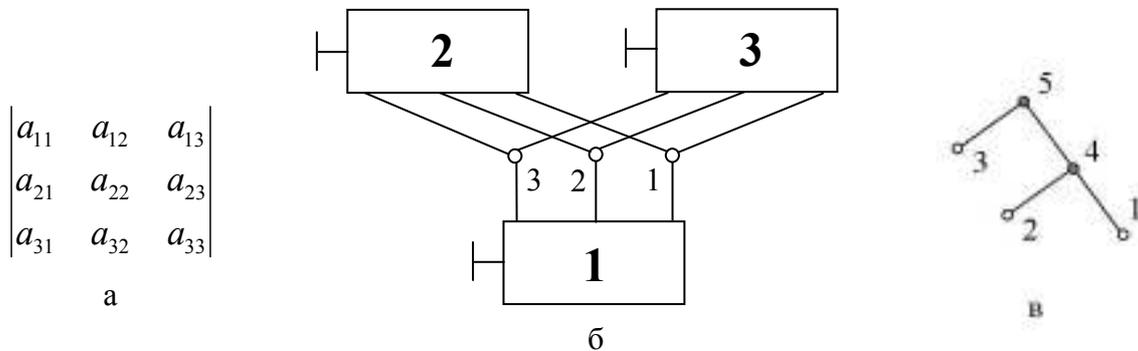


Рис. 1. Матрица третьего порядка (а), ее представление в виде трех подсхем (б) и дерево объединения этих подсхем (в)

Для каждой подсхемы рис. 1,б покажем схему замещения (рис.2). Здесь каждый элемент a_{ij} матрицы представлен ИТУН (при $i \neq j$) и двухполюсником с проводимостью a_{ij} (при $i = j$).

Нахождение миноров подсхем выполняется на основе двоичных векторов (ДВ) [11]. В случае подсхемы с четырьмя внешними узлами будет 20 двоичных векторов. Процесс перебора ДВ каждой из подсхем показан в табл. 1. В результате перебора множества ДВ подсхем 1, 2 и 3 количество ДВ уменьшается до трех элементов. Обозначения (кортежи) позиций ДВ для подсхем имеют вид 123123.

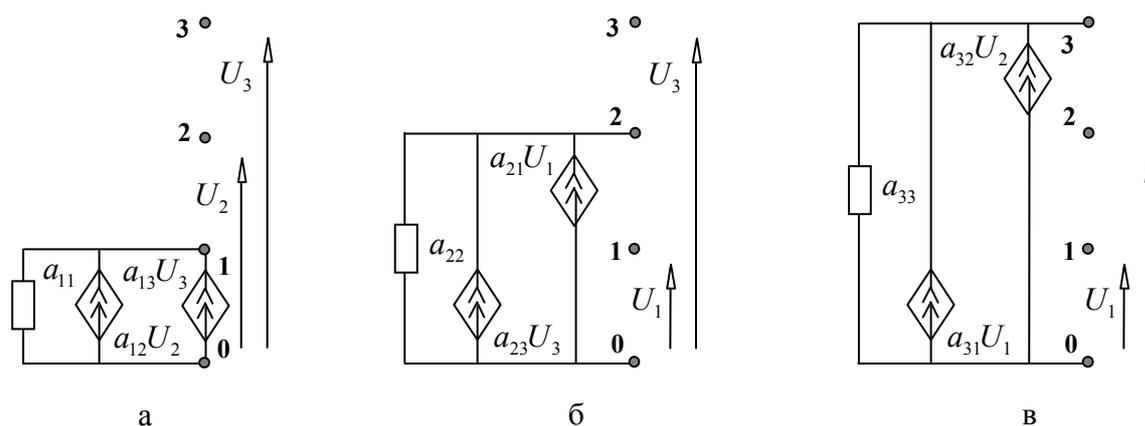


Рис. 2. Схемы замещения первой (а), второй (б) и третьей (в) строк матрицы

Таблица 1. Определение совместности ДВ и подсхем

№	ДВ	1	2	3	№	ДВ	1	2	3
1	000000				11	100001			
2	001001				12	100010			
3	001010				13	100100			
4	001100				14	101011		$-a_{21}$	
5	010001				15	101101		a_{22}	
6	010010				16	101110		$-a_{23}$	
7	010100				17	110011			a_{31}
8	011011	a_{11}			18	110101			$-a_{32}$
9	011101	$-a_{12}$			19	110110			a_{33}
10	011110	a_{13}			20	111111			

Далее для обозначения миноров подсхем используется символ Δ с двумя цифрами: первая цифра – номер подсхемы, а вторая цифра – порядковый номер минора подсхемы. Например, подсхему 3 представляют миноры: Δ_{31} , Δ_{32} и Δ_{33} . Нахождение минора подсхемы заключается в подсоединении к этой подсхеме НУИ согласно ДВ этого минора с последующим раскрытием определителя образованной схемы. Используя один из топологических методов выделения параметров, получаем следующие миноры для подсхем 1, 2 и 3:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} = a_{11}, \Delta_{12} = -a_{12}, \Delta_{13} = a_{13}; \quad \Delta_{21} = -a_{21}, \Delta_{22} = a_{22}, \Delta_{23} = -a_{23} \\ \Delta_{31} = a_{31}, \Delta_{32} = -a_{32}, \Delta_{33} = a_{33}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для объединения подсхем используется иерархическое дерево, которое изображено на рис. 1, в. Номера узлов этого дерева соответствуют номерам исходных подсхем (подсхемы 1 – 3) и подсхем, образованных в результате объединения (подсхемы 4 – 5). Подсхема с номером 5 завершает процесс объединения и является исходной схемой. Из миноров этой подсхемы можно получить искомый определитель.

В первую очередь объединяются подсхемы 1 и 2 (табл. 2). Узлы 1, 2 и 3 являются общими внешними узлами, следовательно, совместность ДВ в

позициях 1, 2 и 3 достигается при условии, когда содержимое позиций рассматриваемых пар ДВ либо взаимно дополняющее, либо равняется единице, но не может быть равным нулю. Таким образом, совместными являются шесть пар ДВ (миноров подсхем): 1) 001001: (1,2) и $-(2,1)$; 2) 001010: (1,3) и $-(3,1)$; 3) 001100: (2,3) и $-(3,2)$. При этом код ДВ объединенной подсхемы равен поэлементному произведению содержимого соответствующих позиций ДВ объединяемых подсхем, и знак объединенного ДВ определяется при совмещении ДВ.

Кортеж ДВ подсхемы 4 имеет вид: 123123. Соответствующие миноры перечислены ниже:

$$\begin{aligned}\Delta_{41} &= \Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12} \Delta_{21}; & \Delta_{42} &= \Delta_{11} \Delta_{23} - \Delta_{13} \Delta_{21}; \\ \Delta_{43} &= \Delta_{12} \Delta_{23} - \Delta_{13} \Delta_{22}.\end{aligned}\quad (4)$$

Процесс объединения подсхем 4 и 3 показан в табл. 3.5.3.

Таблица 2. Объединение первой и второй подсхем

1 \ 2	Δ_{21} 101011	Δ_{22} 101101	Δ_{23} 101110
Δ_{11} 011011	X	+	+
Δ_{12} 011101	-	X	+
Δ_{13} 011110	-	-	X

Таблица 3. Объединение четвертой подсхемы с третьей подсхемой

4 \ 3	Δ_{31} 110011	Δ_{32} 110101	Δ_{33} 110110
Δ_{41} 001001	X	X	+
Δ_{42} 001010	X	-	X
Δ_{43} 001100	+	X	X

Как видно, совместными являются три пары ДВ: (1,3), $-(2,2)$ и (3,1). Далее поступаем аналогично объединению подсхем 1 и 2. Отсюда получается ДВ подсхемы 5: 000000. Кортеж этого ДВ имеет вид: 123123. Соответствующий минор представлен ниже

$$\Delta_{51} = \Delta_{41} \Delta_{33} - \Delta_{42} \Delta_{32} + \Delta_{43} \Delta_{31}.\quad (5)$$

Искомым определителем является последовательность выражений (3)–(5). Необходимо отметить, что полученный результат полностью совпадает с матричным решением.

Представление строк матрицы в виде подсхем и последующее их объединении с помощью метода двоичных векторов [11] в отличие от матричных методов не содержит операций деления.

Исследование показателей сложности полностью заполненных матриц. Наиболее трудоемкими для анализа символьными методами являются полностью заполненные матрицы. Показатели сложности выражений, сформированных программами *MATSYM*, *LAPLAS*, *TOPLAP*, *LINPAS* и *MATSYMS* для определителей таких матриц, приводятся в табл. 4. Следует отметить, что в числе сложений (вычитаний) учитываются и унарные плюсы (минусы).

Таблица 4. Показатели сложности выражений определителей полных матриц

Порядок матрицы	Единое выражение										
	<i>MAPLE</i>					<i>MATSYM</i>			<i>LAPLAS</i>		
	без свертки		после применения функции <i>simplify (size)</i>			[*]	[+]	[-]	[*]	[+]	[-]
	[*]	[+] [-]	[*]	[+]	[-]						
4	72	12 12	40	12	14	40	14	17	40	5	18
5	480	50 60	205	56	75	205	71	97	205	27	93
6	3 600	360 360	1 236	346	447	1 236	424	603	1 236	164	556
7	30 240	2 520 2 520	8 659	2 594	3 021	8 659	2 939	4 253	8 659	1 151	3 889
8	282 240	20 160 20 160	69 280	26 198	23 721	69 280	23 245	34 069	69 280	9 211	31 108
9	2 903 040	181 440 181 440	---	---	---	623 529	206 914	306 681	623 529	82 903	279 976
10	32 659 200	1 814 400 1 814 400	---	---	---	6 235 300	2 048 958	3 066 887	6 235 300	829 034	2 799 765

Продолжение табл. 4

Порядок матрицы	Единое выражение						Последовательность выражений			
	<i>TOPLAP</i>			<i>LINSYM</i>			<i>MATSYMS</i>			
	[*]	[+]	[-]	[*]	[+]	[-]	[=]	[*]	[+]	[-]
4	40	12	12	40	23	39	27	28	16	20
5	205	60	60	205	119	203	51	75	43	44
6	1 236	360	360	1 236	719	1 231	93	186	106	98
7	8 659	2 520	2 520	8 659	5 039	8 653	169	441	249	216
8	69 280	20 160	20 160	69 280	40 319	69 273	311	1 016	568	480
9	623 529	181 440	181 440	623 529	362 879	623 521	583	2 295	1 271	1 064
10	6 235 300	1 814 400	1 814 400	6 235 300	3 628 799	6 235 291	1 113	5 110	2 806	2 354

Для сравнения полученных символьных выражений в исследованиях за «эталон», выступает одна из лучших современных математических программ – *MAPLE 9.5*. Далее под эталоном будем понимать идеальный (без погрешности) численный результат.

Здесь приведены два результата *MAPLE*: 1) без учета свертки полученного выражения; 2) после свертки, произведенной с помощью функции *simplify(size)*. При этом символьное выражение определителя для матрицы 10-го порядка не было получено, а указанная функция не обработала выражение для матриц 9-го и 10-го порядков.

В табл. 4 приведены ориентировочные значения количества операций, которые получены по эмпирическим формулам. Так количество умножений равно $n!(n-1)$, а количество сложений (вычитаний) – $n!(n-1)/(2n-2)$. Здесь n – порядок матрицы.

Как видно, количество операций умножения для всех единых выражений одинаково, а формулы отличаются лишь количеством операций сложения и вычитания, которые определяются различными алгоритмами формирования и свертки указанных выражений.

Из табл. 4 видно, что последовательные выражения выгодно отличаются от единых по количеству арифметических операций. При этом время вычисления последовательных выражений также меньше. Так, например, для матрицы 10 порядка, время вычисления определителя в символьном виде программой *MATSYM* составляет 5 мин. 46.51 сек., а программой *MATSYMS* – 6.92 сек.

Выражения из табл. 4 были использованы при вычислении определителей положообусловленных матриц *Гильберта* [14, с. 37] до 10-го порядка включительно. Каждый элемент матрицы *Гильберта* вычисляется по формуле

$$a_{ij} = 1/(i+j-1), \quad (6)$$

где i и j – номера строки и столбца матрицы, в которых размещается элемент a_{ij} .

Для исследования точности формул удобнее использовать *масштабированные* матрицы, определители которых имеют «идеальные» (с конечным числом значащих цифр) эталоны. Масштабирование матриц заключается в умножении каждого слагаемого матрицы на число, которое исключает все дроби.

Определители немасштабированных матриц Гильберта. Результаты сравнения определителей немасштабированных матриц в численном виде представлены в табл. 5.

Значения, указанные во втором столбце табл. 5 взяты из [17], результаты *MATSYM* (столбец 4) и *MATSYMS* (столбец 6) вычислены с точностью в 18 знаков в *MAPLE*, а эталон (столбец 5) представляет собой результат *MATSYMS*, вычисленный в *MAPLE*, с точностью 100 знаков.

Из табл. 5 видно, что для определителей матриц 4-го, 5-го, 6-го и 7-го порядков единые выражения точнее последовательных. При этом результаты, вычисленные *CALCSYM*, являются более точными, чем результаты *MAPLE* при точности в 18 разрядов.

Для матриц 8-го, 9-го и 10-го порядков численные значения определителей значительно отличаются друг от друга и от эталонов. При этом численное значение для формулы, полученной в *MATSYM* для матрицы 10-го порядка в *MAPLE* получить не удалось.

Ниже будут представлены результаты анализа по точности определителей матриц при изменении разрядности вычислений.

Определители масштабированных матриц Гильберта. Для исследования точности формул удобнее использовать масштабированные матрицы, определители которых имеют «идеальные» (с конечным числом значащих цифр) эталоны. Масштабный коэффициент для матрицы 4-го порядка равен 420, для матрицы 5-го порядка – 2 520, для матрицы 6-го порядка – 27 720, для матрицы 7-го и 8-го порядков – 360 360, для матрицы 9-го порядка – 24 504 480 и для матрицы 10-го порядка – 465 585 120.

В табл. 6 приведены результаты сравнения определителей для масштабированных матриц *Гильберта*.

Как видно из табл. 6, для матриц 4-го, 5-го и 6-го порядков численный результат *MAPLE* совпал с результатами программ *MATSYM* и *MATSYMS* и с эталоном. Отклонение по точности начинается уже с матрицы *Гильберта* седьмого порядка. Чем выше порядок матрицы, тем больше требуется дополнительных разрядов формулам *MATSYMS*, чтобы достичь по точности формулы *MATSYM*.

Для матриц *Гильберта* 7-го и 8-го порядков – единое выражение (столбец 4) выгодно отличается от последовательного (столбец 6) по точности и полностью совпадает с эталоном. Так, чтобы численные результаты последовательных формул сравнялись по точности с результатами единых выражений, полученными по *CALCSYM*, для матриц 7-го порядка требуется 20 разрядов, для матриц 8-го порядка – 27. Результаты для матриц 9-го и 10-го порядков отличаются друг от друга и от эталона.

Исследование формул определителей матриц Гильберта по точности при изменении разрядности вычислений. Рассмотрим поведение (динамику) численных результатов для немасштабированных и масштабированных матриц Гильберта в зависимости от разрядности вычислений.

В табл. 7 и табл. 8 представлены численные результаты для матриц *Гильберта* 8-го и 9-го порядков соответственно при различной точности вычислений. Здесь необходимо отметить, что для немасштабированных матриц понятие «эталона» применять нельзя. Представленный эталон (точность 100 знаков) будем называть условным.

Таблица 6. Сравнение результатов расчета определителей масштабированных матриц *Гильберта*

Название матрицы	Программа					
	<i>MAPLE-18</i> (после <i>simplify</i>)	<i>MATSYM</i> в <i>CALCSYM-18</i>	<i>MATSYM</i> в <i>MAPLE-18</i>	<i>MATSYMS</i> в <i>CALCSYM-18</i>	<i>MATSYMS</i> в <i>MAPLE-18</i>	Эталон
1	2	3	4	5	6	7
hilb 4	5.145e+03	5.1450000000000000e+03	5.145e+03	5.1450000000000000e+03	5.145e+03	5.145e+03
hilb 5	3.81024e+05	3.8102400000000000e+05	3.81024e+05	3.8102400000000000e+05	3.81024e+05	3.81024e+05
hilb 6	2.435091120e+09	2.4350911200000000e+09	2.435091120e+09	2.4350911200000000e+09	2.435091120e+09	2.435091120e+09
hilb 7	3.81604930839300e+14	3.8161427707260000e+14	3.81614277072600e+14	3.8161403666572000e+14	3.81632878758300e+14	3.81614277072600e+14
hilb 8	1.037365820925e+12	7.7835079822500000e+11	7.78350798225e+11	7.674739555170000e+11	1.181380091325e+12	7.78350798225e+11
hilb 9	-	- 1.1798640139739144e+27	- 3.409947742212380e+29	8.1125054758908483e+27	- 2.055037972345035e+29	3.096607437480435460341760e+24
hilb 10	-	- 1.3430051602164921e+42	-	- 8.2054836788860241e+41	- 4.777072411534257e+43	1.0358196441025272708890304439123968e+34

Таблица 7. Сравнение численных результатов для матрицы *Гильберта* 8-го порядка при различной точности вычислений

Программа	Разрядность	Тип матрицы			
		Немасштабированные		Масштабированные	
		Результат вычисления	Кол-во верных разрядов	Результат вычисления	Кол-во верных разрядов
<i>MAPLE</i>	18	5.1508781577770e-33	0	1.037365820925e+12	0
	19	3.43656441292210e-33	0	8.10518102625e+11	0
	20	2.716936120661100e-33	3	7.78733255025e+11	4
	21	2.7356261705123880e-33	4	7.78350798225e+11	13
	23	2.736978657160571660e-33	4		
	25	2.73705065894394597210e-33	8		
	27	2.7370501148217678351100e-33	10		
	60	2.7370501137915130166420432878193577392061868726843978880e-33	42		
	100	2.73705011379151301664204328781935773920617424671785014452808340240596032809522643292979426418880e-33	83		
<i>MATSYM в MAPLE</i>	18	1.09240059093207e-32	0	7.78350798225e+11	13
	19	3.17172721902449e-33	0		
	20	2.814350192186587e-33	2		
	21	2.7324862296387307e-33	4		
	23	2.737124736147523019e-33	5		
	25	2.73705035526506614949e-33	8		
	27	2.7370501153909820063161e-33	10		
	60	2.7370501137915130166420432878193577392061749696936878261e-33	44		
	100	2.73705011379151301664204328781935773920617424671785014452808340240596032809522643359287195147407e-33	82		
<i>MATSYMS в MAPLE</i>	18	1.2298384578550e-33	0	1.181380091325e+12	0
	19	3.53828551818550e-33	0	8.02325918625e+11	0
	20	2.757435683023880e-33	2	7.78733255025e+11	4
	21	2.7359530576889990e-33	4	7.78350798225e+11	13
	23	2.736985997128540550e-33	4		
	25	2.73705050170702637100e-33	8		
	27	2.7370501145128379824210e-33	10		
	60	2.7370501137915130166420432878193577392061861803960892320e-33	42		
	100	2.73705011379151301664204328781935773920617424671785014452808340240596032809522643284453796050210e-33	100		

Из табл. 7 видно, что количество верных цифр при изменении разрядности в выражениях изменяется одинаково. При этом относительная погрешность меньше для определителей единичных выражений.

Таблица 8. Сравнение численных результатов для матрицы *Гильберта* 9-го порядка при различной точности вычислений

Програм- ма 1	Раз- ряд- ность 2	Тип матрицы			
		Немасштабированные		Масштабированные	
		Результат вычисления 3	Кол-во верных разрядов 4	Результат вычисления 5	Кол-во верных разрядов 6
MATSYM в MAPLE	23	5.78703454620465555e-43	0	3.1443399265828429 42e+24	2
	24	7.632804444471983323e-43	0	3.0968761344032800 598e+24	5
	25	9.5693765876887336334e-43	2	3.0966053352182661 2710e+24	7
	26	9.71415997566811045713e-43	3	3.0966075351021179 93458+e24	8
	27	9.720989970456209946979e-43	5	3.0966074374737639 221530e+24	12
	28	9.7203397884566912519684e-43	5	3.0966074374804354 3583730e+24	18
	29	9.72022788960264187737469e-43	6	3.0966074374804354 60341760e+24	26
	30	9.720234055004589005646818e-43	8		
	31	9.7202342461043796262038248e-43	8		
	32	9.72023431793314199269947616e-43	10		
	33	9.720234310880135890762160164e-43	10		
	34	9.7202343118593131882164208889e-43	11		
	44	9.72023431192499986289783559938683726505e-43	21		
	54	9.720234311924999862889472262092364491666823748402e-43	32		
	64	9.7202343119249998628894722620927701752382341240594698136680e-43	42		
	74	9.72023431192499986288947226209277017523828342284290918643819635283011e-43	52		
	84	9.720234311924999862889472262092770175238283422842907107719578834472622226721259e-43	61		
94	9.7202343119249998628894722620927701752382834228429071077195799700001499904083122587031265e-43	73			
100	9.7202343119249998628894722620927701752382834228429071077195799700001499669216180719839753305713e-43	79			

Продолжение табл. 8

1	2	3	4	5	6
MATSYMS в MAPLE	24	9.730881440051152778e-43	3	2.7379105687278131 316e+24	0
	25	9.7817597001506572778e-43	3	3.1094341269793206 1704e+24	2
	26	9.73339043802777830222e-43	3	3.0975904055800546 55820e+24	4
	27	9.722416426800723449666e-43	4	3.0968207389308629 949440e+24	5
	28	9.7203565745687283642222e-43	5	3.0965637304715384 0091040 e+24	5
	29	9.72022068501404868383111e- 43	6	3.0966086603591205 55460800 e+24	7
	30	9.720234264945310332532778e- 43	8	3.0966078185602588 23032480e+24	8
	31	9.7202341099754625684330222e- 43	8	3.0966074366791263 21600840e+24	10
	32	9.72023429863571720721562889 e-43	8	3.0966074376134723 80174720e+24	11
	33	9.72023430944999090782732322 2e-43	9	3.0966074374788565 17673600e+24	12
	34	9.72023431184670418679098776 66e-43	11	3.0966074374804354 60341760e+24	26
	44	9.72023431192499986289482650 159768160555e-43	21		
	54	9.72023431192499986288947226 2092299405828363644666e-43	32		
	64	9.72023431192499986288947226 2092770175238225404999708299 4111e-43	42		
	74	9.72023431192499986288947226 2092770175238283422842897127 67196104892444e-43	50		
	84	9.72023431192499986288947226 2092770175238283422842907107 719581254039780618892000e-43	60		
94	9.72023431192499986288947226 2092770175238283422842907107 7195799700001500102333010952 959111e-43	69			
100	9.72023431192499986288947226 2092770175238283422842907107 7195799700001499669216177760 218191775666e-43	100			

Из табл. 7 и табл. 8 видно, что для масштабированной матрицы по числу требуемых разрядов единые выражения безусловный фаворит – это показательно оформлено в середине таблицы. Однако результаты для

немасштабированных матриц (с неточными параметрами) расплывчаты. Вместе с тем в табл. 8 уже четче проявляются преимущества единых выражений над последовательными.

Выводы

1. Анализ символьных выражений для определителей рассмотренных матриц показывает, что последовательные выражения (*MATSYMS*), сложность которых на несколько порядков ниже, в большинстве случаев не дают удовлетворительных результатов по точности. В то же время единые выражения (*MATSYM*, *LINSYM*, *LAPLAS*, *TOPLAP*) обеспечивают получение точных результатов.

2. В статье представлены эталоны для масштабированных и немасштабированных матриц *Гильберта* до 10-го порядка включительно. Последовательные выражения, несмотря на их меньшую точность, оказались удобными для получения эталонов с помощью системы *MAPLE*, позволяющей устанавливать произвольную разрядность вычислений. Выбирая различный порядок объединения строк (схем) в программе *MATSYMS* можно получать формулы с различной вычислительной сложностью и, соответственно, точностью.

3. Установлено, что единые выражения, сформированные разработанными нами программами (*MATSYM*, *LINSYM*, *LAPLAS*, *TOPLAP*, *MATSYMS*) обладая разной вычислительной сложностью (по числу операций сложения и вычитания) обеспечивают получение одинаковых по точности результатов. Выражения, формируемые системой *MAPLE*, требуют одинакового количества операций умножения и сопоставимое количество аддитивных операций по сравнению с выражениями, получаемыми указанными программами. Однако, результаты расчетов существенно отличаются по точности.

Литература

1. Muir T. The theory of determinants in the historical order of development. Part I and II – General and special determinants up to 1841. – London: MacMillan and Co, 1906. – 503 p.
2. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – Киев: Техніка, 1977. – 768 с.
3. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи. – М.: Высш. шк., 1971. – 448 с.
4. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. – Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1963. – 176 с.
5. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода: Дис. ... докт. техн. наук – 05.09.05 (Теоретическая электротехника) / Ульяновский гос. Техн. ун-т, Санкт-Петербургский гос. техн. ун-т. – Ульяновск–Санкт-Петербург, 2002. – 265с.

6. Филаретов В. В. Схемное отображение матрицы для символического решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. междунар. конф. КЛИН–2001. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – Т. 3. – С.13–15.

7. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 356 с.

8. Filaretov V., Gorshkov K. Transconductance Realization of Block-diagrams of Electronic Networks // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08). – Krakow, Poland. – 2008. – P.261–264.

9. Lin P.M. Sensitivity analysis of large linear networks using symbolic programs // IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems (ISCAS). – 1992. – P. 1145–1148.

10. Hassoun M.M., Lin P.M. A hierarchical network approach to symbolic analysis of large-scale networks // IEEE Transactions on circuits and systems – 1: Fundamental theory and applications. – 1995. – Vol. 42, N 4. – P. 201–211.

11. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8. – С. 33–42.

12. Курганов С.А. Символьный анализ и диакоптика электрических цепей: Дис. ... докт. техн. Наук – 05.09.05 (Теоретическая электротехника) / Ульяновский гос. техн. ун-т, Санкт-Петербургский гос. техн. ун-т. – Ульяновск–Санкт-Петербург, 2006. – 328 с.

13. Михайлов В.Б. Численно-аналитические методы решения сверхжестких дифференциально-алгебраических систем уравнений. – СПб.: Наука, 2005. – 234 с.

14. Уилкинсон Д., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ: Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.

15. Аналитик: Численно-аналитическое решение задач на малых ЭВМ / Б.А. Бублик, В.П. Клименко, С.Б. Погребинский, Ю.С. Фишман. – Киев: Наукова думка, 1987. – 143 с.

16. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. – М.: Мир, 1984. – 264 с.

17. Потемкин В.Г. Введение в MATLAB. – М.: Диалог-МИФИ, 2000. – 247 с. // <http://matlab.exponenta.ru/ml/book2/chapter7/det.php>

Королев Федор Александрович – аспирант кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. Дом. адрес: 432030, г. Ульяновск, пр-кт Нариманова, д. 93, кв. 54. Тел.: (8422) 673766. E-mail: korolev_fa@mail.ru.

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vfil@mail.ru.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НЕИДЕАЛЬНОСТИ ПРОВОДЯЩЕГО СЛОЯ ДВУМЕРНОГО RC-ЭЛЕМЕНТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ АКТИВНОГО RC-ФИЛЬТРА НА ЕГО ОСНОВЕ

К. В. Красноперов, П. А. Ушаков, А. В. Филиппов

Точность и адекватность автоматизированного схемотехнического проектирования во многом определяется точностью и адекватностью математических моделей используемых элементов схем. Поэтому для реализации программного комплекса проектирования устройств на основе RC-элементов с распределенными параметрами (RC-ЭП), предложенного в [1], требуется набор математических моделей, отражающих особенности не только конструкции, но и технологии изготовления RC-ЭП.

В данной работе рассмотрена математическая модель двумерного однородного RC-ЭП со структурой слоев вида R-C-0 (ДО R-C-0 ЭП), в которой проводящий слой имеет конечную проводимость, отражающую реальные свойства проводникового материала, и также исследовано влияние величины этой проводимости на характеристики активного RC-фильтра (ARC-Ф) на основе такого ДО RC-ЭП. Здесь R, C, 0 – обозначения соответственно резистивного, диэлектрического и проводящего слоев.

В математических моделях RC-ЭП, которые используются в расчетах ARC-Ф, содержащих RC-ЭП (см., например, [2]), сопротивление проводящего слоя принимается равным нулю. В то время как на практике проводящие слои RC-ЭП выполняются из материалов, удельные сопротивления которых не равны нулю (например, в полупроводниковых структурах могут иметь значения порядка единиц $\text{Ом}\cdot\text{см}$). Кроме того, на частотах выше десятков мегагерц, когда номиналы сопротивлений резистивных слоев не могут быть большими, сопротивлениями проводящих слоев уже нельзя пренебрегать.

По этой причине в программах анализа и синтеза вместо математических моделей R-C-0 ЭП необходимо использовать математические модели R-C-NR ЭП (где NR – обозначение проводящего слоя с ненулевым сопротивлением). Коэффициент N определяет соотношение между сопротивлением проводящего слоя и сопротивлением резистивного слоя RC-ЭП.

Математическую модель ДО RC-ЭП будем строить на основе метода конечных распределенных элементов (МКРЭ), изложенного в [3]. При этом ДО RC-ЭП разбивается на прямоугольные конечные элементы (КЭ) с сеткой размером $N_1 \times N_2$, каждый из которых замещается двумерным однородным конечным распределенным элементом (ДО КРЭ) с

соответствующей структурой слоев, конструкция которого приведена на рис. 1, а.

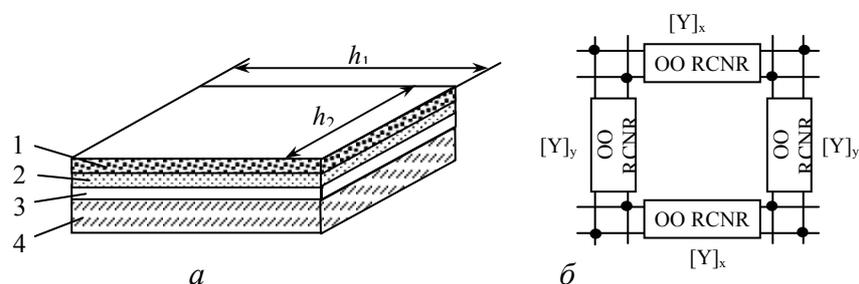


Рис. 1. ДО R-C-NR ЭПП: а – конструкция; б – схема замещения

Электрическую схему замещения ДО КРЭ построим в виде четырех одномерных однородных (ОО) RCNR ЭПП, соединенных между собой, как показано на рис. 1, б. При этом математическая модель ДО КРЭ будет представлять собой матрицу проводимости 8-го порядка, полученную путем объединения четырех матриц проводимости 4-го порядка ОО ЭПП. Выражения для матриц проводимости $[Y]_x$ и $[Y]_y$ приведены в [4] и отличаются лишь величинами полных сопротивлений и емкостей ОО R-C-NR ЭПП, зависящими от линейных размеров h_1 и h_2 КЭ.

Математическая модель ДО R-C-NR ЭПП представляет собой глобальную матрицу проводимостей, которая формируется на основе матриц проводимостей всех ДО КРЭ, замещающих КЭ, на которые был разбит ДО RC-ЭПП.

Для исследования влияния неидеальности проводящего слоя ДО RC-ЭПП на характеристики АРС-Ф на его основе была использована разработанная нами программа синтеза, которая позволяет по заданной характеристике затухания и заданной схеме звена фильтра, найти конструкцию ДО RC-ЭПП. В качестве звена АРС-Ф была взята схема, предложенная в [5] и содержащая операционный усилитель и RC-ЭПП с дополнительным резистором с сосредоточенными параметрами R_d в цепи обратной связи ОУ.

На рис. 2, а изображена синтезированная конструкция ДО RC-ЭПП, обеспечивающая (при использовании модели ДО R-C-0 ЭПП) следующие требования к характеристике затухания АРС-Ф: неравномерность в полосе пропускания $A_{\max} = 3$ дБ; граница полосы пропускания $(\omega RC)_1 = 10$; граница полосы заграждения $(\omega RC)_2 = 40$ и минимальное затухание в полосе заграждения $A_{\min} = 45$ дБ (рис. 2, б).

После этого мы проанализировали изменение АЧХ данного звена АРС-Ф, сохранив топологию верхнего резистивного слоя, но заменив

модель ДО R-C-0 ЭРП на модель ДО R-C-NR ЭРП. Результаты исследования представлены на рис. 3.

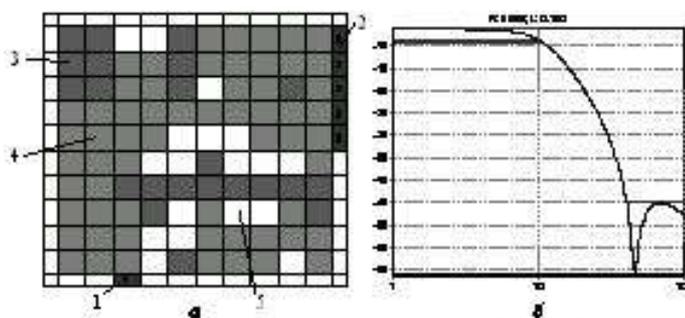


Рис. 2. Топология ДО R-C-0 ЭРП (а) и АЧХ коэффициента передачи ARC-Ф, содержащего ДО R-C-0 ЭРП (б):

1 – контактная площадка 1 (КП1), 2 – КП2, 3 – КЭ вида R, 4 – КЭ

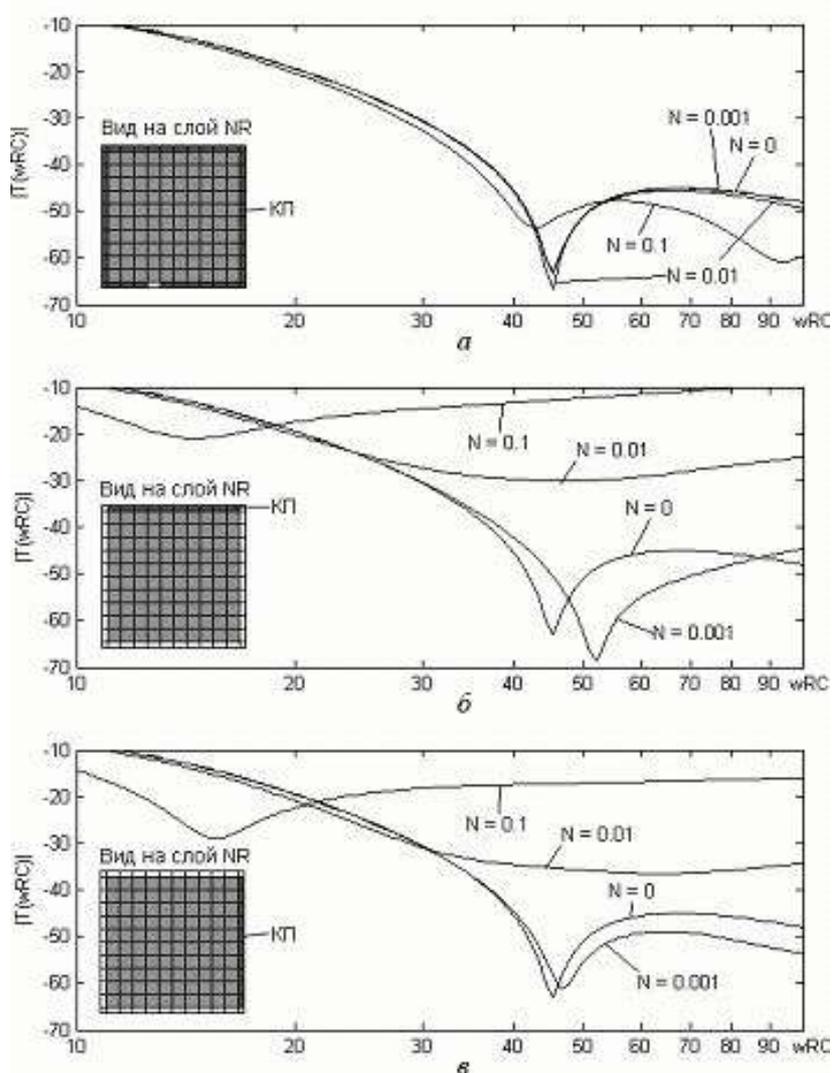


Рис. 3. АЧХ коэффициента передачи ARC-Ф на основе ДО R-C-NR ЭРП: а – с контактной площадкой (КП) по периметру слоя NR; б – с КП по верхней стороне; в – с КП по левой стороне

Как видно, степень отклонения АЧХ ARC-Ф от синтезированной при $N = 0$ зависит как от величины коэффициента N , так и от параметров контактной площадки (КП) к проводящему слою (геометрические размеры, место расположения). Наименьшее влияние сопротивления проводящего слоя на АЧХ наблюдается при контактной площадке, расположенной по всему периметру слоя (рис. 3, а). При остальных вариантах топологии КП наблюдается заметное изменение параметров АЧХ, зависящее как от места расположения контакта, так и от величины N .

Выводы:

1. При уменьшении коэффициента N АЧХ фильтра с моделью ДО R-C-NR ЭРП практически совпадает с АЧХ фильтра с моделью ДО R-C-0 ЭРП ($N = 0$), что доказывает корректность модели ДО R-C-NR ЭРП.
2. При $N \neq 0$ АЧХ фильтра зависит от точки подключения к проводящему слою и от величины N .
3. Разработанная математическая модель ДО R-C-NR ЭРП позволяет создать эффективный инструмент для исследования и проектирования RC-ЭРП и устройств на их основе с учетом реальных свойств материалов слоев.

Литература

1. Красноперов, К. В. Программный комплекс проектирования RC-элементов с распределенными параметрами // Надежность и качество. Труды Международного Симпозиума (25-31 мая 2006, г. Пенза) / Под ред. Н.К. Юркова. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 2006. – Т.1. – С. 169–171.
2. Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А. Введение в теорию и расчет ARC-цепей с распределенными параметрами: Учебное пособие.– Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 1997.– 70 с.
3. Гильмутдинов А.Х. Резистивно-емкостные элементы с распределенными параметрами: Анализ, синтез и применение.– Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2005.– 350 с.
4. Кейзер Х., Кастро П., Николс А. Схемы с распределенными постоянными на тонких пленках // Зарубежная радиоэлектроника.– 1963.– № 4.– С. 112–123.
5. Джонсон С., Хьюлсман А. Схема высокодобротной распределенно-сосредоточенной активной цепи с нулевой чувствительностью действительной части полюса // ТИИЭР.– 1970.– Т. 58, № 4. – С. 90–91.

Красноперов Константин Васильевич - аспирант кафедры "Конструирование радиоэлектронной аппаратуры" Ижевского государственного технического университета. Ижевск, ул. Студенческая, 7, ИжГТУ, тел: (3412) 504022 E-mail: neskos@udmnet.ru

Ушаков Петр Архипович – профессор кафедры "Конструирование радиоэлектронной аппаратуры" Ижевского государственного технического университета, к.т.н., профессор. Ижевск, ул. Студенческая, 7, ИжГТУ, тел: (3412) 504022 E-mail: ushpet@izh.com

Филиппов Андрей Владимирович - аспирант кафедры "Конструирование радиоэлектронной аппаратуры" Ижевского государственного технического университета. Ижевск, ул. Студенческая, 7, ИжГТУ, тел: (3412) 504022 E-mail: baxxter@izhevsk.ru

ОБОБЩЕННАЯ ЛОГИКО-АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Ан. А. Кувшинов, Г. Н. Абрамов, А. А. Кувшинов

Управление статическими преобразователями (СП) заключается в обеспечении заданного вида энергетического преобразования, требуемой величины выходной координаты – напряжения, тока или мощности, а также в формировании безопасных алгоритмов пуска и останова. Различают задачи стабилизации, слежения, инвариантности к неконтролируемым воздействиям, автономности выделенной переменной от остальных переменных, оптимальности относительно выбранного критерия.

Необходимо отметить, что процедуры управления составляют только часть информационного процесса, не менее важными компонентами которого служат задачи контроля, диагностики, защиты СП. Последние требуют отдельного рассмотрения, выходящего за рамки данного исследования.

Решение разнообразных задач управления основано на преобразовании величины входных сигналов, заданных в аналоговой или цифровой форме, во временные характеристики дискретной последовательности – однофазной, парафазной или многофазной – импульсов управления прямоугольной формы. Например, в фазу и длительность импульсов в импульсно-фазовых системах управления (СУ), в период повторения импульсов в СУ с частотно-импульсной модуляцией, в соотношение длительности импульса и паузы в СУ с широтно-импульсной модуляцией.

Аппарат базовых бинарных операций импликативной алгебры выбора (ИАВ) позволяет при соответствующем отождествлении предметных и предикатных переменных формализовать на основе многократной предметной суперпозиции описание, как одиночных импульсов, так и разнообразных импульсных последовательностей – периодических и непериодических, однополярных и двухполярных, с одинаковой и различной амплитудой отдельных импульсов в виде ИАВ-функций. Последние в качестве выходных функций СУ необходимы для синтеза ЛА-моделей энергетических функций управляемых СП.

Графическое изображение одиночного прямоугольного импульса с «пьедесталами» (а), двух прямоугольных импульсов с «пьедесталами» (б), произвольной непериодической последовательности прямоугольных импульсов (в) с указанием предметных и предикатных переменных представлено на рис. 1.

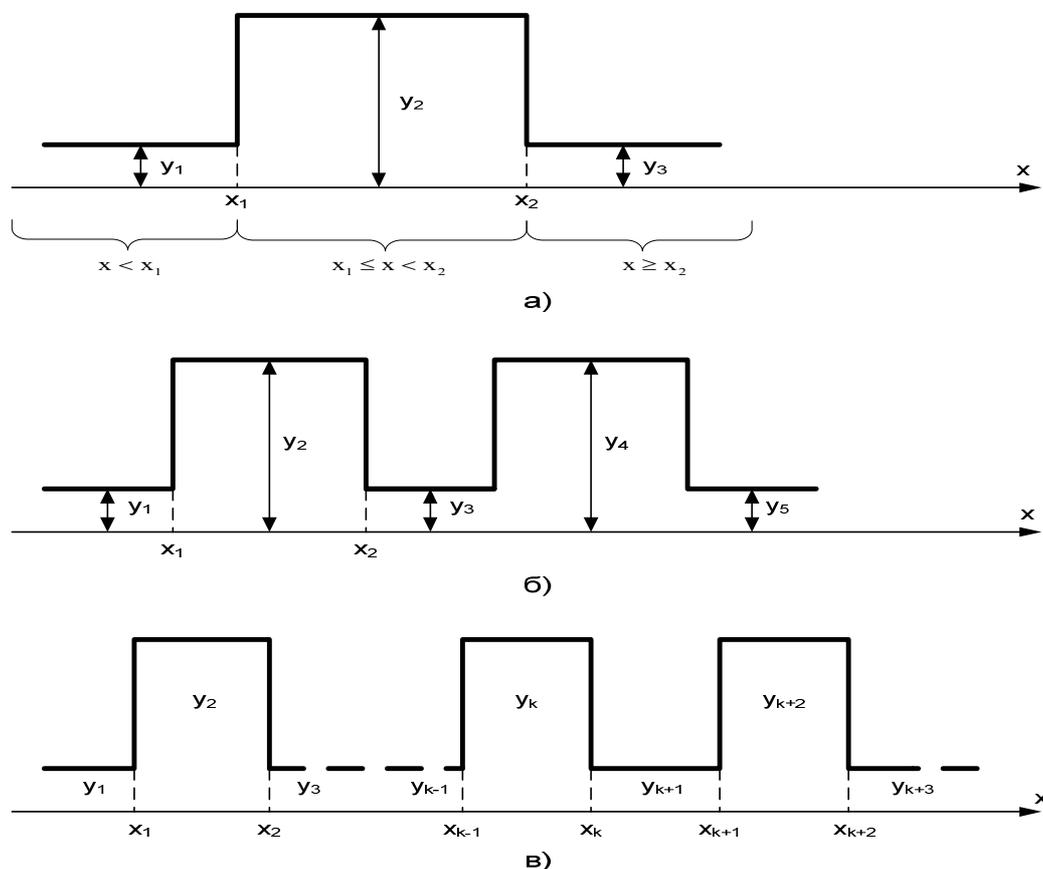


Рис. 1.

Аналитическое описание одиночного прямоугольного импульса с «пьедесталами» (рис. 1,а) в формализе ИАВ-операций осуществляется следующим образом. При изменении предикатной переменной x от меньших значений к большим на границе $x = x_1$ формируется фронт прямоугольного импульса путем альтернативного выбора либо

предметной переменной y_1 при $x < x_1$, либо предметной переменной y_2 при $x \geq x_1$. Формально такой выбор описывается бинарной ИАВ-операцией [2]

$$V(y_1, y_2) = y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1), \quad (1)$$

где x_1 – предикатная константа; x – предикатная переменная, область определения которой в общем случае составляет $\{-\infty, \infty\}$; y_1 – величина «пьедестала»; y_2 – амплитуда прямоугольного импульса.

На границе $x = x_2$ формируется срез прямоугольного импульса путем альтернативного выбора либо предметной переменной $V(y_1, y_2)$ при $x < x_2$, либо y_3 при $x \geq x_2$. Формально такой выбор описывается суперпозиционной предметной подстановкой

$$\begin{aligned} V[V(y_1, y_2), y_3] &= V(y_1, y_2) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2) = \\ &= y_1 \cdot I(x_1 - x) \cdot I(x_2 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2), \end{aligned} \quad (2)$$

где x_2 – предикатная константа, причем $x_2 > x_1$; y_3 – величина «пьедестала» прямоугольного импульса.

Учитывая, что при $x_1 < x_2$ произведение единичных функций

$$I(x_1 - x) \cdot I(x_2 - x) = I(x_1 - x),$$

из (2) получим

$$V(y_1, y_2, y_3) = y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2) \quad (3)$$

ЛА-модель одиночного прямоугольного импульса с «пьедесталами» y_1 и y_3 . В частном случае, при $y_1 = y_3 = 0$ из (3) вытекает ЛА-модель

$$V(0, y_2, 0) = y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x)$$

одиночного прямоугольного импульса без «пьедесталов». Необходимо отметить, что ЛА-модель (3) универсальна и описывает множество разнообразных по форме одиночных импульсов, которые можно получить заданием величины и знака предметных переменных. В таблице 1 представлены некоторые частные ЛА-модели, вытекающие из (3), и соответствующие им разновидности прямоугольных импульсов, которые могут быть использованы для управления силовыми полупроводниковыми ключами (СПК) различного типа.

Таким образом, формирование одиночного импульса любой физической природы – напряжения, тока или мощности сводится к последовательному выполнению двух бинарных ИАВ-операций, когда результат предыдущей служит одной из предметных переменных для последующей, что соответствует однократной предметной суперпозиции. В процессе выполнения ИАВ-операций изменяющаяся предикатная

переменная x сравнивается с предикатными константами x_1 и x_2 , значения которых определяют «ширину» $\Delta x = (x_2 - x_1)$ импульса и его положение в области допустимых значений предикатных переменных. Предметные переменные (y_1, y_2, y_3) определяют форму, величину и полярность одиночного импульса.

Процедура синтеза ЛА-модели двух прямоугольных импульсов (рис. 1,б) заключается в многократном повторении суперпозиционных подстановок при описании бинарной ИАВ-операцией каждого перехода $V(y_1, \dots, y_i) \rightarrow y_{i+1}$ на границе $x = x_i$. В результате каждая текущая ИАВ-операция учитывает все предшествующие изменения предметных переменных. Альтернативный выбор предметных переменных на границах $x = x_1$ и $x = x_2$ описывается ИАВ-функциями (1) и (3) соответственно.

Таблица 1

Предметные переменные	Логико-алгебраическая модель	Форма импульса
$y_1 > 0$ $y_2 = 0$ $y_3 > 0$	$V(y_1, 0, y_3) = y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 < 0$ $y_2 > 0$ $y_3 < 0$	$V(-y_1, y_2, -y_3) = -y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) - y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 < 0$ $y_2 > 0$ $y_3 > 0$	$V(-y_1, y_2, y_3) = -y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 < 0$ $y_2 < 0$ $y_3 < 0$	$V(-y_1, -y_2, -y_3) = -y_1 \cdot I(x_1 - x) - y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) - y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 > 0$ $y_2 < 0$ $y_3 > 0$	$V(y_1, -y_2, y_3) = y_1 \cdot I(x_1 - x) - y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 < 0$ $y_2 = 0$ $y_3 < 0$	$V(-y_1, 0, -y_3) = -y_1 \cdot I(x_1 - x) - y_3 \cdot I(x - x_2)$	
$y_1 = 0$ $y_2 < 0$ $y_3 = 0$	$V(0, -y_2, 0) = -y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x)$	

Формальное описание альтернативного выбора предметных переменных на границе $x = x_3$ можно получить в результате суперпозиционной подстановки (3) в бинарную ИАВ-операцию

$$\begin{aligned} V[V(y_1, y_2, y_3), y_4] &= V(y_1, y_2, y_3) \cdot I(x_3 - x) + y_4 \cdot I(x - x_3) = \\ &= y_1 \cdot I(x_1 - x) \cdot I(x_3 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) \cdot I(x_3 - x) + \\ &+ y_3 \cdot I(x - x_2) \cdot I(x_3 - x) + y_4 \cdot I(x - x_3) = \\ &= y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_1 \cdot I(x - x_1) \cdot I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2) \cdot I(x_3 - x) + y_4 \cdot I(x - x_3). \end{aligned} \quad (4)$$

Последняя форма выражения (4) получена с учетом равенств

$$\begin{aligned} I(x_1 - x) \cdot I(x_3 - x) &= I(x_1 - x), \\ I(x_2 - x) \cdot I(x_3 - x) &= I(x_2 - x), \end{aligned}$$

сохраняющих справедливость при $x_1 < x_2 < x_3$.

Суперпозиционная подстановка (4) для описания перехода на границе $x = x_4$ позволяет получить ЛА-модель

$$\begin{aligned} V[V(y_1, \dots, y_4), y_5] &= V(y_1, \dots, y_4) \cdot I(x_4 - x) + y_5 \cdot I(x - x_4) = \\ &= y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) I(x_2 - x) + y_3 \cdot I(x - x_2) \cdot I(x_3 - x) + \\ &+ y_4 \cdot I(x - x_3) \cdot I(x_4 - x) + y_5 \cdot I(x - x_4) \end{aligned} \quad (5)$$

последовательности из двух прямоугольных импульсов с ненулевыми паузами и «пьедесталами» y_1 и y_5 .

Продолжение процедуры суперпозиционных подстановок позволяет формировать ЛА-модель

$$\begin{aligned} V(y_1, \dots, y_k \dots) &= y_1 \cdot I(x_1 - x) + y_2 \cdot I(x - x_1) I(x_2 - x) + \dots + y_k \cdot I(x - x_{k-1}) \cdot \\ &\cdot I(x_k - x) + y_{k+1} \cdot I(x - x_k) \cdot I(x_{k+1} - x) + y_{k+2} \cdot I(x - x_{k+1}) \cdot I(x_{k+2} - x) + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

произвольной непериодической последовательности прямоугольных импульсов (рис.1,в) с неограниченным количеством импульсов.

Анализ (6) позволяет отметить, что для формирования ЛА-модели ограниченной последовательности, содержащей k прямоугольных импульсов, необходимо выполнить $(2 \cdot k)$ бинарных ИАВ-операций с $(2 \cdot k - 1)$ суперпозиционными подстановками. Необходимо также отметить, что ЛА-модель (6) обладает достаточной общностью и может использоваться для амплитудно-ступенчатой аппроксимации произвольной непрерывной функции.

В частном случае, при выполнении следующих условий

$$\begin{aligned} y_1 &= y_3 = \dots = y_{k+1} = y_{k+3} = \dots = 0; \\ y_2 &= y_4 = \dots = y_k = y_{k+2} = \dots = Y^{(+)}; \\ (x_{k+1} - x_{k-1}) &= X; \end{aligned}$$

и выборе начала отсчета $x = 0$, универсальная ЛА-модель (6) может быть преобразована

$$\begin{aligned}
 V(y_1, \dots, y_k \dots) = & Y^{(+)} \cdot \{I(x - 0 \cdot X) \cdot I(x_1 - x) + I(x - X) \cdot I(x_2 - x) + \\
 & I(x - 2 \cdot X) \cdot I(x_3 - x) + \dots + I(x - k \cdot X) \cdot I(x_{k+1} - x) + \\
 & I(x - (k+1) \cdot X) \cdot I(x_{k+2} - x) + \dots\} = Y^{(+)} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} [I(x - k \cdot X) \cdot I(x_{k+1} - x)]
 \end{aligned} \quad (7)$$

в ЛА-модель однофазной периодической последовательности однополярных прямоугольных импульсов (рис. 2,а). Последние наиболее часто используются для управления СПК и имеют поэтому наибольшую практическую значимость.

Если допустить, что

$$y_1 = 0; \quad y_3 = \dots = y_{k+1} = y_{k+3} = \dots = Y^{(-)},$$

универсальная ЛА-модель (6) трансформируется в

$$V(y_1, \dots, y_k \dots) = \sum_{k=0}^{\infty} [Y^{(+)} I(x - kX) I(x_{k+1} - x) + Y^{(-)} I((k+1)X - x) I(x - x_{k+1})] \quad (8)$$

в ЛА-модель однофазной периодической последовательности двухполярных прямоугольных импульсов (рис. 2,б). Последние используются для повышения помехоустойчивости СПК, функционирующих в условиях интенсивных электромагнитных помех. При необходимости на основе (7), (8) можно получить ЛА-модель парафазной и многофазной последовательности прямоугольных импульсов.

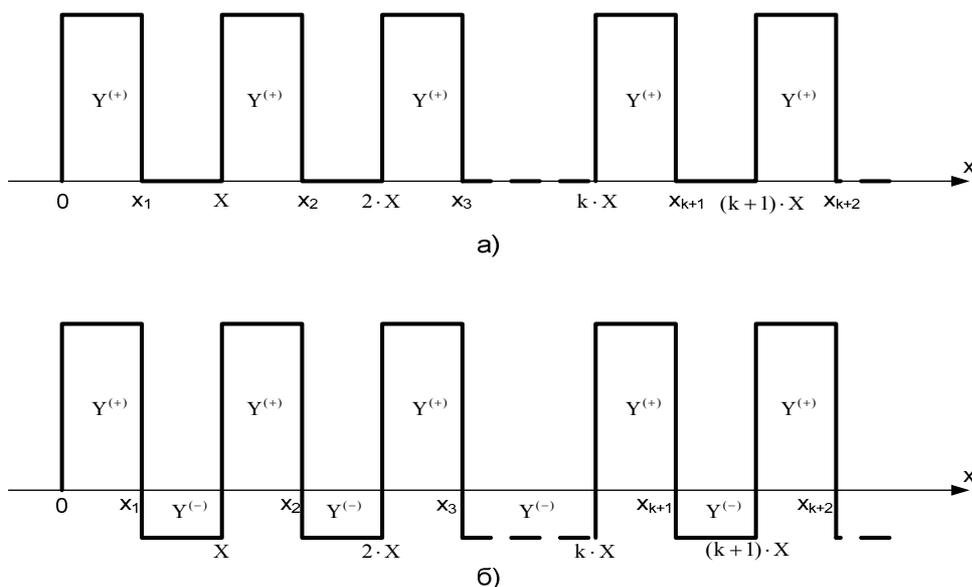


Рис. 2

Модуляция временных характеристик дискретной последовательности управляющих импульсов вида (7) или (8) осуществляется в общем случае в процессе сравнения нескольких сигналов, который формально описывается операцией вычитания

$$\{p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y)\} - \{p_2 R_2(S_o, t) + \bar{p}_2 F_2(S_o) + p_3 R_3(S_{oc}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{oc})\}, \quad (9)$$

где S_y – сигнал управления, определяющий величину выходной координаты СП; S_o – опорный сигнал, определяющий вид энергетического преобразования путем задания частоты коммутаций СПК в автономных СП или синхронизации частоты коммутаций СПК в ведомых СП; S_{oc} – сигнал обратной связи, формируемый путем преобразования выходных координат СП; $F_1(S_y), F_2(S_o), F_3(S_{oc})$ – независимые от времени функциональные преобразования сигнала управления, опорного сигнала и сигнала обратной связи соответственно (масштабирование, ограничение диапазона, выделение модуля или экстремума, выборка – хранение, установка начальных условий и т.д.); $R_1(S_y, t), R_2(S_o, t), R_3(S_{oc}, t)$ – развертки управляющего сигнала, опорного сигнала и сигнала обратной связи соответственно; p_i – двузначные предикаты, удовлетворяющие условиям комплементарности $p_i + \bar{p}_i = 1$ и выполняющие функции структурных коэффициентов.

Значения структурных коэффициентов p_i определяют способ использования сигналов в процедуре сравнения (9): либо временная развертка сигнала (в простейшем случае линейная), либо независимое от времени функциональное преобразование сигнала (в простейшем случае повтор или масштабирование). Естественным ограничением является требование физической реализуемости модуляции временных характеристик, согласно которому при каждом наборе значений структурных коэффициентов $\{p_1, p_2, p_3\}$ в процедуре сравнения (9) должна участвовать хотя бы одна временная развертка. Набор нулевых значений структурных коэффициентов $p_1, p_2, p_3 = 0, 0, 0$, при котором из процедуры сравнения (9) исключаются все временные развертки, может использоваться для блокирования формирования импульсных последовательностей вида (7) или (8).

Особенность выполнения операции вычитания (9) заключается в том, что для реализации алгоритмов управления СП за счет модуляции временных характеристик последовательности импульсов управления СПК достаточно определить только знак разности сигналов без точного значения модуля. При положительном знаке должен формироваться,

например, прямоугольный импульс величиной $Y^{(+)}$, при отрицательном знаке – прямоугольный импульс величиной $Y^{(-)}$. Формально такую процедуру можно описать базовыми бинарными ИАВ-операциями, если предварительно выполнить следующие процедуры отождествления предметных и предикатных переменных соответственно

$$y_1 = Y^{(+)}; \quad y_2 = Y^{(-)}. \quad x_1 = p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y);$$

$$x_2 = p_2 R_2(S_{OC}, t) + \bar{p}_2 F_2(S_{OC}) + p_3 R_3(S_{OC}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{OC}).$$

Тогда

$$V(Y^{(+)}; Y^{(-)}) = Y^{(+)} \{ [p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y)] - p_2 R_2(S_O, t) + \bar{p}_2 F_2(S_{OC}) + p_3 R_3(S_{OC}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{OC}) \} + Y^{(-)} I \{ [p_2 R_2(S_O, t) + \bar{p}_2 F_2(S_{OC}) + p_3 R_3(S_{OC}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{OC})] - [p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y)] \}; \quad (10)$$

$$\Lambda(Y^{(+)}; Y^{(-)}) = Y^{(+)} \{ [p_2 R_2(S_O, t) + \bar{p}_2 F_2(S_{OC}) + p_3 R_3(S_{OC}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{OC})] - [p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y)] \} + Y^{(-)} I \{ [p_1 R_1(S_y, t) + \bar{p}_1 F_1(S_y)] - [p_2 R_2(S_{OC}, t) + \bar{p}_2 F_2(S_O) + p_3 R_3(S_{OC}, t) + \bar{p}_3 F_3(S_{OC})] \}; \quad (11)$$

Бинарные базовые ИАВ-операции, записанные в форме (10), (11) с использованием реальных физических сигналов СУ, входных S_y , S_O , S_{OC} и выходных $Y^{(+)}$, $Y^{(-)}$, описывают процесс формирования двухтактной импульсной последовательности и способы модуляции ее временных характеристик. Уравнения (10), (11) являются обобщенной ЛА-моделью замкнутой СУ, в которой заданием двухзначных предикатов осуществляется выбор способа модуляции временных характеристик выходных сигналов $Y^{(+)}$, $Y^{(-)}$. Возможные варианты значений структурных коэффициентов в (9), (10), (11) и краткая характеристика соответствующего способа управления представлены в таблице 2.

Как видно, обобщенная ЛА-модель (10), (11) охватывает широкий класс СУ, функционирование которых основано на реализации преобразования «сигнал-время» и может использоваться на ранних этапах проектирования, связанных с выбором структуры СУ и алгоритмов управления СП.

Таблица 2

p_1 p_2 p_3	Алгоритм сравнения	Характеристика СУ
0 0 0	$F_1(S_y) - \{F_2(S_o) + F_3(S_{oc})\}$	СУ нереализуема из-за отсутствия зависимых от времени сигналов.
0 0 1	$F_1(S_y) - \{F_2(S_o) + R_3(S_{oc}, t)\}$	Замкнутая СУ с разверткой сигнала обратной связи. Асинхронная следящая СУ со слежением по среднему значению выхода ($S_o = 0$).
0 1 0	$F_1(S_y) - \{R_2(S_o, t) + F_3(S_{oc})\}$	Замкнутая ($S_{oc} \neq 0$) или разомкнутая ($S_{oc} = 0$) СУ с разверткой опорного сигнала. Вертикальная синхронная СУ с тактированием от сети питания (СИФУ) или от автономного тактового генератора (ШИР).
0 1 1	$F_1(S_y) - \{R_2(S_o, t) + R_3(S_{oc}, t)\}$	Синхронная СУ с разверткой опорного сигнала и со слежением за средним значением сигнала обратной связи (усреднение осуществляется на интервале тактирования).
1 0 0	$R_1(S_y, t) - \{F_2(S_o) + F_3(S_{oc})\}$	Замкнутая ($S_{oc} \neq 0$) или разомкнутая ($S_{oc} = 0$) СУ с разверткой сигнала управления (горизонтальная СУ).
1 0 1	$R_1(S_y, t) - \{R_2(S_o, t) + R_3(S_{oc}, t)\}$	СУ с разверткой сигнала управления и слежения по среднему значению выходной координаты. Используется как вариант следующей СУ с повышенной помехоустойчивостью (обычно $S_o = 0$).
1 1 0	$R_1(S_y, t) - \{R_2(S_o, t) + R_3(S_{oc}, t)\}$	СУ с развертками сигнала управления и опорного сигнала. Вертикальная синхронная СУ с повышенной помехоустойчивостью и быстродействием.
1 1 1	$R_1(S_y, t) - \{R_2(S_o, t) + R_3(S_{oc}, t)\}$	Вертикальная синхронная СУ с повышенной помехоустойчивостью, быстродействием и слежением за средним значением выхода.

Литература

1. Обухов С.Г., Чаплыгин Е.Е., Миронов В.А. Классификационные критерии систем управления вентильными преобразователями / Электротехника. – 1982. – № 2. – С. 9–12.
2. Волгин Л.И. Алгебраические логики: элементы теории, взаимоотношения, реляторная схемотехника. - Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 257с.

Кувшинов Андрей Алексеевич – аспирант кафедры «Радиотехника» Тольяттинского государственного университета сервиса (ТГУС), р.т. 63-79-30, e-mail: andreikuvshinov@yandex.ru

Абрамов Геннадий Николаевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Радиотехника» Тольяттинского государственного университета сервиса (ТГУС), р.т. 48-65-70.

Кувшинов Алексей Алексеевич – доктор технических наук, профессор кафедры «Радиотехника» Тольяттинского государственного университета сервиса (ТГУС), р.т. 63-79-30, e-mail: alekseikuvshinov@yandex.ru.

НАХОЖДЕНИЕ ПОРЯДКА СЛОЖНОСТИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ АКТИВНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ МЕТОДОМ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Д. С. Курганов, С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Предложен схемно-алгебраический алгоритм нахождения порядка сложности, максимальной и минимальной степеней полиномов числителя и знаменателя схемной функции цепи с произвольными линейными элементами, в том числе, с взаимоиндуктивностями и управляемыми источниками. Алгоритм выявляет снижение (повышение) максимальной (минимальной) степени полинома за счет как обобщенных индуктивных сечений и емкостных контуров (емкостных сечений и индуктивных контуров), так и вырожденных контуров и сечений из управляемых источников и нуллов.

Нахождение порядка сложности электрической цепи (числа ненулевых собственных частот) является одной из классических задач теории цепей [1]. Для полиномиальной схемной функции (ПСФ)

$$H(p) = \frac{\sum_{k=m_{\min}}^{m_{\max}} a_k p^k}{\sum_{k=n_{\min}}^{n_{\max}} b_k p^k}, \quad (1)$$

где p – оператор Лапласа; a_k, b_k – рациональные выражения; $m_{\max}, m_{\min}, n_{\max}, n_{\min}$ – максимальные и минимальные степени числителя и знаменателя, порядок сложности цепи находится по формуле

$$r = n_{\max} - n_{\min}. \quad (2)$$

Порядок сложности (ранг) r необходим для определения минимального числа уравнений состояния [2] и числа слагаемых в

функциях переходного режима. Параметры n_{max} , n_{min} , m_{max} и m_{min} требуются для построения экономичного алгоритма формирования ПСФ, исключая затраты на поиск заведомо нулевых коэффициентов. Условия снижения порядка сложности должны быть учтены при синтезе цепей с минимальным числом реактивных элементов [1,3].

Максимальная степень характеристического полинома цепи из пассивных двухполюсных элементов и независимых источников находится по формуле [4]

$$n_{max} = n_C + n_L - n_{SL} - n_{KC} \quad (3)$$

где n_C , n_L – число конденсаторов и катушек индуктивности; n_{SL} , n_{KC} – число индуктивных сечений (из индуктивностей и источников тока) и емкостных контуров (из конденсаторов и источников напряжения) соответственно. Минимальная степень характеристического полинома определяется по формуле [4]

$$n_{min} = n_{SC} + n_{KL} \quad (4)$$

где n_{SC} , n_{KL} – число емкостных сечений и индуктивных контуров соответственно. Емкостное сечение может содержать, кроме конденсаторов, независимые источники тока. Индуктивный контур – кроме катушек индуктивности, независимые источники напряжения.

Для цепей с взаимными индуктивностями и управляемыми источниками (УИ) в настоящее время не имеется топологических формул, позволяющих определить максимальную и минимальную степень характеристического полинома. «Если цепь содержит управляемые источники, то при некоторых значениях параметров схемы между емкостными напряжениями и индуктивными токами может появиться зависимость...» [4, с. 32]. «Из-за наличия зависимых источников нельзя по топологии схемы выявить зависимые напряжения и токи» [2, с. 293]. Отсутствие топологических правил определения порядка сложности цепи с УИ доказывается в [2] на примере двух активных схем – рис. 1,а и рис. 1,б. Утверждается, что каждая из схем имеет контур (контур) из конденсаторов и УИ напряжения, однако в первой из них (рис. 1,а) $n_{max} = 0$, что на единицу меньше числа конденсаторов n_C , а во второй схеме (рис. 1,б) $n_{max} = n_C$. Из этого противоречия делается вывод о невозможности сформулировать топологические правила снижения n_{max} для схем с УИ.

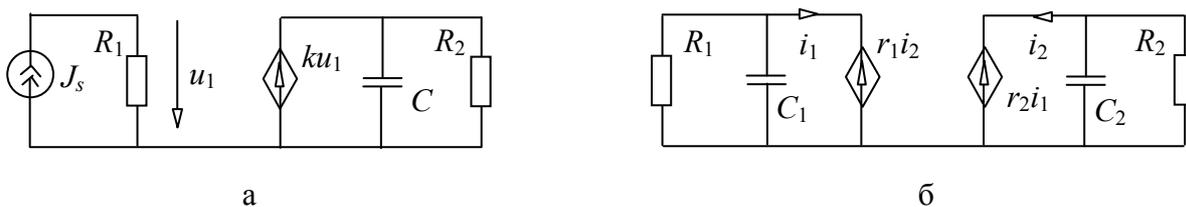
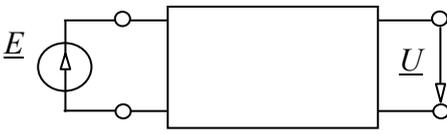
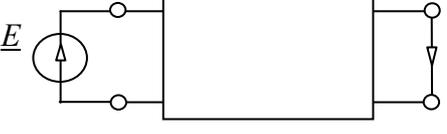
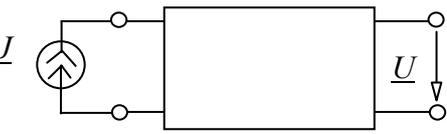
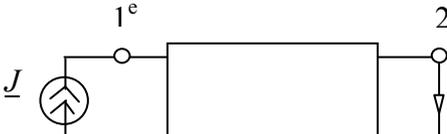


Рис. 1. Схемы с управляемыми источниками: с контуром из конденсатора и УИ напряжения (а); без особых контуров (б)

определители разлагаются по формулам выделения резисторов и УИ [6] до получения символьных выражений для полиномиальных коэффициентов.

Максимально возможные степени полиномов числителя и знаменателя определяются по формуле $m_{max} = n_{max} = n_C + n_L$. Минимально возможная степень $m_{min} = n_{min} = 0$. Снижение максимальной и повышение минимальной степени полинома будет наблюдаться, если соответствующие полиномиальные коэффициенты равны нулю. Это означает, что их САВ и составляющие схемные определители вырождены – равны нулю. Схемный определитель вырожден, если он содержит вырожденное сечение или контур из табл. 2 [6].

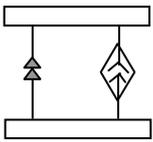
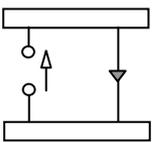
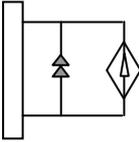
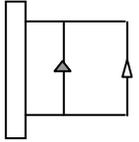
Таблица 1. Схемно-алгебраические выражения (САВ) для передаточных функций

№	Исходная схема	САВ
1	Коэффициент передачи напряжения	
		$K_{EU} = \frac{U}{E} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with voltage source E and output U} \\ \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \\ \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \end{array} \right }$
2	Передаточная проводимость	
		$Y_{EI} = \frac{I}{E} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with voltage source E and output current I} \\ \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \\ \text{Circuit diagram with voltage source E and shorted output} \end{array} \right }$
3	Передаточное сопротивление	
		$Z_{JU} = \frac{U}{J} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source J and output U} \\ \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \\ \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \end{array} \right }$
4	Коэффициент передачи тока	
		$B_{JU} = \frac{U}{J} = \frac{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source J and output U} \\ \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \\ \text{Circuit diagram with current source J and shorted output} \end{array} \right }$

Условия понижения максимальной степени полинома за счет вырождения САВ полиномиального коэффициента при выделении реактивных элементов. Полиномиальному коэффициенту b_{mmax} (a_{nmax}) в (1) соответствует САВ с одним схемным определителем, который

получается выделением всех реактивных элементов (для пары взаимосвязанных катушек берется первое слагаемое в формуле (7)). Этот схемный определитель будет вырожден ($a_{(nC + nL)} = 0$ или $b_{(nC + nL)} = 0$) и максимальная степень полинома снизится на единицу, если одна или несколько катушек индуктивности, изолированных или связанных между собой, окажутся в сечении из генераторов тока и ГНУИ (столбец 1 в табл. 2) или в сечении из приемников напряжения и ПНУИ (столбец 2 в табл. 2). Это объясняется тем, что все катушки индуктивности в таком сечении выделить нельзя, поскольку образуется схема из двух несвязанных подсхем, определитель которой равен нулю. Назовем это сечение *обобщенным индуктивным сечением* (строка 1 в табл. 3). Каждое такое сечение снижает n_{max} (m_{max}) на единицу.

Таблица 2. Вырожденные структуры электрических цепей

Сечение из генераторов тока и/или ГНУИ	Сечение из приемников напряжения и/или ПНУИ	Контур из ГНУИ и/или генератора напряжения	Контур из ПНУИ и/или приемника тока
			

Порядок полинома n_{max} (или m_{max}) снижается также для цепи с контуром 3 или 4 из табл. 2, в который входит один или несколько конденсаторов так, как в строке 2 из табл. 3. Эти два контура назовем *обобщенными емкостными контурами*, причем контур, который может содержать УИ и ГНУИ (слева в строке 2 из табл. 3) – емкостным контуром первого типа, а контур, который может содержать приемники тока и ПНУИ (в строке 2 справа) – контуром второго типа. Каждый *обобщенный емкостный контур* снижает n_{max} (или m_{max}) на единицу, поскольку в нем невозможно выделить одновременно все конденсаторы – один из них необходимо нейтрализовать.

Для нахождения *обобщенных емкостных контуров* полезным является понятие *обобщенного нормального дерева*, которое вводится по аналогии с нормальным деревом [2] и находится путем включения в него элементов по следующему приоритету: УИ, ГНУИ, конденсаторы, остальные элементы в произвольном порядке (приемники тока, ПНУИ, конденсаторы, остальные элементы) для поиска обобщенных емкостных контуров первого (второго) типа.

Условия повышения минимальной степени полинома за счет вырождения САВ при нейтрализации реактивных элементов. Как уже отмечалось, предельная минимальная степень полинома числителя (знаменателя) в формуле (1) равна нулю. Полиномиальный коэффициент с нулевым номером находится путем нейтрализации всех реактивных

элементов в САВ числителя (знаменателя) из табл. 1. Соответствующие этой операции слагаемые записаны в формулах (5) – (7) последними.

Минимальная степень полинома повышается, если эти слагаемые вырождены. Это имеет место при наличии так называемого *обобщенного емкостного сечения* (строка 3 табл. 3), которое состоит из ГНУИ и УИ тока или из ПНУИ и приемника напряжения, как в столбцах 1 или 2 из табл. 2, и одного или нескольких конденсаторов. Каждое такое сечение повышает n_{min} (или m_{min}) на единицу, поскольку в нем не могут быть нейтрализованы все конденсаторы – хотя бы один должен быть выделен.

Таблица 3. Обобщенные особые сечения и контуры

№	Наименование сечения или контура
1	Обобщенные индуктивные сечения
2	Обобщенные емкостные контуры
3	Обобщенные емкостные сечения
4	Обобщенные индуктивные контуры

Минимальная степень полинома n_{min} (или m_{min}) повышается также, если в схему входит *обобщенный индуктивный контур* (строка 4 из табл. 3), содержащий генератор напряжения и ГНУИ или приемник тока и ПНУИ (столбцы 3 и 4 в табл. 2) с одной или несколькими, в том числе взаимосвязанными, катушками индуктивности. Каждый такой контур повышает n_{min} (или m_{min}) на единицу, поскольку нейтрализация по формулам (6) и (7) всех катушек приводит к вырожденной схеме, а значит к отсутствию соответствующего слагаемого. Ненулевым будет слагаемое,

в котором выделена хотя бы одна катушка индуктивности, а это повышает степень полинома на единицу.

Применение САВ числителей и знаменателей ПСФ в табл. 1, понятий *обобщенных индуктивных сечений* и *емкостных контуров* (в строках 1 и 2 табл. 3) позволяет рассчитать по формуле (3) максимальную степень полинома числителя n_{max} (знаменателя m_{max}) для произвольных активных цепей с учетом вырождения САВ при выделении реактивных элементов. Введение понятий *обобщенного емкостного сечения* и *индуктивного контура* (в строках 3 и 4 табл. 3) позволяет рассчитать по формуле (4) соответствующие значения n_{min} и m_{min} .

В то же время формулы (3) и (4) учитывают только топологические вырождения, проявляющиеся непосредственно при выделении и/или нейтрализации конденсаторов и катушек индуктивности, и не учитывают вырождения, скрытые частными, содержащими одно из двух слагаемых [5] формулами выделения резистивных элементов. Поэтому применение формул (3) и (4) является только первым этапом определения максимальной и минимальной степени полинома числителя (знаменателя). Вторым этапом алгоритма является проверка на вырожденность САВ коэффициентов после применения частных формул выделения (нейтрализации) резистивных элементов.

Условия понижения максимальной и повышения минимальной степени полинома на этапе выделения (нейтрализации) резистивных элементов по частным формулам. Формулы частного односложного выделения и нейтрализации резистивных элементов приведены в табл. 4 и 5 соответственно. Они используются для упрощения САВ, соответствующего коэффициенту максимальной (минимальной) степени, полученного на этапе выделения и нейтрализации реактивных элементов. Упрощенное САВ невырождено, если не вырожден хотя бы один схемный определитель. Схемный определитель вырожден при наличии в схеме вырожденного контура или сечения из табл. 2.

Если САВ коэффициента максимальной (минимальной) степени оказалось вырожденным, то поиск максимальной (минимальной) степени полинома необходимо продолжить – перейти к проверке САВ коэффициента с меньшим (большим) на единицу номером. В противном случае поиск прекратить и считать максимальной (минимальной) степенью полинома текущее значение максимальной (минимальной) степени.

Таким образом, определение максимальной (минимальной) степени полинома числителя или знаменателя выполняется в 2 этапа. На первом этапе выявляется понижение (повышение) степени по формулам (3) и (4) за счет образования *обобщенных индуктивных и емкостных сечений и контуров*.

На втором этапе САВ коэффициента максимальной (минимальной) степени, полученной на первом этапе, сначала упрощается путем

выделения и нейтрализации резистивных элементов по частным формулам из табл. 4 и 5, а затем проверяется на вырождение по табл. 2. Вырождение снижает (повышает) максимальную (минимальную) степень полинома на единицу.

Таблица 4. Частные случаи выделения резистивных элементов

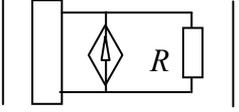
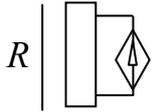
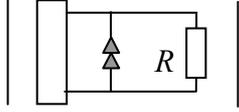
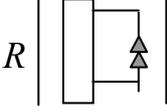
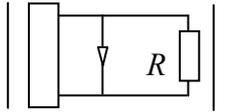
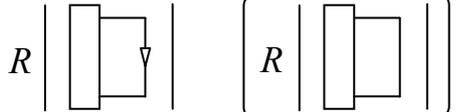
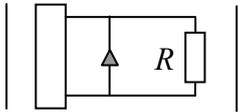
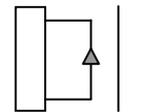
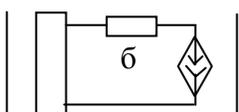
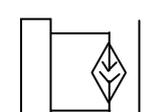
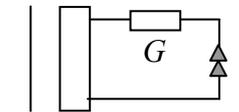
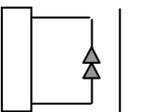
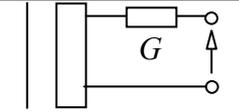
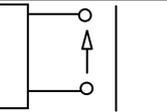
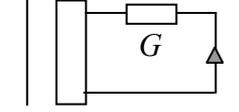
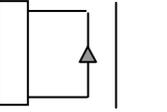
№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
1	Параллельное соединение R -ветви с генератором напряжения	
		
2	Параллельное соединение R -ветви с генератором НУИ	
		
3	Параллельное соединение R -ветви с приемником тока (идеальным проводником)	
		
4	Параллельное соединение R -ветви с приемником НУИ	
		
5	Последовательное соединение G -ветви с генератором тока	
		
6	Последовательное соединение G -ветви с генератором НУИ	
		
7	Последовательное соединение G -ветви с приемником напряжения	
		
8	Последовательное соединение G -ветви с приемником НУИ	
		

Таблица 5. Эквивалентные упрощения схем
в результате нейтрализации резистивных элементов

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
1	Удаление G -ветви, параллельной генератору напряжения	
2	Удаление G -ветви, параллельной генератору НУИ	
3	Удаление G -ветви, параллельной приемнику тока (идеальному проводнику)	
4	Удаление G -ветви, параллельной приемнику НУИ	
5	Стягивание R -ветви, последовательной с генератором тока	
6	Стягивание R -ветви, последовательной с генератором НУИ	
7	Стягивание R -ветви, последовательной с приемником напряжения	
8	Стягивание R -ветви, последовательной с приемником НУИ	

Определение сложности активной схемы, максимальной и минимальной степени полиномов числителя и знаменателя ПСФ. Возьмем схему замещения фильтра верхних частот (рис. 2,а) [7]. Построим

в соответствии со строкой 1 из табл. 1 схемы знаменателя (рис. 2,б) и числителя (рис. 2,в) передаточной функции по напряжению.

На первом этапе определения максимальной и минимальной степени полинома знаменателя выделим жирной линией в схеме на рис. 2,б *обобщенное нормальное дерево*, содержащее УИ напряжения и конденсаторы C_1, C_6 . Остальные 4 конденсатора C_2, C_3, C_4, C_5 замыкают *обобщенные емкостные контуры*, следовательно их число $n_{KC} = 4$. По формуле (3) находим максимальную степень полинома $n_{max} = 2$. Минимальная степень $n_{min} = 0$, поскольку в схеме нет *обобщенных емкостных сечений*.

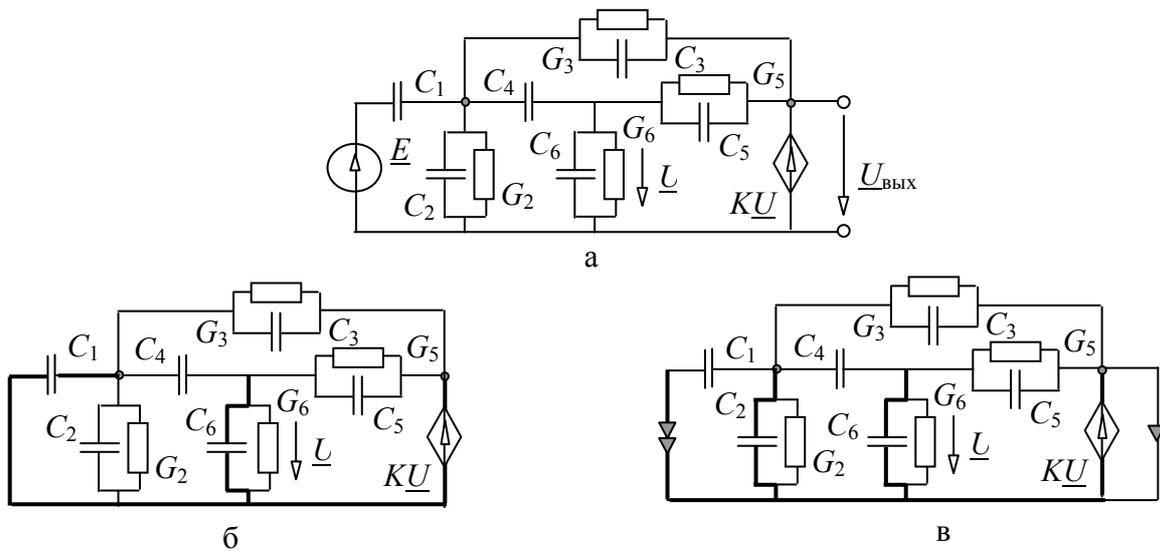


Рис. 2. Схемы фильтра: исходная (а), знаменателя (б) и числителя (в) ПСФ

На втором этапе проверим на вырождение САВ коэффициентов полинома знаменателя b_2 и b_0 . Для подтверждения невырожденности САВ b_2 достаточно получить один невырожденный схемный определитель, например, при выделении конденсаторов C_1, C_3 (и нейтрализации остальных конденсаторов)

$$b_2' = C_1 C_3 \left| \begin{array}{ccc} & G_3 & \\ G_2 & & G \\ & G_6 & KU \end{array} \right| \cdot \quad (8)$$

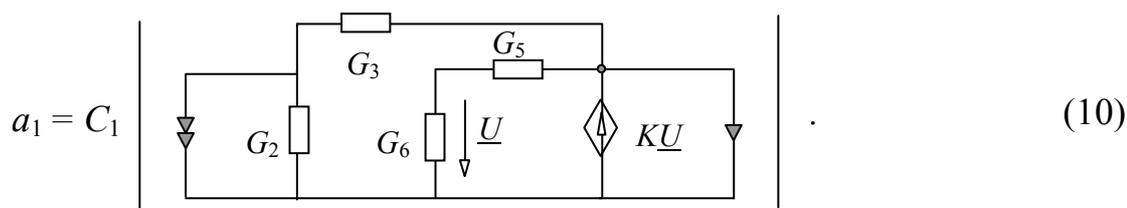
Упростим схему в соответствии со строкой 3 в табл. 5, получим

$$b_2' = C_1 C_3 \left| \begin{array}{cc} G_3 & \\ L & G_5 \end{array} \right| \cdot KU \quad (9)$$

Схема в (9) не содержит вырожденных сечений или контуров из табл. 2, поэтому она невырождена. Следовательно, максимальная степень знаменателя $n_{max} = 2$. Аналогично подтверждается его минимальная степень $n_{min} = 0$. Порядок сложности схемы определяется по формуле (2) $r = 2$.

Для определения максимальной и минимальной степени числителя найдем на первом этапе в схеме на рис. 2, в также, как в схеме знаменателя, *обобщенное нормальное дерево*, содержащее УИ, ГНУИ и конденсаторы C_2 и C_6 . Остальные конденсаторы C_1, C_3, C_4 и C_5 образуют 4 *обобщенных емкостных контура*, поэтому по формуле (3) $m_{max} = 2$. Конденсатор C_1 и ГНУИ образуют *обобщенное емкостное сечение*, поэтому по формуле (4) $m_{min} = 1$.

На втором этапе САВ коэффициента a_{mmax} проверяется на вырождение, как и соответствующее САВ знаменателя, при этом максимальная степень числителя $m_{max} = 2$ также подтверждается. Однако минимальная степень числителя повышается на единицу $m_{min} = m_{max} = 2$. Действительно, САВ коэффициента



После применения частных формул удаления G_2 и выделения G_3 в соответствии с 2-й строкой в табл. 5 и 6-ой строкой в табл. 4 получим контур из ГНУИ и УИ, который в соответствии со столбцом 3 из табл. 2 указывает на вырожденность схемы.

Полученные значения минимальных и максимальных степеней числителя и знаменателя подтверждается непосредственным расчетом полиномиальных коэффициентов в [7].

Выводы:

1. Предложен схемно-алгебраический алгоритм определения порядка сложности схемы, максимальной и минимальной степеней полиномов числителя и знаменателя цепи с произвольными элементами, в том числе, с взаимоиנדуктивностями и управляемыми источниками. Алгоритм включает два этапа: 1) проверка снижения (повышения) максимальной (минимальной) степени полинома на основе понятий *обобщенных индуктивных и емкостных контуров и сечений*; 2) проверка вырождения коэффициентов перед максимальной и минимальной степенями полинома после выделения и нейтрализации резистивных элементов по частным односложным формулам.

2. Алгоритм позволяет исключить избыточные выкладки и существенно сократить вычислительные затраты при формировании полиномиальных схемных функций.

3. Программная реализация алгоритма требует эффективного решения вследствие комбинаторного характера стандартных задач теории графов (перечисление контуров и сечений).

Литература

1. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи.– М.: Высш. шк., 1971.– 448 с.

2. Чуа Л.О., Лин П.М. Машинный анализ электронных схем. Пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.

3. Усынин В.И. Структура множества цепей.– Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1980.– 103 с.

4. Синтез линейных электрических и электронных цепей. Метод переменных состояния / Ионкин П.А., Максимович Н.Г., Перфильев Ю.С., Стахив П.Г.– Львов: Вища школа, 1982.– 312 с.

5. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.

7. Оптимальная реализация линейных электронных *RLC*-схем / Ланнэ А.А., Михайлова Е.Д., Саркисян Б.С., Матвийчук Я.Н.– Киев: Наук. думка, 1982.– 208 с.

Курганов Дмитрий Сергеевич – выпускник Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). E-mail: sak@ulstu.ru.

Курганов Сергей Александрович – к.т.н., доцент кафедры электроснабжения УлГТУ. 432027, Ульяновск, ул. Северный Венец, 32, УлГТУ; служебный тел. 43-91-05. E-mail: sak@ulstu.ru.

Филаретов Владимир Валентинович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» УлГТУ. E-mail: vfil@mail.ru.

АЛГОРИТМ И ПРОГРАММА ФОРМИРОВАНИЯ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

Д. С. Курганов, В. В. Филаретов

Полиномиальный коэффициент с номером k для числителя (знаменателя) схемной функции находится из схемно-алгебраического выражения числителя (знаменателя) с помощью первоочередного рекурсивного выделения реактивных элементов до получения k -й степени оператора p , исключения схемно-алгебраических слагаемых с иной степенью и последующего анализа безреактивных схемно-алгебраических выражений по частям. Предлагаемая программа позволяет сформировать свернутые символьные выражения коэффициентов для цепей сложностью до 30-го порядка, что подтверждено на многозвенных RLC-схемах и ARC-фильтрах.

Символьная полиномиальная схемная функция (ПСФ) записывается в виде

$$H(p) = \frac{\sum_{k=m_{\min}}^{m_{\max}} a_k p^k}{\sum_{k=n_{\min}}^{n_{\max}} b_k p^k}, \quad (1)$$

где p – оператор Лапласа; a_k, b_k – рациональные выражения, содержащие параметры элементов; m_{\max}, n_{\max} (m_{\min}, n_{\min}) – максимальные (минимальные) степени полиномов числителя и знаменателя соответственно. Такие функции используются широко при исследовании устойчивости, синтезе и проектировании электронных цепей [1–4].

Матричное формирование полиномиального коэффициента с номером k основано на теореме об определителе суммы матриц [5,6]. Недостатком матричного подхода являются многочисленные взаимно уничтожающиеся слагаемые, возникающие из-за многократного повторения одного и того же параметра в элементах матрицы узловых проводимостей.

Более эффективными для построения символьных ПСФ являются топологические методы, которые формируют символьные выражения с меньшим, чем матричные методы, числом избыточных слагаемых. При использовании метода перемножения вершинных множеств направленного графа проводимостей [7] полиномиальные коэффициенты находятся путем сортировки слагаемых в развернутых символьных выражениях. Непосредственно – без сортировки слагаемых – позволяет находить полиномиальные коэффициенты метод разложения определителей по всем возможным сочетаниям емкостей и индуктивностей на базе

двунаправленного (унисторного) графа проводимостей или сопротивлений [8]. Недостаток топологических методов, также как и матричных методов, состоит в образовании избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых из-за использования унисторного представления УИ. Методика первоочередного выделения ветвей и пассивных дуг [9] позволяет упростить процедуру поиска и исключения избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых.

Создает также избыточные выражения, хотя и не использует унисторную схему замещения символьный алгоритм стягивания и удаления реактивных элементов [10]. Он основан на предельных безреактивных схемах замещения, получающихся из исходной схемы приравниваем части параметров реактивных элементов к нулю, а части – к бесконечности. Если индуктивность (емкость) равна нулю, то элемент заменяется идеальным проводником (разрывом), если же индуктивность (емкость) равна бесконечности, то элемент заменяется разрывом (проводником). Для схемы с d реактивными элементами при формировании k -го коэффициента знаменателя используется множество безреактивных схем, в которых все возможные сочетания из $(d-k)$ элементов имеют нулевой параметр, а $(k-1)$ элемент имеет бесконечные параметры. Оставшийся реактивный элемент удаляется из схемы и между его зажимами находится входное сопротивление или проводимость, которые являются составными частями искомого полиномиального коэффициента. Для определения k -го коэффициента числителя используются отмеченные выше входные сопротивления (проводимости) и выражения передаточной функции для соответствующих безреактивных схем, в которых не только $(k-1)$ реактивный элемент, но и k -ый параметр равен бесконечности. Недостатком алгоритма является представление каждого из полиномиальных коэффициентов в дробно-рациональном виде, что приводит к избыточным громоздким выражениям передаточной функции.

Для исключения избыточности и получения компактных выражений полиномиальных коэффициентов используются алгоритмы факторизации развернутых выражений путем рекурсивного вынесения за скобку символа, имеющего максимальный показатель участия [11]. Такой алгоритм реализован в программе SYMBOL [12,13]. Его недостатком является применение алгебраического критерия свертки, который не учитывает структурных особенностей анализируемой схемы, а также требует большого объема памяти, поскольку работает с развернутыми алгебраическими выражениями.

Кроме рассмотренных общих алгоритмов используются и структурно-специализированные алгоритмы. Для полных пассивных схем, содержащих обобщенные параллельные ветви из проводимости G , емкости C и индуктивности с параметром $\Gamma = 1/L$, полиномиальные коэффициенты

находятся на основе цепных ветвящихся произведений проводимостей ветвей [14]. Для пассивных RLC -схем из обобщенных z -ветвей в виде последовательного соединения сопротивления R , индуктивности L и емкости C коэффициенты полиномиальных функций получают табличным способом по определителю и алгебраическим дополнениям матрицы контурных сопротивлений [15]. Каждому полиномиальному коэффициенту в таблице соответствует один или несколько наборов типов (R, L, C) элементов. Число каждого набора элементов в коэффициенте определяется числом слагаемых в определителе. Индексы у параметров элементов в наборе совпадают с индексами у сопротивлений z . Недостатком структурно-специализированных алгоритмов является избыточность и ограниченная область их применения.

Не ограничивается структура и элементный состав схемы, а также не появляются избыточные взаимно уничтожающиеся слагаемые при использовании метода схемных определителей, который позволяет разложить схемный определитель по параметрам реактивных элементов [16]. Так, для цепи, содержащей управляемые источники (УИ) с действительными параметрами и n двухполюсных реактивных элементов (конденсаторов и катушек индуктивности), определитель числителя (знаменателя) имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta = & p^n X_1 X_2 \dots X_n \Delta_{X_1, X_2, \dots, X_n} + p^{n-1} (X_1 X_2 \dots X_{n-1} \Delta_{X_1, X_2, \dots, X_{n-1}}^{X_n} + X_1 X_2 \dots X_{n-2} X_n \cdot \\ & \cdot \Delta_{X_1, X_2, \dots, X_{n-2}, X_n}^{X_{n-1}} + \dots + X_2 X_3 \dots X_n \Delta_{X_2, X_3, \dots, X_n}^{X_1}) + \dots + p (X_1 \Delta_{X_1}^{X_2, X_3, \dots, X_n} + \\ & + X_2 \Delta_{X_2}^{X_1, X_3, X_4, \dots, X_n} + \dots + X_n \Delta_{X_n}^{X_1, X_2, \dots, X_{n-1}}) + \Delta^{X_1, X_2, \dots, X_n}, \end{aligned} \quad (2)$$

где X_1, X_2, \dots, X_n – параметры реактивного элемента (емкости или индуктивности); Δ с индексами – это определитель безреактивной схемы, полученной из исходной схемы путем нейтрализации и/или выделения реактивных элементов, при этом в верхнем индексе приводятся реактивные параметры, которые нейтрализуются – приравниваются к нулю, а в нижнем индексе – параметры, которые выделяются в виде множителя. Нейтрализация индуктивности (емкости) выполняется заменой ее на идеальный проводник (удалением из схемы). Выделение индуктивности (емкости) сопровождается удалением ее из схемы (заменой проводником).

В формуле (2) при нахождении произвольного k -го коэффициента учитываются все возможные сочетания по k из n реактивных элементов

$$N_k = n! / (k!(n-k)!). \quad (3)$$

Число N_k равно количеству схемных определителей в схемно-алгебраическом выражении k -го коэффициента (2). Для реальных цепей число схемных определителей значительно меньше, поскольку многие из них вырождены – равны нулю.

Схемные определители в (2) раскрываются рекурсивно по формулам выделения сопротивлений, проводимостей и управляемых источников [17]. Однако получающиеся при этом символьные выражения полиномиальных коэффициентов оказываются не свернутыми по реактивным параметрам, поскольку они выделяются без учета правил формирования оптимальных по сложности выражений [18].

Правило минимума. Наибольшим показателем участия обладает мультиветвь (ветвь, содержащая параллельное соединение проводимостей), которая смежна наименьшему числу ветвей. Эта мультиветвь подлежит первоочередному выделению.

Правило кратности. В первую очередь выделяется та мультиветвь, которая имеет наибольшую кратность, то есть количество образующих ее ветвей.

Правило половинного деления. Получение оптимального выражения достигается выделением по возможности более сложных подсхем и минимизацией разности между количеством ветвей в выбранных подсхемах.

Учесть эти правила при формировании полиномиальных коэффициентов можно путем первоочередного рекурсивного выделения реактивных элементов. К получающимся после этого безреактивным схемным определителям применяются диакоптические формулы [19] с учетом правила половинного деления.

Основы алгоритма. Для получения в символьном выражении только положительных степеней оператора p конденсаторы представляются в схеме проводимостями, а катушки индуктивности – сопротивлениями. Каждый полиномиальный коэффициент числителя (знаменателя) формируется независимо друг от друга на основе одной и той же схемы числителя (знаменателя). Схема числителя получается из исходной схемы путем замены независимого источника натором (генератором неудаляемого управляемого источника – ГНУИ), а приемника отклика нуллатором (приемником НУИ – ПНУИ). Схема знаменателя – путем нейтрализации независимого источника и приемника отклика [17].

Коэффициенты формируются в свернутом виде с учетом правил оптимального построения выражений, при этом в первую очередь учитываются элементы, подлежащие нейтрализации или выделению по частным формулам (содержащим одно из двух слагаемых [17]) и реактивные элементы по формулам [20]. Степень слагаемых определителя контролируется неявным образом – без развертывания выражений – на основе показателя степени, который присваивается каждой паре скобок.

Она появляется после выделения любого элемента. Причем при выделении конденсаторов и катушек индуктивности вновь образующейся паре скобок присваивается показатель степени на единицу больший, чем у ближайшей внешней пары скобок. При выделении резистивных элементов и управляемых источников показатель степени у вновь появляющейся пары скобок будет такой же, как и у ближайшей внешней пары скобок.

Если показатель степени скобок превышает степень искомого полиномиального коэффициента, то эта пара скобок вместе с соответствующим схемно-алгебраическим фрагментом стирается из памяти. Стирается также выражение, степень которого заведомо меньше искомой. Оставшиеся безреактивные схемные определители в скобках с искомым показателем степени преобразуются к символьным выражениям с применением диакоптического метода схемных миноров (двоичных векторов) [19].

Последовательность операций алгоритма для нахождения k -го коэффициента полинома числителя или знаменателя.

А. Найти в соответствии с выше отмеченными правилами схему числителя (знаменателя). В дальнейшем схема числителя или знаменателя для краткости называется просто схемой.

Б. Установить номер коэффициента $k = n_{min} \dots n_{max}$. Максимальная (минимальная) степень полинома $n_{max} \leq n_C + n_L$ ($n_{min} \geq 0$) определяется по алгоритму [20]. Обозначения: n_C , n_L – число конденсаторов и катушек индуктивности соответственно.

В. Выполнить эквивалентные преобразования для параллельных резистивных проводимостей $g = g_i + g_j$ и емкостей $c = c_i + c_j$, последовательных индуктивностей $L = L_i + L_j$ и резистивных сопротивлений $R = R_i + R_j$, а также для параллельных источников тока, управляемых напряжением, и последовательных источников напряжения, управляемых током.

Г. Нейтрализовать все n элементов (резисторов, конденсаторов, катушек индуктивности и УИ), которые могут быть нейтрализованы по частным формулам, содержащим одно из двух слагаемых [17], в результате определитель преобразуется к виду

$$\Delta = \Delta^{P_{N(1)}, P_{N(2)}, \dots, P_{N(n)}}, \quad (4)$$

где N – вектор номеров элементов, подлежащих нейтрализации (параметры элементов приравниваются к нулю); P_i – параметр i -го элемента.

Д. Выделить все s элементов, для которых выполняются условия выделения по частным формулам, содержащим одно из двух слагаемых [17]. В результате определитель примет вид

$$\Delta = \prod_i^s P_{S(i)} ([t_1] ([t_1+t_2] \dots ([\sum_i^s t_i] \Delta_{P_{S(1)}, P_{S(2)}, \dots, P_{S(n)}}^{P_{N(1)}, P_{N(2)}, \dots, P_{N(n)}} [\sum_i^s t_i] \dots [t_1+t_2] [t_1])), \quad (5)$$

где i – номер выделенного элемента; $s = 0, 1, \dots$ – число выделенных элементов; S – вектор номеров элементов, выделенных по частным формулам; $P_{S(i)}$ – параметр i -го элемента из вектора S ; $t_i = 1$, если i -й элемент – катушка индуктивности или конденсатор, иначе $t_i = 0$; $[t_1], [t_2], \dots, [\sum_i^s t_i]$ – показатели степени скобки. Из s пар кратных скобок в (5)

оставляется только одна внутренняя пара скобок, все остальные стираются.

Обозначим $S_t = \sum_i t_i$ и $\underline{\Delta} = \Delta_{P_{S(1)}, P_{S(2)}, \dots, P_{S(s)} \rightarrow \infty}^{P_{N(1)}, P_{N(2)}, \dots, P_{N(n)} \rightarrow 0}$. В результате формула (5) приводится к виду

$$\Delta = \prod_i^s P_{S(i)} ([S_t] \underline{\Delta} [S_t]).$$

Е. Положить номер $m = 1$ реактивного элемента, выделяемого по общей формуле [17]. Элемент выбирается по правилам показателей участия и кратности, изложенных выше.

Ж. Выделить реактивный элемент (конденсатор или катушку индуктивности) с номером m по общей формуле, что и в п. Е. Получить выражение определителя

$$\begin{aligned} \Delta = & \prod_i^s P_{S(i)} ([S_t] P_{X(1)} ([S_t+1] P_{X(2)} ([S_t+2] \dots P_{X(m-1)} ([S_t+m-1] P_{X(m)} (\underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}, \dots, P_{X(m)}}^{[S_t+m]}) + \\ & + \underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}, \dots, P_{X(m-1)}}^{P_{X(m)}} [S_t+m-1]) + P_{X(m)} ([S_t+m-1] \underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}, \dots, P_{X(m-2)}, X_m}^{P_{X(m-1)}} [S_t+m-1]) + \\ & + \underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}, \dots, P_{X(m-2)}}^{P_{X(m-1)}, P_{X(m)}} [S_t+m-2]) + \dots + \underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}}^{P_{X(3)}, P_{X(4)}, \dots, P_{X(m)}} [S_t+2]) + \underline{\Delta}_{P_{X(1)}}^{P_{X(2)}, P_{X(3)}, \dots, P_{X(m)}} [S_t+1]) + \\ & + P_{X(2)} ([S_t+1] P_{X(3)} ([S_t+2] \dots P_{X(m-1)} ([S_t+m-2] P_{X(m)} (\underline{\Delta}_{P_{X(1)}, P_{X(2)}, \dots, P_{X(m)}}^{P_{X(1)}} [S_t+m-1]) + \\ & + \underline{\Delta}_{P_{X(2)}, P_{X(3)}, \dots, P_{X(m-1)}}^{P_{X(1)}, P_{X(m)}} [S_t+m-2]) + P_{X(m)} ([S_t+m-2] \underline{\Delta}_{P_{X(2)}, P_{X(3)}, \dots, P_{X(m-2)}, X(m)}^{P_{X(1)}, P_{X(m-1)}} [S_t+m-2]) + \\ & + \underline{\Delta}_{P_{X(2)}, P_{X(3)}}^{P_{X(1)}, P_{X(4)}, P_{X(5)}, \dots, P_{X(m)}} [S_t+2]) + \dots + \underline{\Delta}_{P_{X(2)}}^{P_{X(1)}, P_{X(3)}, P_{X(4)}, \dots, P_{X(n)}} [S_t+1]) + \dots + \underline{\Delta}_{P_{X(2)}}^{P_{X(1)}, P_{X(3)}, P_{X(4)}, \dots, P_{X(m)}} \end{aligned} \quad (6)$$

где $X(m)$ – вектор номеров реактивных элементов, выделяемых по общим формулам; $P_{X(m)}$ – параметр элемента с номером m .

3. Проверить схему по пунктам Г и Д на наличие элементов, которые могут быть выделены или нейтрализованы по частным формулам.

И. Проверить показатели степени скобок на предмет превышения числа k . В этом случае пара скобок с соответствующим выражением исключается из формулы.

К. Положить $m = m + 1$, если $m \leq n_c + n_L$, то перейти к п. Ж.

Л. Раскрыть оставшиеся схемные определители (они не содержат реактивных элементов) по частям с использованием диакоптических методов [19].

Полученное в результате выполнения изложенного алгоритма символьное выражение является искомым коэффициентом a_k .

Пример нахождения полиномиальных коэффициентов ARC-фильтра. Рассмотрим схему фильтра на идеальном операционном усилителе (рис. 1,а), его нуллорная схема замещения приведена на рис. 1,б [16].

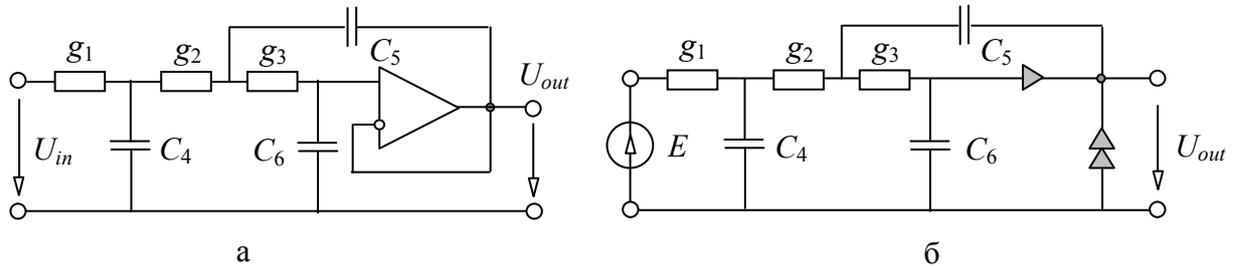


Рис. 1. ARC-фильтр третьего порядка с идеальным операционным усилителем (а), его схема замещения (б)

Запишем определитель схемы знаменателя, которая получается из схемы на рис. 1,б нейтрализацией источника и приемника напряжения

$$D = \left| \begin{array}{c} C_5 \\ \begin{array}{c} g_1 \\ C_4 \\ g_2 \\ g_3 \\ C_6 \end{array} \end{array} \right| \cdot \quad (7)$$

Найдем коэффициент b_3 . Для этого выделим проводимость конденсатора C_5 , в результате определитель имеет вид

$$D = C_5 \left[\begin{array}{c} 1 \\ \begin{array}{c} g_1 \\ C_4 \\ g_2 \\ g_3 \\ C_6 \end{array} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \begin{array}{c} g_2 \\ g_3 \\ C_6 \end{array} \\ 1 \end{array} \right] \cdot$$

Второй схемный определитель стирается, поскольку содержит только два реактивных элемента. В первом определителе удалим проводимость g_3 и выделим конденсатор C_6 , учитывая, что при его нейтрализации получается нулевое слагаемое. В результате получим

$$D = C_5(C_6 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{Circuit with } g_1, C_4, g_2 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{vmatrix} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \end{vmatrix})).$$

Выделим конденсатор C_4 , в результате

$$D = C_5 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{Circuit with } C_6, C_4 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{Circuit with } g_1, g_2 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ \begin{array}{|c|} \hline \text{Circuit with } g_1, g_2 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{vmatrix}.$$

Второе слагаемое здесь стирается, поскольку оно не содержит реактивных элементов и не позволяет получить третью степень оператора p . Первый схемный определитель равен единице, то есть

$$D = C_5({}^{[1]}C_6({}^{[2]}C_4({}^{[3]}1^{[3]}))^{[2]}^{[1]}).$$

Последнее выражение является выражением для искомого полиномиального коэффициента знаменателя b_3 .

Аналогично находятся остальные коэффициенты для полинома знаменателя:

$$b_2 = C_6 [C_5(g_1 + g_2) + C_4(g_2 + g_3)]; \quad b_1 = C_4 g_2 g_3 + C_6(g_1(g_2 + g_3) + g_2 g_3);$$

$$b_0 = g_1 g_2 g_3.$$

Исследуем определитель схемы числителя

$$N = \begin{vmatrix} \begin{array}{|c|} \hline \text{Circuit with } g_1, g_2, g_3, C_4, C_5, C_6 \text{ and diodes} \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{vmatrix}. \tag{8}$$

Схема содержит вырожденный контур из конденсатора и двух ПНУИ. После применения частной формулы выделения проводимости g_1 появляется второй вырожденный контур из ГНУИ-2 и конденсатора C_4 , а после выделения g_2 – третий вырожденный контур из двух ГНУИ и конденсатора C_5 . Таким образом, в соответствии с алгоритмом [20] максимальная степень числителя равна нулю.

Находим коэффициент a_0 . Для этого удаляем из формулы (8) все конденсаторы, выделяем проводимости g_1, g_2 и g_3 , которые включены последовательно с генератором НУИ. Поменяем взаимно с учетом изменения знака определителя номера у генераторов НУИ, заменим идеальным проводником (также с учетом изменения знака) параллельное

встречное соединение одноименных ПНУИ и ГНУИ. Определитель оставшегося параллельного соединения одноименных ГНУИ и ПНУИ равен 1 [17]. Таким образом, коэффициент

$$a_0 = g_1 g_2 g_3.$$

Реализация алгоритма и тестирование программы. Предлагаемый алгоритм реализован с использованием 32-разрядного компилятора с языка СИ (Borland C++Builder 6) в виде программы CIRSWM32, которая включена в состав системы символьного анализа и диагностики SCAD [21] и системы моделирования электронных цепей Fastmean [22]. Программа протестирована (на компьютере с частотой 3 ГГц) на многозвенных лестничных фильтрах (рис. 2) и схемах замещения трехпроводных линий [23] (рис. 3), для которых показатели сложности полиномиальных передаточных функций приведены в табл. 1 и табл. 2 соответственно. Для примера приведем полиномиальную функцию, полученную по программе CIRSWM32, для 5-звенного фильтра

$$K = 1/$$

$$\begin{aligned} & (p^{10} * (c6 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * ((L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (c5 * ((L4+L9) * \\ & (L5+L10)))))))))) + \\ & p^8 * (c6 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * ((L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (L4+L9+L5+L10)) + c5 * ((L3+L \\ & 8+L4+L9) * (L5+L10)))))) + c4 * ((L2+L7+L3+L8) * (c5 * ((L4+L9) * (L5+L10)))))) + c3 * ((L \\ & 1+L6+L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (c5 * ((L4+L9) * (L5+L10)))))) + c5 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * \\ & ((L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (L4+L9)))))) + \\ & + p^6 * (c6 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * ((L2+L7) * (L3+L8+L4+L9+L5+L10)) + c4 * ((L2+L7+ \\ & L3+L8) * (L4+L9+L5+L10)) + c5 * ((L2+L7+L3+L8+L4+L9) \\ & * (L5+L10)))) + c3 * ((L1+L6+L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (L4+L9+L5+L10)) \\ & + c5 * ((L3+L8+L4+L9) * (L5+L10)))) + c4 * ((L1+L6+L2+L7+L3+L8) \\ & * (c5 * ((L4+L9) * (L5+L10)))) + c5 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * ((L2+L7) \\ & * (L3+L8+L4+L9)) + c4 * ((L2+L7+L3+L8) * (L4+L9)))) + c3 * \\ & ((L1+L6+L2+L7) * (c4 * ((L3+L8) * (L4+L9)))) + c4 * (c2 * ((L1+L6) * (c3 * ((L2+L7) * (L3 \\ & +L8)))))) + \\ & + p^4 * (c6 * (c2 * ((L1+L6) * (L2+L7+L3+L8+L4+L9+L5+L10)) + c3 * ((L1+L6+L2+L7) \\ & * (L3+L8+L4+L9+L5+L10)) + c4 * ((L1+L6+L2+L7+L3+L8) * (L4+L9+L5+L10)) + c5 \\ & * ((L1+L6+L2+L7+L3+L8+L4+L9) \\ & * (L5+L10))) + c5 * (c2 * ((L1+L6) * (L2+L7+L3+L8+L4+L9)) \\ & + c3 * ((L1+L6+L2+L7) * (L3+L8+L4+L9)) + \\ & c4 * ((L1+L6+L2+L7+L3+L8) * (L4+L9)) + c4 * (c2 * ((L1+L6) \\ & * (L2+L7+L3+L8)) + c3 * ((L1+L6+L2+L7) * (L3+L8))) \\ & + c3 * (c2 * ((L1+L6) * (L2+L7)))) \\ & + p^2 * (c6 * (L1+L6+L2+L7+L3+L8+L4+L9+L5+L10) + c5 * (L1+L6+L2+L7+ \\ & L3+L8+L4+L9) + c4 * \\ & (L1+L6+L2+L7+L3+L8) + c3 * (L1+L6+L2+L7) + c2 * (L1+L6) \\ & + 1). \end{aligned}$$

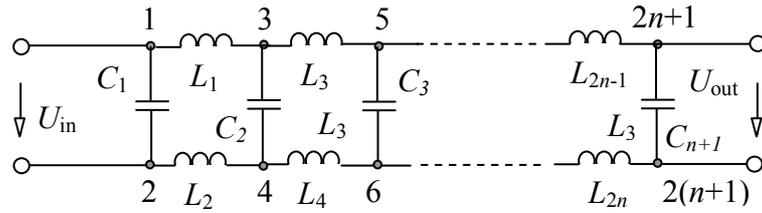
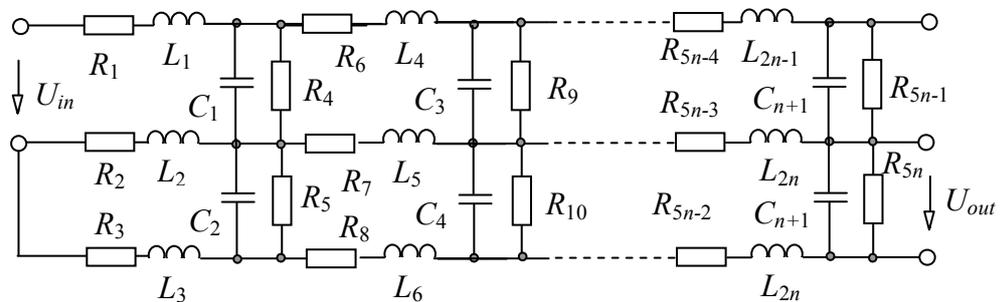


Рис. 2. Лестничный LC-фильтр

Таблица 1. Показатели сложности многозвенных лестничных LC-фильтров и их полиномиальных функций, полученных по программе CIRSYMW32

Количество						
Звеньев n	узлов	C	L	*	+	()
1	4	2	2	3	2	2
2	6	3	4	12	9	6
3	8	4	6	29	30	16
4	10	5	8	62	80	39
5	12	6	10	130	201	90
6	14	7	12	262	468	195
7	16	8	14	536	1040	411
8	18	9	16	1041	2235	850
9	20	10	18	2037	4680	1727
10	22	11	20	4128	9685	3517
11	24	12	22	8254	19779	7237
12	26	13	24	16519	40090	19503
13	28	14	26	32944	80852	44058
14	30	15	28	65724	162543	93185
15	32	16	30	131296	326124	191462
16	34	17	32	262388	653515	392923

Рис. 3. Схема замещения трехпроводной линии (n – число звеньев)

Из табл. 1 и 2 следует, что программа CIRSYMW32 позволяет анализировать лестничные цепи сложностью до 32-порядка, а схемы замещения трехпроводных линий до 20-го порядка. При анализе схем

замещения линий установлено (табл. 2), что применение диакоптики уменьшает число операций умножения и сложения в 1,1... 1,5 раза, причем чем сложнее схема, тем больше эффект.

Однако использование диакоптики приводит к появлению несуществующих, тождественно равных нулю, полиномиальных коэффициентов. Так, при анализе трехзвенной схемы замещения трехпроводной линии с использованием трехузловой бисекции появляются полиномиальные коэффициенты числителя с номерами 11 и 12, которые тождественно равны нулю. Это выявляется, например, при использовании двух- и одноузловой диакоптики, которая, как известно, не дает избыточных слагаемых. Поэтому перед формированием полиномиальных коэффициентов желательно найти максимальную и минимальную степени полиномов [20]. В рассматриваемом случае максимальная степень числителя равна 10.

Таблица 2. Сравнение полиномиальных функций трехпроводных лестничных *RLC*-схем, полученных с помощью диакоптики и без ее применения

Сложность схемы				Число операций с диакоптикой (без диакоптики)		
звеньев	n_C	n_L	порядок	*	+	()
1	2	3	4	74 (86)	64 (67)	41 (41)
2	4	6	8	2427 (2823)	3406 (3414)	2317 (2984)
3	6	9	12	99888 (126539)	143779 (168683)	116635 (133777)
4	8	12	16	3547597 (5311168)	5335177 (7828368)	4382289 (4974276)
5	10	15	20	121787771 (-)	188559190 (-)	154331534 (-)
(-) – получить не удается из-за слишком больших затрат времени						

Тестирование программы проводилось также на *ARC*-фильтрах. Полиномиальная функция для полосового фильтра [19,24], которая содержит 13 идеальных ОУ, 36 резисторов и 8 конденсаторов, имеет вид

$$K = a_4 p^4 / (b_8 p^8 + b_7 p^7 + \dots + b_0).$$

Ее коэффициенты включают 8863 умножений и 2526 сложений.

Исследования показали, что программа CIRSWMW32 превосходит известные программы формирования полиномиальных схемных функций SAPWIN [25] и SYMBOL [12,13], возможности которых ограничены

лестничными фильтрами с 4-мя звеньями и схемами замещения трехпроводных линий, содержащими не более 2-х звеньев. Программы SAPWIN и SYMBOL не позволяют также получить полиномиальную функцию для упомянутого выше *ARC*-фильтра восьмого порядка. При этом возникает ошибка памяти, которая объясняется использованием в этих программах алгоритма развертывания символьных выражений и сортировки слагаемых, требующего больших затрат памяти. Аналогичный алгоритм используют символьные блоки математических систем общего назначения, таких как Maple [26] и Mathematica [27], возможности которых соответствуют возможностям программ SAPWIN и SYMBOL – они не позволяют решать символьные системы уравнений сложнее 10-го порядка.

Программа CIRSWM32 превосходит и 16-разрядную программу CIRSWM [22], основанную также на методе схемных определителей и рекурсивном выделении параметров, но не использующую первоочередное выделение реактивных параметров и последующий расчет определителей по частям. Программа CIRSWM позволяет анализировать схемы сложностью до 6...8 порядка в зависимости от их элементного состава.

Выводы. 1. Предложен схемно-алгебраический алгоритм формирования полиномиальных коэффициентов схемных функций в компактной форме, который не требует развертывания и сортировки символьных выражений. 2. Алгоритм реализован в виде программы CIRSWM32, которая позволяет получить символьные полиномиальные функции электрических цепей сложностью до 30-го порядка.

Литература

1. Лыпарь Ю.И. Системный синтез структур электронных и электрических цепей. Ч. 1 // Электричество.– 2007.– № 2.– С. 47–55.
2. Усынин В.И. Структура цепей в САПР.– Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1988.– 166 с.
3. Михайлов В. Б., Румянцев В.В. Численно-аналитические методы анализа электронных схем.– СПб.: Наука, 2006.– 118 с.
4. Передельский Г.И. Мостовые цепи с импульсным питанием.– М.: Энергоатомиздат, 1988.– 162 с.
5. Бандман О.Л. Синтез электронных *RC*-схем.– М.: Наука, 1966.– 248 с.
6. Сигорский В.П. Теорема об определителе суммы матриц и ее применение для выражения коэффициентов полиномов функций электронной схемы // Радиотехника.– 1968.– Т. 23, № 10.– С. 81.
7. Оптимальная реализация линейных электронных *RLC*-схем / Ланнэ А.А., Михайлова Е.Д., Саркисян Б.С., Матвийчук Я.Н. – Киев: Наук. думка, 1982.– 208 с.
8. Тимкин Ю.В. Анализ электронных схем методом двунаправленных графов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 256 с.

9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // *Электричество*.– 1992.– № 7.– С. 31–37.
10. Королев В.А. Метод прямого определения коэффициентов функции цепи // *Радиотехника*. – 1981. – Т. 36, №10.– С. 87 – 90.
11. Филаретов В.В. Алгоритм формирования экономных буквенно-численных выражений для коэффициентов схемных функций // *Электрон. моделирование*.– 1987. – № 4 . – С. 33-35.
12. Филаретов В.В. Программа SYMBOL автоматического вывода передаточной функции электронной схемы произвольной структуры // *Алгоритмы и устройства обработки сигналов и автоматизация проектирования*. – Таллин : АН Эстонии.– 1991.– С. 130 –148.
13. Филаретов В.В. Алгоритм приведения развернутых алгебраических выражений топологических функций к скобочной форме и его реализация в программе SYMBOL // *Алгоритмы и устройства обработки сигналов и автоматизация проектирования*. – Таллин : АН Эстонии.– 1991.– С. 149 – 166.
14. Филаретов В.В. Формирование коэффициентов функций *RLC*-схемы полной топологической структуры// *Электричество*.– 1987.– № 6.– С. 42–47.
15. Захаров В.Г., Яров В.М. Расчет многоконтурных линейных электрических цепей // *Изв. вузов. Электромеханика*.– 1987.– № 4.– С.17–24.
16. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320с.
17. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество*.– 1998. – № 5. – С. 43–52.
18. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // *Электричество*.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
19. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // *Электричество*.– 2001.– № 8.– С. 33–42.
20. Курганов Д.С., Курганов С.А., Филаретов В.В. Нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи методом схемных определителей // *Настоящий сборник*.
21. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Компьютерная система *SCAD* символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей// *Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2005*.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.
22. Смирнов В.С. Символьный анализ линейных моделей мощных ключевых устройств в программе FASTMEAN // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика : тр.*

международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск : УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 181–187.

23. Каганов З. Г. Электрические цепи с распределенными параметрами и цепные схемы. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 248 с.

24. Интернет-сайт B.S. Rodanski: <http://www.eng.uts.edu.au/~benr/symbolic/>.

25. Сайт <http://www.cirlab.unifi.it/Sapwin>.

26. Дьяконов, В. П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. – М.: “Солон”, 1998. – 453 с.

27. Дьяконов В. П. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах. – М. : СОЛОН-Пресс, 2004. – 696 с.

СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ RC-ЭЛЕМЕНТАМИ

Курганов С.А., Ушаков П.А., Филаретов В.В.

Предлагаются схемно-алгебраические формулы выделения распределенных RC-элементов, не содержащие избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых. Формулы позволяют без трудоемкого поиска контуров передачи сигнала получить компактные символьные схемные функции, рациональные относительно заданных переменных. Использование формул в программе для символьного анализа цепей с сосредоточенными элементами обобщает ее на цепи с распределенными RC-элементами.

Ключевые слова: распределенный RC-элемент, символьный анализ, нулор, определитель схемы, выделение RC-элемента .

Circuitry-algebraic formulas to extract element of distributed parameter circuits have been proposed. The approach doesn't need special procedures to find circuit loops and ways and doesn't generate redundant terms. Results of the calculation are presented in a compact symbolic form. For automatic analysis can use of symbolic program of distributed parameter networks.

Key words: distributed RC-element, symbolic analysis, nullor, circuit determinant, RC-element extraction.

Распределенные RC-элементы (кратко RC-элементы) находят широкое применение в устройствах аналоговой обработки сигналов – электрических фильтрах, фазосдвигающих цепях, интеграторах и

дифференциаторах [1–3]. Использование распределенных RC -элементов взамен RC -схем на элементах с сосредоточенными параметрами позволяет сократить количество электрокомпонентов в цепи, получить более компактную конструкцию устройства и повысить его надежность. Цепи с RC -элементами применяют для расширения функциональных возможностей аналоговых цепей – выполнения операций дробного дифференцирования и интегрирования в устройствах с фрактальной структурой [4].

Символьные схемные функции (ССФ) необходимы при синтезе и проектировании цепей с RC -элементами. ССФ позволяют вывести соотношения между параметрами элементов, которые обеспечивают требуемый режим работы схемы (например, режим на основе дробно-рациональных функций [1]) и дают возможность сформулировать требования, предъявляемые к параметрам реальных элементов. Для построения ССФ применяется, как правило, обобщенный метод узловых напряжений на основе неопределенных Y -матриц многополюсников [3,5]. Однако этот метод дает избыточные взаимно уничтожающиеся слагаемые, которые многократно увеличивают сложность выражений, затрудняют их обработку и снижают точность вычислений [6].

Безызыбыточные ССФ для цепей с RC -элементами позволяет сформировать прямой топологический метод Хуанга [7,8]. Метод использует понятие определителя схемы, операции выделения сопротивлений и проводимостей, а также диакоптические формулы деления схемы по двум узлам. Одним из недостатков этого метода является необходимость поиска для числителя и знаменателя ССФ множества (цепей) контуров передачи сигнала. В числителе эти контура проходят от независимого источника к приемнику первого управляемого источника (УИ), затем от генератора первого УИ к приемнику второго УИ и т.д. вплоть до приемника сигнала, а в знаменателе – только через приемники и генераторы УИ. Процедура поиска множества (цепей) контуров передачи носит комбинаторный характер, что делает ее исключительно трудоемкой и непригодной для анализа схем по частям. Другим недостатком метода Хуанга является разложение числителя и знаменателя по параметрам УИ. Такой однотипный порядок разложения определителей не обеспечивает компактности формируемых символьных выражений.

Не требует поиска каких-либо топологических структур (контуров и сечений) схемно-алгебраический метод выделения элементов [9,10], который позволяет для обеспечения компактности формируемых выражений выделять параметры с максимальным показателем участия и использовать диакоптические формулы. Однако этот метод разработан применительно к цепям с сосредоточенными параметрами. Его обобщение

на цепи с распределенными RC -элементами рассматривается в настоящей работе.

Символьный метод выделения элементов для цепей с распределенными RC -элементами. Рассмотрим линейные электрические цепи, содержащие одномерные распределенные RC -элементы – параметры таких элементов распределены только по одной из координатных осей, вдоль других осей параметры являются сосредоточенными. Цепь может содержать произвольные элементы с сосредоточенными параметрами: независимые источники тока и напряжения, резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, взаимоиндуктивности, источники напряжения и тока, управляемые как напряжением, так и током, идеальные операционные усилители, биполярные и полевые транзисторы, усилители напряжения и тока, транскондуктивные и трансимпедансные усилители, гираторы, трансформаторы, конверторы и инверторы сопротивлений, а также другие линейные элементы.

Предлагаемый метод позволяет получить схемную функцию цепи с распределенными RC -элементами как в виде отношения единых символьных выражений числителя и знаменателя, так и в виде последовательного выражения – иерархической последовательности подвыражений. Метод основан на преобразовании исходных схемно-алгебраических выражений определителей схем числителя и знаменателя в алгебраические выражения. Схема числителя формируется из исходной схемы с помощью неудаляемого управляемого источника [9] – взвешенного направленного нумерованного нуллора, кратко именуемого нуллором, который состоит из норатора и нуллатора. При этом независимый источник напряжения или тока заменяется норатором, а приемник напряжения или тока – нуллатором. Схема знаменателя формируется также из исходной схемы путем нейтрализации источника воздействия и приемника тока или напряжения. Преобразование схемно-алгебраических выражений определителей схем числителя и знаменателя к алгебраическому выражению осуществляется по формулам выделения элементов.

Формула выделения элемента является схемно-алгебраической формулой (САФ) для определителя произвольной схемы, содержащей рассматриваемый многополюсник. САФ представляет собой сумму произведений определителей нуллорных схем и их коэффициентов. Нуллорной схемой многополюсника, в том числе распределенного RC -элемента, называют схему, построенную на его внешних узлах (полюсах) и содержащую в своем составе только нуллары и идеальные проводники, эквивалентные параллельному соединению нуллатора и норатора [9]. Коэффициенты нуллорных схем – это алгебраические выражения, содержащие параметры рассматриваемого многополюсника. Например, для произвольного пассивного трехполюсника САФ имеет вид [11]

$$\Delta = a_1 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + a_2 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + a_3 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + a_4 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + a_5 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right|, \quad (1)$$

где a_1, a_2, \dots, a_5 – коэффициенты нулловых схем; парой вертикальных линий обозначен определитель расположенной между ними нулловой схемы; внешняя по отношению к рассматриваемому трехполюснику подсхема не показана. Как видно, пассивный трехполюсник характеризуется пятью нулловыми схемами.

САФ для упомянутых выше многополюсников с сосредоточенными параметрами получены в [10], а для распределенных RC -элементов будут выведены в настоящей статье. Такие САФ могут быть получены с использованием САФ однородной длинной (передающей) линии [10] и схем замещения (на основе A - и Y -параметров) RC -элементов [3,7,8] путем выделения всех двухполюсников и управляемых источников.

Однородная длинная линия. САФ однородной длинной линии (представленной проходным четырехполюсником), полученная на основе A -параметров, имеет вид [10]

$$\left| \begin{array}{c} 1 \text{---} 2 \\ Z_B, \gamma, \\ 1' \text{---} 2' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 1 \text{---} 2 \\ \square \\ 1', 2' \end{array} \right| = Z_B \operatorname{ch}(\gamma l) \left[\left| \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \\ \bullet \text{---} \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \\ \bullet \text{---} \bullet \end{array} \right| \right] + \\ + \operatorname{sh}(\gamma l) \left[Z_B^2 \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| \right] + Z_B \left[\left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| \right], \quad (2)$$

где Z_B – волновое сопротивление линии; γ – постоянная распространения; l – длина отрезка линии; одинарной и двойной укрупненными стрелками обозначены нуллятор и норатор соответственно.

САФ (2) может быть приведена к виду (1) с помощью тождества

$$\left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right|, \quad (3)$$

которое, в свою очередь, выводится путем сложения левых и правых (в отдельности) частей известных тождеств [12] с фиксированным норатором

$$\left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right|; \quad \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| \quad (4)$$

и фиксированным нуллатором

$$- \left(\left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| \right) = \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \end{array} \right|. \quad (5)$$

После подстановки формулы (3) в (2) и группировки слагаемых относительно определителей нулловых схем получается более экономичная формула выделения длинной линии

$$\left| \begin{array}{c} 1 \text{---} 2 \\ Z_B, \gamma, l \\ 1' \text{---} 2' \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 1 \text{---} 2 \\ \square \\ 1', 2' \end{array} \right| = \text{sh}(\gamma l) \left[Z_B^2 \left| \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right| \right] + Z_B \left\{ \left| \begin{array}{c} \circ \text{---} \circ \\ \circ \end{array} \right| + [\text{ch}(\gamma l) - 1] \left[\left| \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right| \right] \right\}, \quad (6)$$

содержащая пять определителей в отличие от формулы (2) с шестью определителями. На основе формулы (6) получены ниже САФ наиболее распространенных однородных RC-элементов.

Трехполюсный RC-элемент на базе R-C-0-структуры. Элемент имеет прямоугольную форму и содержит резистивный (обозначен символом R), диэлектрический (C) и проводящий (0) слои. Его условное графическое обозначение дано в первом столбце табл. 1. САФ такого элемента может быть получена как частный случай формулы (6) с учетом параметров [8]

$$\gamma l = \sqrt{pCR} = \theta \quad \text{и} \quad Z_B = \sqrt{\frac{R}{pC}} = \frac{R}{\theta}, \quad (7)$$

где p – оператор Лапласа или комплексная частота; R, C – полное сопротивление и емкость RC-элемента; θ – постоянная передачи.

После подстановки формул (7) в правую часть (6) и умножения последней на θ^2 получится искомая САФ, которая представлена в табл. 1. Умножение САФ (6) на постоянный коэффициент не влияет на входную (передаточную) функцию и на характеристическое уравнение цепи [10].

Таблица 1. Трехполюсные элементы, имеющие общую схемно-алгебраическую формулу (САФ)

№ элемента	1	2	3	4
Структура	R-C-0	R-C-G-0	R-C(G)-0	0-C-R-NC-0
Исходное выражение определителя				
Постоянная передачи	$\theta = \sqrt{pCR}$	$\theta = \sqrt{\frac{\alpha pCR}{\alpha + pCR}}$ $\alpha = RG$	$\theta = \sqrt{(G + pC)R}$	$\theta = \sqrt{(N+1)pCR}$
Схемно-алгебраическая формула	$\Delta = \text{sh}\theta \left[R^2 \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right + \theta^2 \left \begin{array}{c} \circ \text{---} \circ \\ \circ \end{array} \right \right] + R\theta \left\{ \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right + (\text{ch}\theta - 1) \left[\left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right + \left \begin{array}{c} \circ \quad \circ \\ \circ \end{array} \right \right] \right\}.$			

Четырехполюсный RC-элемент на базе R-C-0-структуры. Этот элемент (рис. 1,а) образуется из трехполюсного элемента, изображенного в

столбце 1 табл. 1, путем подключения к нему четвертого полюса в произвольном месте резистивного слоя. Сопротивления частей разделенного таким образом резистивного слоя отсчитываются в долях от сопротивления всего резистивного слоя: сопротивление от входа (полюс 1 на рис. 1,а) резистивного слоя до полюса с номером 2 определяется как nR , а оставшаяся часть сопротивления – как $(1-n)R$, где $n = 0 \dots 1$.

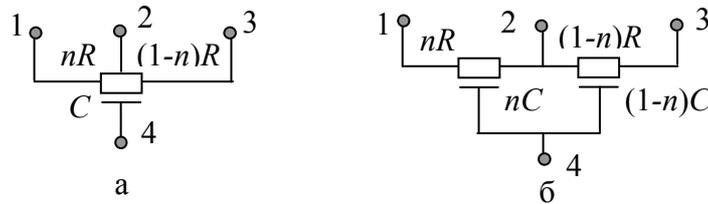


Рис. 1. Четырехполюсный элемент на базе R - C - θ -структуры: графическое обозначение (а); эквивалентная схема с трехполюсными RC -элементами (б)

САФ четырехполюсного элемента на рис. 1,а может быть найдена с помощью эквивалентного каскадного соединения двух трехполюсных элементов – входного с полюсами 1, 2, 4 и выходного элемента с полюсами 2, 3, 4 (рис. 1,б). Емкости входного и выходного трехполюсных элементов определяются, как и сопротивления, n -й и $(1-n)$ -й долями от общей емкости элемента соответственно. В результате двукратного применения к эквивалентной схеме на рис. 1,б формулы выделения трехполюсного RC -элемента (из столбца 1 табл. 1) и последующей группировки слагаемых относительно нулловых схем формируется САФ четырехполюсного RC -элемента

$$\begin{aligned} \Delta = & n^2(n-1)^2 R \{ \theta^2 [R [\text{sh}(n\theta) V_3 + \text{ch}(n\theta) V_1 - \text{ch}(n\theta)] \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + \\ & + \theta [\text{sh}(n\theta) V_1 + V_3 \text{ch}(n\theta)] \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + [[\text{ch}(n\theta) - 1] V_1 + \text{sh}(n\theta) V_3] R \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| \} + \\ & + \text{sh}(n\theta) R^2 [R V_3 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + \theta \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right|] + R [\theta [(\text{ch}(n\theta) - 1) V_3 + V_2] \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + \\ & + V_2 \left[\left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| \right] + \theta \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + (V_1 - 1) \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right|] + \\ & + (\text{ch}(n\theta) - 1) R [R V_3 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right| + (V_1 - 1) \left| \begin{array}{c} \circ \\ \text{---} \\ \circ \end{array} \right|] \}, \quad (8) \end{aligned}$$

где $V_1 = \text{ch}[(1-n)\theta]$; $V_2 = \text{sh}(n\theta) V_1$; $V_3 = \text{sh}[(1-n)\theta]$; $\theta = (pRC)^{1/2}$.

Как видно, САФ (8) содержит 13 нулловых схем из 15-ти возможных для произвольного пассивного четырехполюсного элемента [11]. Отсутствие двух нулловых схем объясняется тем, что в схеме на рис. 1,б нет непосредственных связей между полюсами 1 и 3.

Трехполюсный элемент на базе $R-C-G-0$ -структуры. Элемент содержит 4 слоя: резистивный с полным сопротивлением R , диэлектрический, образующий емкость C , резистивный с проводимостью G и идеальный проводящий слой. Условное графическое обозначение приведено в столбце 2 табл. 1 [8]. Поскольку параметры такого элемента отличаются от соответствующих параметров трехполюсного элемента на базе $R-C-0$ -структуры только значением коэффициента передачи θ (в столбце 2 табл. 1) [3], то его САФ будет иметь такой же вид, что и САФ на базе $R-C-0$ -структуры (табл. 1).

Трехполюсный элемент на базе $R-C(G)-0$ -структуры. Этот элемент в отличие от трехполюсного элемента на базе $R-C-0$ -структуры содержит диэлектрический слой с потерями, которые представляются его проводимостью G . Параметры элемента отличаются от параметров элементов на базе $R-C-0$ - и $R-C-G-0$ -структур также только значением коэффициента передачи θ (столбец 3 табл. 1 [3]), поэтому его САФ повторяет САФ элемента на базе $R-C-0$ -структуры.

Трехполюсный элемент на базе $0-C-R-NC-0$ -структуры с замкнутыми проводящими слоями. В этой структуре имеется два диэлектрических слоя C и NC , емкости, образуемые ими равны C и $N \cdot C$ соответственно, при этом N является постоянным коэффициентом. Условное графическое изображение элемента приведено в столбце 4 табл. 1. Такой элемент может быть приведен к элементу на базе $R-C-0$ -структуры (столбец 1 табл. 1), при этом емкость элемента оказывается равной $C(N+1)$. В результате САФ этого элемента будет совпадать с САФ трех рассмотренных выше трехполюсных RC -элементов, а его коэффициент передачи θ [3] вычисляется по формуле в столбце 4 табл. 1.

Трехполюсные элементы на базе $R-C-NR$ -структуры. Структура содержит два резистивных слоя R и NR (столбец 2 табл. 2) с сопротивлениями R и $N \cdot R$ соответственно, при этом N , как и в случае $0-C-R-NC-0$ -структуры, является постоянным коэффициентом. На базе $R-C-NR$ -структуры формируются четыре трехполюсных RC -элемента: а) с взаимно замкнутыми входным i и выходным o полюсами NR -слоя; б) с подключенным входным полюсом i ; в) с подключенным выходным полюсом o ; г) с полюсом, подключенным к произвольному месту NR -слоя. Эти четыре RC -элемента вместе с их САФ и постоянными передачами представлены в табл. 2 – в строках 1, 2, 3 и 4 соответственно.

При построении САФ всех четырех RC -элементов используется у-схема замещения на рис. 2,а и формула Фойснера для выделения проводимостей [9]

$$\Delta = Y\Delta_y + \Delta^y, \quad (9)$$

где Δ_Y и Δ^Y – определители схем, полученных из исходной схемы путем стягивания Y -ветви (заменой идеальным проводником) и удалением ее соответственно.

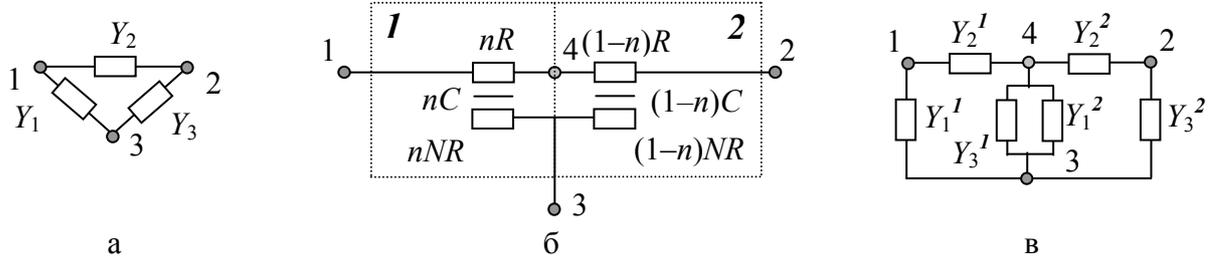


Рис. 2. Y -схема замещения (а) трехполюсного элемента; каскадное соединение элементов 1 и 2 на базе $R-C-NR$ -структуры с подключенным выходным и входным полюсом NR -слоя соответственно (б); y -схема (в) для каскадного соединения (б)

После выделения всех y -элементов в схеме на рис. 2,а и группировки слагаемых относительно нулловых схем получается САФ (1), в которой нулловые коэффициенты записаны через Y -параметры

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_2 \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_1 \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_3 \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_1(Y_2+Y_3)+Y_2Y_3] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}. \quad (10)$$

При построении формулы (10) для схемы рассматриваемого трехполюсника учитывается, что ко всем его полюсам подключена произвольная трехполюсная схема, которая на рис. 2,а не показана. Как видно, полученная САФ содержит все 5 нулловых схем, характерных для пассивных трехполюсников.

Формула (10) является общей для трех RC -элементов (п. 1, 2 и 3 табл. 2) на базе $R-C-NR$ -структуры. При этом y -параметры в этой формуле различны для каждого из RC -элементов. Эти параметры находятся с помощью неопределенной y -матрицы [13] четырехполюсного элемента соответствующей структуры.

Так, для RC -элемента с взаимно замкнутыми входным i и выходным o полюсами NR -слоя (строка 1 табл. 2) параметры y -схемы имеют вид (индекс i,o означает, что входной и выходной полюса NR -слоя объединены)

$$Y_1^{i,o} = Y_3^{i,o} = \frac{\theta(\operatorname{ch}\theta - 1)}{R(N+1)\operatorname{sh}\theta}, Y_2^{i,o} = \frac{1}{R(N+1)} \left(\frac{\theta}{\operatorname{sh}\theta} + N \right), \quad (11)$$

а для RC -элемента с подключенным входным полюсом (строка 2 табл. 2)

$$Y_1^i = \frac{\theta[(1-N)\operatorname{ch}\theta - 1 + N(1 + \theta\operatorname{sh}\theta)]}{R(N+1)h}; Y_2^i = \frac{\theta(N\operatorname{ch}\theta + 1)}{Rh};$$

$$Y_3^i = \frac{\theta[(N+1)\operatorname{sh}\theta - (N\operatorname{ch}\theta + 1)\operatorname{th}\theta + N\theta(\operatorname{ch}\theta - 1)]}{(\theta N + \operatorname{th}\theta)Rh}, \quad (12)$$

где индекс i означает принадлежность Y -параметров к RC -элементу с подключенным входным полюсом NR -слоя; $h = \theta N\operatorname{ch}\theta + \operatorname{sh}\theta$.

Для RC -элемента с подключенным выходным полюсом (строка 3 табл. 2) в силу симметрии однородной $R-C-NR$ -структуры Y -параметры находятся из уравнений

$$Y_1^o = Y_3^i; Y_2^o = Y_2^i; Y_3^o = Y_1^i, \quad (13)$$

где верхний индекс o означает принадлежность Y -параметров к RC -элементу с подключенным выходным полюсом NR -слоя.

С помощью формул (11)–(13) получены единые САФ для трех рассматриваемых RC -элементов и помещены в строки 1, 2 и 3 табл. 2 соответственно. При построении САФ использовались уже упомянутые операции группировки слагаемых относительно нулловых схем и умножения ее на алгебраическое выражение.

САФ для RC -элемента с произвольным местом подключения полюса к NR -слою (строка 4 табл. 2) находится аналогично САФ четырехполюсного элемента на базе $R-C-0$ -структуры (рис. 1) – с помощью эквивалентного каскадного соединения двух RC -элементов (рис. 2,б), один из которых (номер 1) – с подключенным выходным полюсом, а второй (номер 2) – с подключенным входным полюсом NR -слоя.

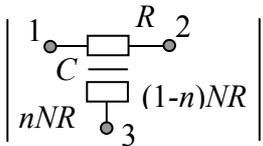
Схема замещения такого соединения построена с использованием y -схемы замещения (рис. 2,а) каждого из RC -элементов и показана на рис. 2,в, где верхний индекс (1 или 2) у параметра означает принадлежность последнего к соответствующему RC -элементу.

Параметры y -схем замещения RC -элементов с номерами 1 и 2 находятся по формулам, полученным соответственно из (13) и (12) путем замены сопротивления R на nR и $(1-n)R$, а верхних индексов o и i на 1 и 2. После выделения всех элементов (при сохранении полюсов 1, 2 и 3, поскольку они принадлежат внешней схеме) y -схемы на рис. 2,в по формуле (9) получается САФ, которая дана в строке 4 табл. 2, где k – номер (1 или 2) RC -элемента на рис. 2,б.

Таблица 2. САФ трехполюсных однородных элементов с R-C-NR-структурой

№	Наименование элемента	
	Исходное выражение определителя схемы	Постоянная передачи
Схемно-алгебраическая формула		
1	Элемент с взаимно замкнутыми входным и выходным полюсами NR-слоя	
		$\theta = \sqrt{(N+1)pCR}$
$\Delta = R(N+1) \operatorname{sh}(\theta) \left\{ R(N+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [\theta + N \operatorname{sh}(\theta)] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + \right. \\ + \theta [\operatorname{ch}(\theta) - 1] \left(\begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \right) \left. + \right. \\ + \theta [2 \operatorname{ch}(\theta) N \operatorname{sh}(\theta) + \theta \operatorname{ch}^2(\theta) - 2N \operatorname{sh}(\theta) - \theta] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}.$		
2	Элемент с подключенным входным полюсом NR-слоя	
		$\theta = \sqrt{(N+1)pCR}$
$\Delta = [\theta N \operatorname{ch}(\theta) + \operatorname{sh}(\theta)] \left\{ [\theta N + \operatorname{th}(\theta)] \left\{ [\theta N \operatorname{ch}(\theta) + \operatorname{sh}(\theta)] R^2(N+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + \right. \right. \\ + \theta(N+1)[N \operatorname{ch}(\theta) + 1] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [(1-N)\operatorname{ch}(\theta) - 1 + N + N \theta \operatorname{sh}(\theta)] R \theta \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \left. \right\} + \\ + (N+1)[N(-\operatorname{th}(\theta) + \theta)\operatorname{ch}(\theta) + (N+1)\operatorname{sh}(\theta) - \theta N - \operatorname{th}(\theta)] R \theta \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \left. \right\} + \\ + (N+1) \theta^2 \{ [-N^2 \operatorname{th}(\theta) + \theta N] \operatorname{ch}^2(\theta) + \\ + [(1+N^2 \theta^2 + N^2) \operatorname{sh}(\theta) - 2 \operatorname{th}(\theta) N] \operatorname{ch}(\theta) + 2N \operatorname{sh}(\theta) + N \theta \operatorname{sh}^2(\theta) - \operatorname{th}(\theta) - \theta N \} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}.$		
3	Элемент с подключенным выходным полюсом NR-слоя	
		$\theta = \sqrt{(N+1)pCR}$
$\Delta = [\theta N \operatorname{ch}(\theta) + \operatorname{sh}(\theta)] \left\{ [\theta N + \operatorname{th}(\theta)] \left\{ [\theta N \operatorname{ch}(\theta) + \operatorname{sh}(\theta)] R^2(N+1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + \right. \right. \\ + \theta(N+1)[N \operatorname{ch}(\theta) + 1] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [(1-N)\operatorname{ch}(\theta) - 1 + N + N \theta \operatorname{sh}(\theta)] R \theta \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \left. \right\} + \\ + (N+1)[N(-\operatorname{th}(\theta) + \theta)\operatorname{ch}(\theta) + (N+1)\operatorname{sh}(\theta) - \theta N - \operatorname{th}(\theta)] R \theta \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} \left. \right\} + \\ + (N+1) \theta^2 \{ [-N^2 \operatorname{th}(\theta) + \theta N] \operatorname{ch}^2(\theta) + \\ + [(1+N^2 \theta^2 + N^2) \operatorname{sh}(\theta) - 2 \operatorname{th}(\theta) N] \operatorname{ch}(\theta) + 2N \operatorname{sh}(\theta) + N \theta \operatorname{sh}^2(\theta) - \operatorname{th}(\theta) - \theta N \} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}.$		

Продолжение табл. 2.

4	<p style="text-align: center;">Элемент с произвольным местом подключения полюса к NR-слою</p> 	$\theta_1 = n\theta; \quad \theta_2 = (1-n)\theta;$ $\theta = \sqrt{(N+1)pCR}$
$\Delta = Y_{ss} \left \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right + (Y_{ss}Y_3^2 + Y_sY_2^2) \left \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right + (Y_1^1Y_{ss} + Y_2^1Y) \left \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right +$ $+ Y_2^1Y_2^2 \left \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right + \left\{ [(Y_1^1 + Y_s)Y_2^1 + Y_1^1Y_s](Y_3^2 + Y_2^2) + (Y_1^1 + Y_2^1)Y_3^2Y_2 \right\} \left \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \right ,$ <p>где $Y_{ss} = Y_s + Y_2^1 + Y_2^2$; $Y_s = Y_3^1 + Y_1^2$;</p> $Y_1^1 = F_1(1); Y_2^1 = F_2(1); Y_3^1 = F_3(1); Y_1^2 = F_3(2); Y_2^2 = F_2(2); Y_3^2 = F_1(2);$ $F_1(k) = \frac{\theta_k [(N+1)\text{sh} \theta_k - (N\text{ch} \theta_k + 1)\text{th} \theta_k + N\theta_k (\text{ch} \theta_k - 1)]}{(\theta_k N + \text{th} \theta_k) R_k h_k};$ $F_2(k) = \frac{\theta_k (N\text{ch} \theta_k + 1)}{R_k h_k}; F_3(k) = \frac{\theta_k [(1-N)\text{ch} \theta_k - 1 + N(1 + \theta_k \text{sh} \theta_k)]}{R_k (N+1) h_k};$ $h_k = (\theta_k N\text{ch} \theta_k + \text{sh} \theta_k); R_1 = nR; R_2 = (1-n)R; k = 1, 2.$		

Трехполюсный элемент на базе $R-C-NR-NC-0$ -структуры. Коэффициент M в наименовании структуры, как и упомянутый ранее коэффициент N , является постоянным числом. Схема RC -элемента приведена на рис. 3,а. Соответствующая САФ формируется с использованием u -схемы замещения на рис. 2,а, при этом параметры u -элементов имеют вид [8]:

$$Y_1 = Y_3 = \frac{2\sqrt{NM}[A_1\text{sh}\theta_1 + A_2\text{sh}\theta_2 - (A_1 + A_2)\text{sh}\theta_1\text{ch}\theta_2]}{R[A_1^2(\text{ch}\theta_1 - 1) - A_2^2(\text{ch}\theta_2 - 1)]}, Y_2 = \frac{2\sqrt{NM}(A_1 + A_2)\text{sh}\theta_1\text{ch}\theta_2}{R[A_1^2(\text{ch}\theta_1 - 1) - A_2^2(\text{ch}\theta_2 - 1)]}, \quad (14)$$

где $\theta_1 = \sqrt{pCR + N + NM + 2\sqrt{NM}}$; $\theta_2 = \sqrt{pCR + N + NM - 2\sqrt{NM}}$;

$$A_1 = \frac{1}{\theta_1}(N + NM + \sqrt{NM}); A_2 = \frac{1}{\theta_2}(N + NM - \sqrt{NM}).$$

После подстановки Y -параметров (14) в (10), приведения формулы к общему знаменателю и отбрасывания последнего, что, как уже отмечалось, не влияет на схемную функцию и характеристическое уравнение, получается САФ трехполюсного элемента на базе $R-C-NR-NC-0$ -структуры

$$\Delta = S_1 \{ S_1 \left| \begin{matrix} 1 & 3 & 2 \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \right| + 2 (NM)^{1/2} [S_3 \operatorname{ch} \theta_2 \left| \begin{matrix} \overline{\bullet} & \bullet & \bullet \end{matrix} \right| - S_2 (\left| \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \right| + \left| \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \right|) - 4 S_2 NM [(S_3+A_2) \operatorname{ch} \theta_2 + A_1 \operatorname{sh} \theta_1] \left| \begin{matrix} \bullet & \bullet & \bullet \end{matrix} \right| , \quad (15)$$

где $S_1 = R [A_1^2 (\operatorname{ch} \theta_1 - 1) - A_2^2 (\operatorname{ch} \theta_2 + 1)]$;

$$S_2 = [((A_1+A_2) \operatorname{sh} \theta_1 - A_2) \operatorname{ch} \theta_2 - A_1 \operatorname{sh} \theta_1]; S_3 = (A_1+A_2) \operatorname{sh} \theta_1.$$

Четырехполюсный элемент на базе 0–C–R–NC–0-структуры. Сведения об этом элементе приведены в строке 1 табл. 3 – его условное графическое обозначение и параметры элементов у-схемы замещения (столбец 3) [8] даны в столбце 2. Вывод САФ осуществляется путем последовательного применения формулы (9) к у-схеме замещения. Полученная САФ приведена в столбце 3. Она содержит все 15 нулловых схем, которые имеет пассивная четырехполюсная подсхема [11].

Трехполюсные элементы на базе 0–C–R–NC–0-структуры. Эти RC-элементы [8] формируются из четырехполюсного элемента соответствующей структуры в строке 1 табл. 3 путем замыкания проводящих слоев (соответствующий элемент представлен ранее в столбце 4 табл. 1) или проводящего и резистивного слоев. В последнем случае возможны два трехполюсных RC-элемента: с замкнутыми полюсами 1, 4 (рис. 3,б) и 2, 4 (рис. 3,в). Для у-схемы замещения этих элементов на рис. 2,а имеется САФ (10), Y-параметры которой находятся исходя из параметров четырехполюсной схемы в п. 1 табл. 3 по формулам

$$Y_1 = Y_{13} + Y_{34}; Y_2 = Y_{12} + Y_{24}; Y_3 = Y_{23} \quad (16)$$

и
$$Y_1 = Y_{12} + Y_{14}; Y_2 = Y_{12} + Y_{14}; Y_3 = Y_{23} + Y_{34} \quad (17)$$

для RC-элементов на рис. 3,б и 3,в соответственно.

Такую же САФ (10) для рассматриваемых трехполюсных элементов можно получить на основе САФ четырехполюсного элемента 0–C–R–NC–0-структуры в п. 1 табл. 3, если во всех нулловых схемах объединить соответствующие полюса и исключить нулловые схемы с нулевым определителем.

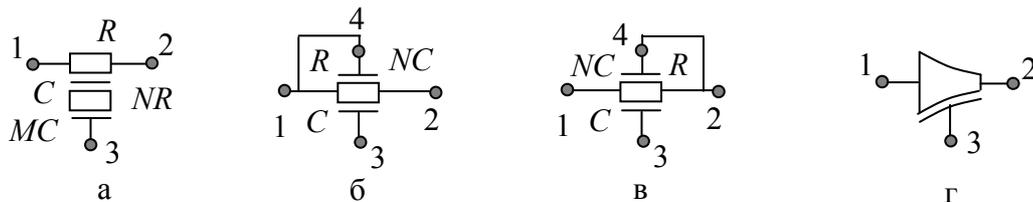
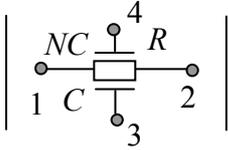
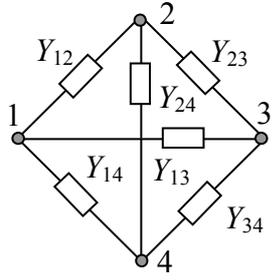
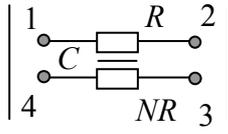


Рис. 3. Трехполюсные однородные элементы на основе: R–C–NR–MC–0-структуры (а); 0–C–R–NC–0-структуры с замкнутыми полюсами 1, 4 (б) и 4, 2 (в). Неоднородный экспоненциальный RC-элемент (г).

Таблица 3. Схемно-алгебраическая формула для четырехполюсных элементов

№	Исходный определитель схемы и параметры Y -схемы замещения	Y -схема замещения и схемно-алгебраическая формула на ее основе
1	<p style="text-align: center;">$0-C-R-NC-0$</p>  $Y_{12} = \theta / (R \operatorname{sh} \theta);$ $Y_{14} = Y_{24} = \frac{pC(\operatorname{ch} \theta - 1)}{\theta \operatorname{sh} \theta};$ $Y_{13} = Y_{23} = \frac{NpC(\operatorname{ch} \theta - 1)}{\theta \operatorname{sh} \theta};$ $Y_{34} = \frac{NpC[\theta \operatorname{sh} \theta + 2(1 - \operatorname{ch} \theta)]}{(N + 1)\theta \operatorname{sh} \theta};$ $\theta = \sqrt{(N + 1)pCR}.$	 $\Delta = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{13} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{12} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{14} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{23} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{34} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{24} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{13}(Y_{12} + Y_{23}) + Y_{12}Y_{23}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{13}Y_2 \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{13}(Y_{14} + Y_{34}) + Y_{14}Y_{34}] \cdot$ $\begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{24}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{14}Y_{23} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{12}Y_{34} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ [Y_{24}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ \{Y_{13} [Y_{24}(Y_{12} + Y_{14} + Y_{23} + Y_{34}) + (Y_{12} + Y_{23}) \cdot$ $\cdot (Y_{14} + Y_{34})] + Y_{24}(Y_{12} + Y_{14})(Y_{23} + Y_{34}) +$ $+ Y_{14} [Y_{12}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] + Y_{12}Y_{23}Y_{34}\} \cdot$ $\begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix}.$
2	<p style="text-align: center;">$R-C-NR$</p>  $Y_{12} = \frac{\theta}{\operatorname{sh} \theta} + N;$ $Y_{13} = Y_{24} = 1 - \frac{\theta}{\operatorname{sh} \theta};$ $Y_{14} = Y_{23} = \frac{\theta}{\operatorname{th} \theta} - 1;$ $Y_{34} = \frac{\theta}{\operatorname{sh} \theta} + \frac{1}{N};$ $\theta = \sqrt{(N + 1)pCR}.$	$\Delta = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{13} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{12} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{14} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{23} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{34} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{24} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{13}(Y_{12} + Y_{23}) + Y_{12}Y_{23}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{13}Y_2 \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{13}(Y_{14} + Y_{34}) + Y_{14}Y_{34}] \cdot$ $\begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + [Y_{24}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ Y_{14}Y_{23} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} + Y_{12}Y_{34} \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ [Y_{24}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] \begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix} +$ $+ \{Y_{13} [Y_{24}(Y_{12} + Y_{14} + Y_{23} + Y_{34}) + (Y_{12} + Y_{23}) \cdot$ $\cdot (Y_{14} + Y_{34})] + Y_{24}(Y_{12} + Y_{14})(Y_{23} + Y_{34}) +$ $+ Y_{14} [Y_{12}(Y_{23} + Y_{34}) + Y_{23}Y_{34}] + Y_{12}Y_{23}Y_{34}\} \cdot$ $\begin{vmatrix} \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{vmatrix}.$

Четырехполюсный элемент на базе $R-C-NR$ -структуры. Сведения об этом элементе приведены в строке 2 табл. 3. Его САФ по структуре повторяет САФ элемента на базе $0-C-R-NC-0$, поскольку обе эти формулы формируются на основе y -схемы замещения [8, 13] в столбце 3. Их отличие состоит в Y -параметрах элементов, которые даны в столбце 2 табл. 3.

САФ вида (8), (15) и табл. 1–3 могут быть получены и для других однородных RC -элементов. В то же время предлагаемый метод применим не только для однородных, но и для неоднородных RC -элементов, которые имеют аналитические выражения для Y - или A -параметров. Это можно проиллюстрировать на экспоненциальном RC -элементе.

Трехполюсный неоднородный экспоненциальный (с экспоненциально-убывающей шириной) элемент на базе структуры R – C – θ . Условное графическое обозначение элемента приведено на рис. 3,г. Распределенные сопротивление и емкость элемента находятся по формулам

$$r(x) = r_0 e^{ax} \text{ и } C(x) = C_0 e^{-ax} \quad (18)$$

соответственно, где r_0 и C_0 – распределенные сопротивление и емкость у полюса 1 (рис. 3,г); a – постоянная, определяющая скорость сужения элемента.

САФ рассматриваемого элемента находится на основе его y -схемы замещения на рис. 2,а, параметры которой имеют вид [8]:

$$Y_1 = -\frac{B}{R} + \frac{\theta(\operatorname{ch}\theta - e^{-B})}{R \operatorname{sh}\theta}; Y_2 = \frac{\theta e^{-B}}{R \operatorname{sh}\theta}; Y_3 = \frac{e^{-B} \operatorname{sh}\theta(B + \theta \operatorname{ch}\theta) - \theta}{e^B R \operatorname{sh}\theta}, \quad (19)$$

где $\theta = \sqrt{B^2 + pRC}$ – постоянная передачи элемента; $B = al/2$ – показатель экспоненты; l – длина элемента; $R = r_0 l$; $C = C_0 l$.

После подстановки в (10) проводимостей из формулы (19), приведения сформированного выражения к общему знаменателю, отбрасывания последнего (что не влияет на формируемые схемные функции [10]) и группировки слагаемых получается САФ экспоненциального элемента

$$\Delta = R \operatorname{sh}\theta \left\{ R \operatorname{sh}\theta \left| \begin{array}{ccc} 1 & 3 & 2 \\ \circ & \circ & \circ \end{array} \right| + \theta \exp(-B) \left| \begin{array}{cc} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{array} \right| + [\theta(\operatorname{ch}\theta - \exp(-B)) - B \operatorname{sh}\theta] \cdot \right. \\ \cdot \left| \begin{array}{cc} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{array} \right| + s_1 \exp(-2B) \left| \begin{array}{cc} \circ & \circ \\ \circ & \circ \end{array} \right| + \exp(-B) \{ [\theta \operatorname{ch}\theta - B \operatorname{sh}\theta] \cdot s_1 \exp(-B) + \\ \left. + \theta [-B \operatorname{sh}\theta + \theta(\operatorname{ch}\theta - \exp(-B))] \} \left| \begin{array}{ccc} \circ & \circ & \circ \end{array} \right|, \quad (20)$$

где $s_1 = (B + \theta \operatorname{ch}\theta) \operatorname{sh}\theta - \theta \exp B$.

Для многополюсных (более 4-х полюсов) RC -элементов из-за роста числа нулловых схем, которое в случае n -полюсника может быть оценено по рекуррентной формуле (через число сочетаний C_{n-1}^i) [11]

$$N_n = 1 + \sum_{i=0}^{n-2} C_{n-1}^i N_{n-i-1}, \quad (21)$$

появляется необходимость автоматизированного получения САФ. Такая операция может быть выполнена с помощью известной программы *CIRMUL* [14], предназначенной для построения САФ элементов и подсхем с сосредоточенными элементами. При ее использовании для получения САФ распределенных *RC*-элементов цепь необходимо представить с помощью *Y*, *A* или других схем замещения с сосредоточенными элементами. Для иллюстрации такой возможности в Приложении приведена САФ для шестиполусного однородного *RC*-элемента [15].

Определители элементарных схем включения распределенных *RC*-элементов. Последовательное применение предлагаемых САФ распределенных *RC*-элементов в формулах (8), (10), (15), (20) и в табл. 1–3, а также известных формул выделения многополюсных и двухполюсных элементов с сосредоточенными параметрами [9,10] позволяет получить искомую схемную функцию в форме алгебраического выражения. Этот процесс можно ускорить, если использовать заранее полученные табличные выражения определителей часто встречающихся элементарных схем включения (кратко – элементарных схем) *RC*-элементов. Элементарной схемой *RC*-элемента будем называть схему (по аналогии с элементарной схемой многополюсника [10]), содержащую один *RC*-элемент, полюсы которого в различной комбинации разомкнуты, замкнуты или соединены между собой через нуллятор или норатор.

Определители элементарных схем *RC*-элементов формируются из соответствующих схемно-алгебраических формул путем манипуляции с полюсами элемента и последующего преобразования САФ к символьным выражениям. Таким путем получены определители элементарных схем трехполюсного элемента на базе *R–C–0*-структуры (табл. 4), САФ которого представлена в табл. 1. Из этой САФ в определитель элементарной схемы с номером 1 (*RC*-элемент с замкнутыми накоротко полюсами) в табл. 4 входит только первое слагаемое, определитель нулляторной схемы которого равен единице. Определители остальных нулляторных схем оказываются нулевыми, поскольку содержат короткозамкнутые контура. Аналогично формируются определители других элементарных схем из табл. 4, они помещены в строку 3.

В строке 4 табл. 4 находятся формулы для определителей тех же элементарных схем, приведенные к выражениям, рациональным (в определителях, в которых это возможно) относительно функций $s = \text{th}\theta$ и $v = \sqrt{p}$, путем замены переменных (с учетом равенства $\theta = \sqrt{RCp} = \alpha v$) и деления соответствующих определителей в строке 3 на функцию $\text{ch}\theta$. Как уже отмечалось, деление САФ на алгебраическое

выражение не влияет на искомые схемные функции. Выражения, такие как в строке 4, необходимы для проверки на рациональность числителя и знаменателя схемной функции относительно функций s и v , последнее условие часто используется при синтезе цепей с распределенными RC -элементами [16].

Таблица 4. Определители элементарных схем включения трехполюсного RC -элемента на базе структуры $R-C-0$

№	1	2	3	4	5	6
Схема						
Δ	$R^2 \operatorname{sh}\theta$	$R\theta \operatorname{ch}\theta$	$R\theta \operatorname{ch}\theta$	$\theta^2 \operatorname{sh}\theta$	$R\theta$	$R\theta (\operatorname{ch}\theta - 1)$
Δ_s	$R^2 s$	$R\alpha v$	$R\alpha v$	$\alpha^2 v^2 s$	$R\alpha v \operatorname{sch}(\alpha v)$	$R\alpha v [1 - \operatorname{sch}(\alpha v)]$

Пример символьного анализа активной цепи с RC -элементами. На рис. 5 дана схема активного фильтра [16], для RC -элементов которого выполняются соотношения

$$R_1 C_1 = R_2 C_2 = R_3 C_3 = R_4 C_4 = R_5 C_5 = \alpha^2. \quad (22)$$

Требуется сформировать символьную передаточную функцию по напряжению с учетом реальных параметров усилителя напряжения – входной проводимости G_{in} , выходного сопротивления R_{out} и коэффициента передачи напряжения $K = K_0 / (1 + p\tau)$ [3], где K_0 , τ – постоянные коэффициенты; $p = j\omega$ – комплексная частота, а j – мнимая единица. Искомую функцию необходимо записать в соответствии с [16] в рациональном виде относительно переменных s и v .

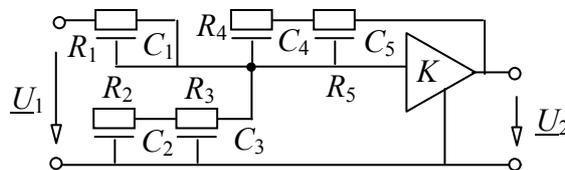


Рис. 5. Активный фильтр с RC -элементами

Передаточная функция фильтра формируется в виде

$$K_F = \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = N / D, \quad (23)$$

где \underline{U}_1 , \underline{U}_2 – комплексные действующие напряжения на входе и выходе фильтра соответственно; N , D – алгебраические выражения числителя и знаменателя.

$$N = R_1 \alpha v \left[\left(\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_2 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_3 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_2 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_3 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \right) \left(\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_4 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_5 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_4 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_5 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \right) R_{out} + \left(\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_4 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_5 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_4 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ C_5 \downarrow \\ \text{---} \end{array} \right| \right) K_0 \right]. \quad (27)$$

Таблица 5. Определители элементарных схем включения усилителя с учетом его входной проводимости G_{in} , выходного сопротивлением R_{out} и коэффициента усиления $K = K_0/(1 + p\tau)$

№	1	2	3	4	5
Схема					
Δ	R_{out}	K_0	$(1 + p\tau)(G_{in} R_{out} + 1) + K_0$	$(1 + p\tau)G_{in}$	$(1 + p\tau)R_{out}$

Все схемные определители в (27) являются определителями элементарных схем RC-элемента из табл. 4, причем первый, пятый, восьмой и девятый схемные определители – определители схемы с номером 4; второй и десятый – схемы 1; третий, четвертый, седьмой, одиннадцатый и двенадцатый – схемы 3; шестой – схемы 2. Если подставить в (27) символьные выражения перечисленных определителей из четвертой строки табл. 4 и вынести за скобки общие множители, то получим окончательную формулу для числителя

$$N = R_1 R_3 \alpha^5 v^5 (R_3 s^2 + R_2) [s \alpha (R_5 + R_4) R_{out} + R_5 (R_5 s^2 + R_4) K_0]. \quad (28)$$

При записи (28) учтено, что коэффициент α в соответствии с формулой (22) одинаков для всех RC-элементов рассматриваемой схемы.

Для знаменателя формулы (23) исходное схемно-алгебраическое выражение находится из схемы на рис. 5 путем замыкания входных полюсов и нейтрализации приемника напряжения:

$$D = \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_4 \quad R_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ C_1 \quad C_4 \quad C_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ R_2 \quad R_3 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ C_2 \quad C_3 \\ \text{---} \quad \text{---} \end{array} \right| \cdot \quad (29)$$

После выполнения преобразований, аналогичных преобразованиям, проведенным при формировании числителя, получаем выражение знаменателя

$$D = R_1 v^5 \alpha^5 \{ s R_1 R_3 (R_3 s^2 + R_2) [s (R_5 + R_4) ((1 + v^2 \tau) (G_{in} R_{out} + 1) - K_0) + R_5 (R_5 s^2 + R_4) v^{-1} \alpha^{-1} \cdot (1 + v^2 \tau) G_{in}] + [R_3 (R_3 s^2 + R_2) + R_4 s^2 (R_3 + R_2)] [\alpha v s (R_5 + R_4) R_{out} (1 + v^2 \tau) + R_5 (R_5 s^2 + R_4) (1 + v^2 \tau)] \}. \quad (30)$$

При идеализации усилителя, то есть при $\tau = 0, G_{in} = 0, R_{out} = 0$, и последующем сокращении числителя (28) и знаменателя (30) на $R_1 \alpha^5 \nu^5$, передаточная функция (23) приобретает вид

$$K_F = \frac{K_0 R_3 R_5 (R_3 s^2 + R_2)(R_5 s^2 + R_4)}{s^2 R_1 R_3 (R_3 s^2 + R_2)(R_4 + R_5)(1 - K_0) + [R_3 (R_3 s^2 + R_2) + s^2 R_1 (R_2 + R_3)] R_5 (R_5 s^2 + R_4)}. \quad (31)$$

В частном случае, при

$$K_0 = 2, R_1 = 5\sqrt[4]{1/6}, R_2 = 3\sqrt[4]{1/6}, R_3 = R_5 = \sqrt[4]{1/6}, R_4 = 2\sqrt[4]{1/6}$$

формула (31) совпадает с передаточной функцией [16]

$$K_F = \frac{(s^2 + 2)(s^2 + 3)}{3(s^4 + 1)}.$$

Предлагаемый схемно-алгебраический подход к анализу электрических цепей с распределенными RC -элементами может быть автоматизирован на основе известной системы символьного анализа цепей с сосредоточенными параметрами $SCAD$ [18]. Система применима непосредственно для формирования символьных схемных функций в виде последовательных выражений на основе y - или A -схем замещения RC -элементов. Примеры таких функций приведены в формуле (10) и в табл. 3. Для получения единых символьных выражений вида (31) необходимо использовать соответствующие САФ (табл. 1, 2).

Приложение.

Схемно-алгебраическая формула 4×2 -полюсника на базе $R_1-C_1-R_2-C_2-R_3$ -структуры

Схема элемента дана на рис. П1. Стороны 4×2 -полюсника показаны стрелками для действующих комплексных напряжений $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \underline{U}_3, \underline{U}_4$, а соответствующие токи обозначены $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3, \underline{I}_4$.

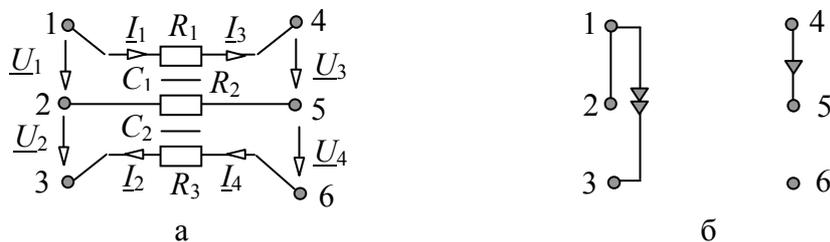


Рис. П1. Шестиполюсный RC -элемент на базе $R_1-C_1-R_2-C_2-R_3$ -структуры (а); одна из нулловых схем этого элемента – второй (по порядку) из САФ (П1)

Схемно-алгебраическая формула для определителя произвольной схемы с выделенным шестиполюсным RC -элементом сформирована на основе его A -параметров [15] по программе *CIRMUL* [14].

Рассматриваемый RC -элемент характеризуется 138-ю нулловыми схемами (максимальная оценка, полученная по формуле (21) для пассивной шестиполусной подсхемы – 203). Группировка слагаемых относительно нулловых схем выполнена с помощью математической системы *Maple*. Полученная САФ имеет вид

$$\begin{aligned}
D = & X_1 d123456n_{2345}n_{1256} + X_2 d113456n_{1345} + X_3 d123456n_{2356}n_{1245} + \\
& + X_4 d113456n_{1356} + X_5 d122456n_{1245} + X_6 d122456n_{1256} + X_7 d111456 + \\
& + X_8 d123455n_{2345} + X_9 d123456 n_{2156}n_{2345} + X_{10} d123456n_{2345} + X_{11} d113455n_{1345} + \\
& + X_{12} d123456n_{2345}n_{6521} + X_{13} d123455 + n_{2354} + X_{14} d123456n_{2145}n_{2356} + \\
& + X_{15} d123456n_{2356} + X_{16} d113455n_{1354} + X_{17} d123455n_{2321} + X_{18} d123456n_{2156}n_{2354} + \\
& + X_{19} d123456n_{2354} + X_{20} d122455n_{2154} + X_{21} d122456n_{6554} + X_{22} d123456n_{2145}n_{2365} + \\
& + X_{23} d123456n_{2365} + X_{24} d122455n_{2145} + X_{25} d122455 + X_{26} d113456n_{1354} + \\
& + X_{27} d113456n_{1365} + X_{28} d123456n_{2321} + X_{29} d122456n_{2145} + X_{30} d122456n_{2156} + \\
& + X_{31} d122456 + X_{32} d111456n_{6554} + X_{33} d111455 + X_{34} d122456n_{6521} + \\
& + X_{35} d123446n_{2346} + X_{36} d113446n_{1346} + X_{37} d123446n_{2312} + X_{38} d123456n_{2356}n_{5412} + \\
& + X_{39} d122446n_{2146} + X_{40} d122446 + X_{41} d122456n_{5456} + X_{42} d123456n_{2312} + \\
& + X_{43} d111446 + X_{44} d111456n_{5456} + X_{45} d122456n_{5412} + X_{46} d123455n_{1245} + \\
& + X_{47} d123456n_{3256}n_{1245} + X_{48} d123456n_{1245} + X_{49} d113455n_{3145} + X_{50} d113456n_{6545} + \\
& + X_{51} d123456n_{3245}n_{1265} + X_{52} d123456n_{1265} + X_{53} d113455 + X_{54} d122455n_{1245} + \\
& + X_{55} d123456n_{1245}n_{6523} + X_{56} d123456n_{3245}n_{1256} + X_{57} d123456n_{1256} + \\
& + X_{58} d123455n_{1223} + X_{59} d113456n_{3145} + X_{60} d113456n_{3156} + X_{61} d113456 + \\
& + X_{62} d123456n_{1223} + X_{63} d111456n_{6545} + X_{64} d113456n_{6513} + X_{65} d123446n_{1246} + \\
& + X_{66} d123456n_{3256}n_{1254} + X_{67} d123456n_{1254} + X_{68} d113446n_{3146} + X_{69} d113446 + \\
& + X_{70} d123446n_{1264} + X_{71} d113446n_{3164} + X_{72} d113456n_{5465} + X_{73} d122446n_{1264} + \\
& + X_{74} d123446n_{1232} + X_{75} d122446n_{1246} + X_{76} d123456n_{1256}n_{5432} + X_{77} d122456n_{1254} + \\
& + X_{78} d123456n_{1232} + X_{79} d111456n_{5465} + X_{80} d113456n_{5431} + X_{81} d123444 + \\
& + X_{82} d123455n_{3245} + X_{83} d123455n_{2145} + X_{84} d123456n_{6545} + X_{85} d123446n_{3246} + \\
& + X_{86} d123446 + X_{87} d123444n_{3221} + X_{88} d113444 + X_{89} d123446n_{6421} + \\
& + X_{90} d123455 + X_{91} d123446n_{3264} + X_{92} d123446n_{2164} + X_{93} d123456n_{5465} + \\
& + X_{94} d123444n_{3212} + X_{95} d123455n_{5412} + X_{96} d123455n_{3254} + X_{97} d123455n_{2154} + \\
& + X_{98} d123456n_{6554} + X_{99} d123446n_{2146} + X_{100} d122444 + X_{101} d123444n_{2123} + \\
& + X_{102} d123446n_{6423} + X_{103} d123456n_{5456} + X_{104} d123444n_{2132} + X_{105} d123455n_{5432} + \\
& + X_{106} d123456n_{3245}n_{2156} + X_{107} d123456n_{3245} + X_{108} d123456n_{3256}n_{2145} + \\
& + X_{109} d123456n_{3256} + X_{110} d123456n_{2145} + X_{111} d123456n_{2156} + X_{112} d123456 + \\
& + X_{113} d123456n_{3245}n_{6521} + X_{114} d113455n_{3154} + X_{115} d123455n_{3221} + \\
& + X_{116} d113456n_{6554} + X_{117} d123456n_{6521} + X_{118} d123456n_{3245}n_{2156} + X_{119} d123446n_{3212} + \\
& + X_{120} d123456n_{3256}n_{5412} + X_{121} d113456n_{5456} + X_{122} d123456n_{5412} + X_{123} d122456n_{6545} + \\
& + X_{124} d123456n_{2145}n_{6523} + X_{125} d123455n_{2123} + X_{126} d123456n_{6523} + X_{127} d122446n_{2164} + \\
& + X_{128} d122456n_{5465} + X_{129} d123446n_{2132} + X_{130} d123456n_{2156}n_{5432} + \\
& + X_{131} d123456n_{5432} + X_{132} d111444 + X_{133} d122446n_{6421} + X_{134} d122455n_{5412} + \\
& + X_{135} d113446n_{6413} + X_{136} d113455n_{5431} + X_{137} d123456n_{5432}n_{6521} + X_{138} d122456n_{1265}.
\end{aligned}$$

(III)

В САФ (П1) X_1, X_2, \dots, X_{138} – коэффициенты нулловых схем. Нулловые схемы представлены здесь, в отличие от формул (8), (15), (20), в виде кода, который начинается буквой d и содержит номера полюсов в соответствии с рис. П1,а, причем объединенные друг с другом полюса обозначаются одним номером – наименьшим из них. При наличии в нулловой схеме нуллаторов и нораторов код содержит символ n с индексом из четырех одноразрядных чисел, первая пара чисел обозначает номера полюсов норатора, а вторая – полюса нуллатора. Если нулловая схема содержит два нуллора, то код содержит две группы символов, начинающихся буквой n . Например, нулловая схема в первом слагаемом (кратко, первая нулловая схема) не содержит объединенных полюсов, но включает 2 нуллора, норатор первого из них направлен от полюса 2 к полюсу 3, а нуллатор – от 4 к 5; второй норатор – от 1 к 2, а соответствующий нуллатор – от 5 к 6. Во второй нулловой схеме узлы с номерами 1 и 2 объединены и имеется один нуллок, норатор которого направлен от узла 1 к узлу 3, а нуллатор от 4 к 5, что иллюстрирует рис. П1,б.

Коэффициенты нулловых схем в (П1) определяются по формулам:

$$X_1 = a_{11}a_{22}(a_{33}a_{44}-a_{34}a_{43}); X_2 = a_{33}a_{44}a_{11}+a_{34}(-a_{43}a_{11}+a_{41}a_{13}); X_3 = a_{12}a_{21}(a_{33}a_{44}-a_{34}a_{43}); X_4 = a_{33}a_{44}a_{12} + a_{34}(-a_{43}a_{12}+a_{42}a_{13}); X_5 = (-a_{34}a_{21} + a_{31}a_{24})a_{43} + a_{33}a_{44}a_{21}; X_6 = (-a_{34}a_{22} + a_{32}a_{24})a_{43} + a_{33}a_{44}a_{22}; X_7 = a_{33}a_{44}-a_{34}a_{43}; X_8 = a_{33}a_{22}a_{11}; X_9 = a_{42}(a_{33}a_{24}a_{11} + a_{34}a_{21}a_{13}); X_{10} = a_{33}a_{24}a_{11} + a_{34}a_{21}a_{13};$$

$$X_{11} = a_{33}a_{11}a_{42}; X_{12} = a_{33}a_{11}; X_{13} = a_{33}a_{21}a_{12}; X_{14} = ((-a_{12}a_{23}+a_{22}a_{13})a_{34} + a_{33}a_{24}a_{12}) a_{41}; X_{15} = (-a_{12}a_{23}+a_{22}a_{13})a_{34}+a_{33}a_{24}a_{12}; X_{16} = a_{33}a_{12} a_{41}; X_{17} = a_{33}a_{12}; X_{18} = a_{42}(a_{33}a_{21}a_{14}+a_{34}a_{23}a_{11}); X_{19} = a_{33}a_{21}a_{14}+a_{34}a_{23}a_{11}; X_{20} = a_{33}a_{21}a_{42};$$

$$X_{21} = a_{33}a_{21}; X_{22} = a_{33}a_{22}a_{41}a_{14}; X_{23} = a_{33}a_{22}a_{14}; X_{24} = a_{33}a_{22}a_{41}+a_{23}(a_{31} a_{42}-a_{32}a_{41}); X_{25} = a_{33}a_{22}-a_{23}a_{32}; X_{26} = a_{33}a_{41}a_{14}; X_{27} = a_{33}a_{42}a_{14}; X_{28} = a_{33}a_{14}; X_{29} = a_{41}(a_{33}a_{24}-a_{34}a_{23}); X_{30} = a_{42}(a_{33}a_{24}-a_{34}a_{23});$$

$$X_{31} = a_{33}a_{24}-a_{34}a_{23}; X_{32} = a_{33}a_{41}; X_{33} = a_{33}a_{42}-a_{43}a_{32}; X_{34} = a_{33}; X_{35} = a_{34}(a_{22}a_{11}-a_{21}a_{12}); X_{36} = a_{34}(a_{11}a_{42}-a_{12}a_{41}); X_{37} = a_{34}a_{11}; X_{38} = a_{34}a_{12}; X_{39} = a_{34}(-a_{21}a_{42}+a_{22}a_{41})+a_{24}a_{31}a_{42}; X_{40} = -a_{34}a_{21}+a_{24}a_{31};$$

$$X_{41} = a_{34}a_{22}; X_{42} = a_{34}a_{13}; X_{43} = -a_{34}a_{41}+a_{44}a_{31}; X_{44} = a_{34}a_{42}; X_{45} = a_{34}; X_{46} = a_{43}(a_{22}a_{11}-a_{21}a_{12}); X_{47} = a_{32}[(a_{24}a_{11}-a_{21}a_{14})a_{43}+a_{44}a_{13}a_{21}]; X_{48} = (a_{24}a_{11}-a_{21}a_{14})a_{43} + a_{44}a_{13}a_{21}; X_{49} = (-a_{43}a_{12}+a_{13}a_{42})a_{31}+a_{43}a_{11}a_{32}; X_{50} = a_{43}a_{11};$$

$$X_{51} = a_{12}a_{31}(-a_{43}a_{24}+a_{44}a_{23}); X_{52} = a_{12}(-a_{43}a_{24}+a_{44}a_{23}); X_{53} = -a_{43}a_{12}+a_{13}a_{42}; X_{54} = a_{43}(-a_{32}a_{21}+a_{31}a_{22}); X_{55} = a_{43}a_{21}; X_{56} = a_{31}a_{22}(-a_{43}a_{14}+a_{44}a_{13}); X_{57} = a_{22} \cdot (-a_{43}a_{14}+a_{44}a_{13}); X_{58} = a_{43}a_{22}; X_{59} = a_{31}(-a_{43}a_{14}+a_{44}a_{13}); X_{60} = a_{32}(-a_{43}a_{14} + a_{44}a_{13});$$

$$X_{61} = -a_{43}a_{14} + a_{44}a_{13}; X_{62} = a_{43}a_{24}; X_{63} = a_{43}a_{31}; X_{64} = a_{43}; X_{65} = a_{44}a_{11}a_{22};$$

$$X_{66} = a_{44}a_{11}a_{23}a_{32}; X_{67} = a_{44}a_{11}a_{23}; X_{68} = (a_{44}a_{11} - a_{14}a_{41})a_{32} + a_{14}a_{42}a_{31}; X_{69} =$$

$$a_{44}a_{11} - a_{14}a_{41}; X_{70} = a_{44}a_{11} - a_{14}a_{41};$$

$$X_{71} = a_{44}a_{12}a_{31}; X_{72} = a_{44}a_{12}; X_{73} = a_{44}a_{32}a_{21}; X_{74} = a_{44}a_{21}; X_{75} = a_{44}a_{31}a_{22}; X_{76} =$$

$$a_{44}a_{22}; X_{77} = a_{44}a_{31}a_{23}; X_{78} = a_{44}a_{23}; X_{79} = a_{44}a_{32}; X_{80} = a_{44};$$

$$X_{81} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}; X_{82} = (-a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22})a_{31} + a_{11}a_{23}a_{32}; X_{83} = (a_{11}a_{42} - a_{12}$$

$$a_{41})a_{23} + a_{22}a_{13}a_{41}; X_{84} = a_{11}a_{23}; X_{85} = (a_{11}a_{24} - a_{21}a_{14})a_{32} + a_{14}a_{31}a_{22}; X_{86} = a_{11}a_{24} -$$

$$a_{21}a_{14}; X_{87} = a_{11}a_{32}; X_{88} = a_{11}a_{42} - a_{12}a_{41}; X_{89} = a_{11}; X_{90} = -a_{12}a_{23} + a_{22}a_{13};$$

$$X_{91} = a_{12}a_{24}a_{31}; X_{92} = a_{12}a_{24}a_{41}; X_{93} = a_{12}a_{24}; X_{94} = a_{12}a_{31}; X_{95} = a_{12}; X_{96} = a_{21}$$

$$a_{13}a_{32}; X_{97} = a_{21}a_{13}a_{42}; X_{98} = a_{21}a_{13}; X_{99} = (-a_{21}a_{42} + a_{22}a_{41})a_{14} + a_{11}a_{24}a_{42}; X_{100} =$$

$$-a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31};$$

$$X_{101} = a_{21}a_{42}; X_{102} = a_{21}; X_{103} = a_{22}a_{14}; X_{104} = a_{22}a_{41}; X_{105} = a_{22}; X_{106} = a_{13}a_{24}$$

$$a_{42}a_{31}; X_{107} = a_{31}(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}); X_{108} = a_{41}a_{32}(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}); X_{109} = a_{32}(a_{13}a_{24} -$$

$$a_{14}a_{23}); X_{110} = a_{41}(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23});$$

$$X_{111} = a_{42}(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}); X_{112} = a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23}; X_{113} = a_{13}a_{31}; X_{114} = a_{13}a_{41}a_{32}; X_{115}$$

$$= a_{13}a_{32}; X_{116} = a_{13}a_{41}; X_{117} = a_{13}; X_{118} = -a_{14}a_{23}a_{42}a_{31}; X_{119} = a_{14}a_{31}; X_{120} =$$

$$a_{14}a_{32};$$

$$X_{121} = a_{14}a_{42}; X_{122} = a_{14}; X_{123} = a_{23}a_{31}; X_{124} = a_{23}a_{41}; X_{125} = a_{23}a_{42}; X_{126} = a_{23};$$

$$X_{127} = a_{24}a_{41}a_{32}; X_{128} = a_{24}a_{32}; X_{129} = a_{24}a_{41}; X_{130} = a_{24}a_{42};$$

$$X_{131} = a_{24}; X_{132} = a_{42}a_{31} - a_{41}a_{32}; X_{133} = a_{31}; X_{134} = a_{32}; X_{135} = a_{41}; X_{136} = a_{42};$$

$$X_{137} = 1; X_{138} = a_{44}a_{23}a_{32},$$

где $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{44}$ – A -параметры 4×2 -полюсника, которые вычисляются через исходные параметры R_1, R_2, R_3, C_1, C_2 слоев шестиполюсного элемента [15].

Выводы. Получены схемно-алгебраические формулы выделения распределенных резистивно-емкостных элементов, которые обобщают метод схемных определителей на этот класс цепей. Предлагаемый метод в отличие от символьного метода контуров передачи не требует трудоемкого комбинаторного поиска топологических структур, что обеспечивает автоматизированное формирование схемных функций сложных распределенных RC -цепей.

Литература

1. Sotiriadis P., Tsvividis Y. Single- URC Integrators // IEEE Transactions on circuits and systems – 1. Fundamental theory and applications. – 2003. – Vol. 50, N 2 (February). – P. 304–307.

2. Abyelmatti M.T. Modelling of uniformly distributed RC lines loaded by series RC combinations // Microelectronics journal. – 1994. – Vol. 25. – P. 301–306.

3. Гильмутдинов А.Х., Ушаков П.А. Введение в теорию и расчет ARC – цепей с распределенными параметрами: Учеб. пособие.– Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та.– 1997.– 70 с.
4. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки.– М.: Университет. книга, 2005.– 848 с.
5. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР.– 1963.– 176 с.
6. Лаксберг Э.А. Моделирование электронных цепей на основе схемной редукции.– Таллин: Валгус, 1990.– 159 с.
7. Hoang S. Direct topological method of analysis of distributed parameter networks // *Rozprawy elektrotechniczne*.– 1975.– Т. 21, z. 1.– S. 19–47.
8. Thien N. Zastosowanie metody topologicznej Hoanga do analizy ukladow RC z parametrami rozlozonymi // *Rozprawy electrotechnicne*.–1977.– Т. 23, z.4. – S.829–850.
9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество*. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
10. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // *Электричество*.– 2003.– № 6.– С. 52–65.
11. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электрических цепей методом объединения схемно-алгебраических формул подсхем // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН-2006 (г. Ульяновск, 16–18 мая 2006 г.)*.– Ульяновск: УлГТУ, 2006.–Т. 3.– С. 98–115.
12. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраические тождества топологических функций для линейных электрических цепей // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика. Тр. международ. конф. КЛИН–2005*.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 95–106.
13. Napp W.W., Castro P.S. Distributed Parameter Circuit Design Techniques // *Proc. NEC*.– 1961.– Vol. 17. – P. 44 – 70.
14. Курганов С.А., Филаретов В.В. Автоматизированное построение схемно-алгебраических формул выделения многополюсников // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика. Тр. международ. конф. КЛИН–2005*.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С.85–97.
15. Васильев А.С., Галицкий В.В. Матрицы однородных распределенных RC -структур // *Радиотехника*.–1969.– Т. 24, №6.–С. 33–39.
16. Хейнлейн В.Е., Холмс В.Х. Активные фильтры для интегральных схем.– М.: Связь, 1980.– 656 с.
17. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных

векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика. Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С.106–116.

18. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Компьютерная система SCAD символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика. Тр. междунаrod. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.

Ушаков Петр Архипович – канд. техн. наук, профессор, профессор кафедры «Конструирование радиоэлектронной аппаратуры» ГОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет». Адрес для переписки: 426069, Ижевск, ул. 7-я Подлесная, д.34, кв. 164. Тел. дом. (3412) 592286. E-mail: ushpet@izh.com.

СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ФОРМИРОВАНИЕ УСЛОВИЙ РАВНОВЕСИЯ МОСТОВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

С.А. Курганов, В.В. Филаретов

Предложены схемно-алгебраические формулы для вывода условий равновесия четырехплечих мостовых электрических цепей с импульсным питанием. С помощью приведенных формул получены выражения для параметров пятиэлементного двухполюсника, который исследуется при раздельном уравнивании мостовой цепи.

Мостовые электрические цепи с импульсным питанием находят широкое применение при измерении параметров многоэлементных пассивных двухполюсников [1, 2]. Этому способствует наличие среди них большой группы схем с раздельным уравниванием разными регулируемыми органами, что упрощает процесс измерения параметров. Раздельное уравнивание основано на свойстве многоэлементных электрических цепей [3], согласно которому отдельные составляющие временных откликов зависят не от всех, а только от части элементов.

Наиболее детально процесс уравнивания разработан для четырехплечих мостовых цепей при воздействии импульсных сигналов со степенным изменением напряжения. Условиями равновесия для таких цепей являются уравнения [2]

$$A_i = 0, \quad i = 0, 1, \dots, k-1, \quad (1)$$

где k – число искоемых параметров ($k < n$); n – степень полинома числителя. Символьные рациональные выражения A_i являются подвыражениями полиномиальных коэффициентов числителя передаточной функции напряжения:

$$\begin{aligned}
 N_0 &= A_0 B_0; N_1 = A_0 B_1 + A_1 B_2; N_2 = A_0 B_3 + A_1 B_4 + A_2 B_5; N_3 = A_0 B_6 + A_1 B_7 + A_2 B_8 + A_3 B_9; \\
 N_4 &= A_0 B_{10} + A_1 B_{11} + A_2 B_{12} + A_3 B_{13} + A_4 B_{14}; N_5 = A_0 B_{15} + A_1 B_{16} + A_2 B_{17} + A_3 B_{18} + A_4 B_{19} + A_5 B_{20}; \dots; \\
 N_t &= A_0 B_{S_{t-1}+1} + A_1 B_{S_{t-1}+2} + \dots + A_t B_{S_t}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где N_t – полиномиальный коэффициент перед оператором Лапласа p в степени t ; $t = 0, 1, \dots, n$; n – порядок полинома; B_j – рациональные выражения, содержащие параметры элементов мостовой цепи; $j = 1, 2, \dots, S_n$; S_n, S_{n-1} – суммы натуральных чисел $1, 2, \dots, n$ и $1, 2, \dots, n-1$ соответственно; некоторые коэффициенты A_i могут быть равными нулю.

В [2] приведены символьные выражения A_i для большого числа четырехплечих мостовых цепей (рис. 1,а), позволяющих определить параметры различных двухполюсников, содержащих до 4-х элементов включительно. В то же время не разработан алгоритм формирования этих выражений, что ограничивает перечень используемых мостовых цепей.

В настоящей работе предлагается схемно-алгебраический алгоритм формирования условий равновесия произвольных четырехплечих мостовых цепей (рис. 1,а), предназначенных для исследования как простых (три–четыре элемента), так и сложных (пять и более элементов) двухполюсников. Алгоритм основан на методе схемных определителей (схемном выделении элементов) [4], который в отличие от матричных методов, не дает избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых с противоположными знаками.

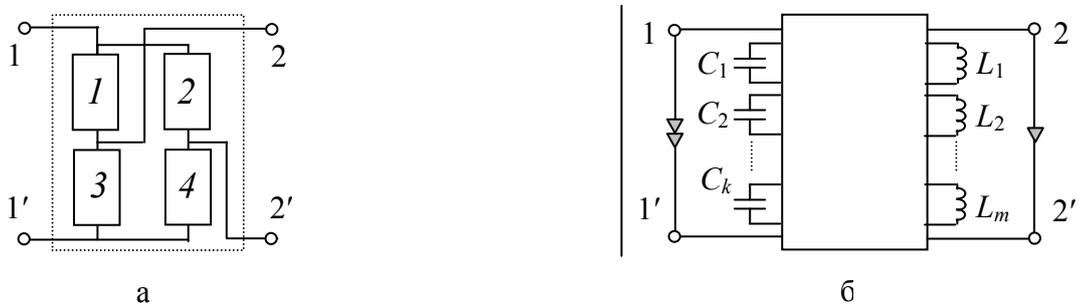


Рис. 1. Схема четырехплечего моста ($1, 2$ – регулируемый и исследуемый двухполюсники соответственно; $3, 4$ – плечи отношения) – а; схемно-алгебраическое выражение числителя передаточной функции – б

Базовые понятия и операции предлагаемого алгоритма. Алгоритм использует понятие *схемно-алгебраического выражения (САВ) числителя передаточной функции* [4] мостовой цепи, которое является определителем схемы (схемным определителем) числителя (рис. 1,б). Определитель обозначен парой вертикальных линий. Схема числителя формируется из исходной цепи (рис. 1,а) путем подключения к генераторной диагонали $1-1'$ направленного нумерованного норатора (генератора неудаляемого управляемого источника – НУИ), а к измерительной диагонали $2-2'$ направленного нумерованного нуллатора

(приемника НУИ). Норатор изображается укрупненной двойной, а нуллятор – одинарной стрелкой. Пара одноименных норатора и нуллатора называется нуллотром.

САВ числителя разлагается по параметрам реактивных элементов (проводимостям конденсаторов и сопротивлениям катушек индуктивности) [5] на сумму, содержащую более простые схемные определители (включающие только резистивные элементы – сопротивления и проводимости и нуллотр). Такое разложение позволяет получить САВ для произвольного полиномиального коэффициента N_t , количество схемных определителей которого определяется числом сочетаний

$$C_{k+m}^t = (k+m)! / (t!(k+m-t)!), \quad (3)$$

где k и m – число конденсаторов и катушек индуктивности соответственно. Для реальных мостовых цепей число схемных определителей значительно меньше, поскольку многие из них вырождены – равны нулю.

САВ полиномиальных коэффициентов N_0, N_1, \dots, N_n раскладываются в порядке следования на САВ коэффициентов A_i и B_j . Коэффициенты B_j , находящиеся в последних слагаемых формул (2), являются одночленами. Они формируются по частным (содержащим одно из двух слагаемых) формулам выделения резистивных элементов, которые применимы, если сопротивление образует контур с нораторами (нуллаторами) и идеальными проводниками, а проводимость – сечение с нораторами (нуллаторами) [4]. Эти формулы позволяют получить коэффициент B_j в виде произведения параметров резистивных элементов и выделенных при построении САВ N_t емкостей и индуктивностей. Оставшееся после построения коэффициента B_j схемно-алгебраическое выражение является САВ A_i . Символьное выражение для A_i получается из этого САВ с помощью формул выделения резистивных элементов [4].

Если САВ последнего слагаемого из любой формулы (2) содержит два и более схемных определителей, то отмеченные выше частные соединения резистивных элементов фиксируются в каждом из этих определителей. При этом в коэффициент B_j входят только те сопротивления и проводимости, которые могут быть выделены во всех определителях. Если такие частные соединения для резистивных элементов в САВ последнего слагаемого отсутствуют, то это означает, что $B_j = 1$.

Поскольку САВ N_0 содержит только одно слагаемое, то для его нахождения достаточно рассмотренных выше правил формирования выражений для последних слагаемых N_t . Разложение каждого из последующих полиномиальных коэффициентов N_1, N_2, \dots, N_n выполняется путем рекуррентного применения операции теоретико-множественного вычитания САВ слагаемого (кратко – операции вычитания). САВ слагаемых вычитаются из САВ коэффициента N_t в порядке расположения их (слева направо) в формулах (2). Эта операция выполняется до тех пор,

пока не останется САВ только последнего слагаемого, сомножители которого находятся по рассмотренным выше *правилам формирования выражений для последних слагаемых* N_i . Если остаток оказывается равным нулю, то соответствующее слагаемое и его сомножители также равны нулю. На этом разложение рассматриваемого полиномиального коэффициента заканчивается.

Операция вычитания САВ слагаемого из САВ N_i сводится к *операции выделения САВ* A_i и нахождению символьного выражения перед ним, который является соответствующим коэффициентом B_j . Перед выполнением операции выделения САВ A_i во всех схемных определителях N_i и A_i нейтрализуются элементы, которые не могут быть выделены (не влияют на значение определителя) [4] – это сопротивление, подсоединенное к схеме только одним полюсом или образующее сечение с нуллаторами (нораторами), и проводимость, замкнутая в контур или образующая контур с нуллаторами (нораторами). Из схемных определителей N_i выделяются также сопротивления и проводимости по отмеченным выше частным формулам.

Выделение САВ A_i выполняется поэтапно – по одному схемному определителю, при этом осуществляется попытка получить каждый *схемный определитель* A_i в каждом схемном определителе САВ N_i . САВ A_i считается полученным, если получены все составляющие его схемные определители с соответствующими символьными коэффициентами.

Операция выделения схемного определителя A_i в *схемном определителе* N_i выполняется на основе неизменной исходной топологии мостовой схемы – нумерация узлов при ее преобразовании (удалении элемента или замене его проводником) не меняется. *Необходимыми условиями выполнения этой операции* являются два положения: 1) множество M_{RA} всех резистивных элементов схемного определителя A_i должно быть подмножеством множества M_{RN} одноименных элементов схемного определителя N_i , поскольку все резистивные элементы из A_i должны содержаться в схемном определителе N_i ; 2) множество M_{PN} проводников схемного определителя N_i должно являться подмножеством соответствующего множества M_{PA} схемного определителя A_i , поскольку исключить проводники из схемного определителя для приведения его к требуемому виду невозможно.

Учитывая эти условия, *операцию выделения схемного определителя* A_i в *составе САВ* N_i можно свести к выполнению следующих пунктов.

А. Проверка первого необходимого условия. Для этого необходимо найти разность $\Delta M_R = M_{RN} \setminus M_{RA}$ множеств резистивных элементов для схемных определителей N_i и A_i . Если вычитание можно выполнить, то условие выполняется и следует перейти к пункту Б. В противном случае выделить рассматриваемый схемный определитель A_i в данном схемном

определителе из САВ N_i нельзя и нужно перейти к исследованию другой пары схемных определителей.

Б. Проверка второго необходимого условия. Для проверки этого условия найдем разность $\Delta M_P = M_{PA} \setminus M_{PN}$ множеств проводников схемных определителей A_i и N_i . Если вычесть удастся, то условие выполняется и нужно перейти к пункту В. В противном случае нужно взять для исследования другую пару схемных определителей.

В. Если $\Delta M_R = \Delta M_P = 0$ (пустое множество), то схемные определители A_i и N_i совпадают – определитель A_i имеется уже изначально.

Г. Если $\Delta M_R = 0$, а $\Delta M_P \neq 0$ (в схемном определителе N_i отсутствуют некоторые проводники, которые есть определителе A_i), то выполнить выделение рассматриваемого определителя САВ A_i нельзя, поскольку в этом определителе имеются проводники, которые получить в определителе САВ N_i невозможно.

Д. Если $\Delta M_R \neq 0$ и $\Delta M_P = 0$, то выделение определителя САВ A_i выполнить можно, для этого нужно выделить и удалить все сопротивления из множества ΔM_R , а проводимости из того же множества нейтрализовать. Это необходимо, поскольку резистивным элементам из определителя N_i в определителе A_i соответствуют разрывы.

Е. Если $\Delta M_R \neq 0$ и $\Delta M_P \neq 0$, то считая элементы этих множеств однотипными (учитывая только их расположение в схеме), найти множество их пересечения $P_{RP} = \Delta M_R \cap \Delta M_P$. Если $P_{RP} = 0$, то выполнить операцию вычитания нельзя, поскольку отсутствуют те резистивные элементы, из которых путем их выделения или нейтрализации можно получить недостающие проводники. Если $P_{RP} \neq 0$, то перейти к следующему пункту.

Ж. Выделить проводимости и нейтрализовать сопротивления из множества P_{RP} , чтобы получить в определителе N_i необходимые проводники.

З. Найти в определителе N_i множество резистивных элементов $\Delta M_{RN\infty} = \Delta M_R \setminus P_{RP}$, которые соответствуют разрывам в определителе A_i . Выделить сопротивления и нейтрализовать проводимости (те и другие из множества $\Delta M_{RN\infty}$) в определителе N_i , чтобы получить соответствующие разрывы. На этом выделение определителя A_i в составе определителя N_i закончена.

Следует отметить, что при выполнении операции выделения требуемого определителя появляются другие схемные определители, поскольку формулы выделения резистивных элементов содержат два слагаемых. Получаемый при этом схемно-алгебраический остаток используется при выделении последующих определителей.

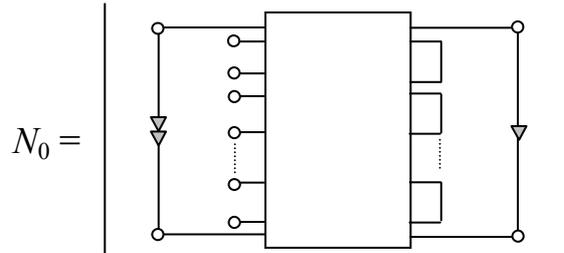
При наличии в составе рассматриваемой САВ A_i нескольких схемных определителей возможность выполнения операции вычитания САВ A_i из N_i констатируется по совпадению символьных коэффициентов перед всеми схемными определителями A_i , иначе выполнить эту операцию нельзя и

$B_j = 0$. При наличии одинакового для всех схемных определителей A_i символического коэффициента, последний является коэффициентом B_j .

Рассмотрим основные этапы предлагаемого алгоритма.

Алгоритм разложения полиномиальных коэффициентов числителя передаточной функции.

1. Положить, что номер полиномиального коэффициента $t = 0$. Путем нейтрализации всех реактивных элементов в САВ числителя (рис. 1,б) получить САВ для коэффициента



Нейтрализация осуществляется удалением конденсаторов и стягиванием катушек индуктивности [5].

2. Найти аналитическое выражение для B_0 путем выделения резистивных сопротивлений и проводимостей, образующих отмеченные выше частные соединения резистивных элементов. Произведение выделенных таким образом индуктивностей, емкостей, сопротивлений и проводимостей образует коэффициент B_0 . Оставшийся после этой операции схемный определитель является схемно-алгебраическим выражением A_0 . Если частных соединений для сопротивлений и проводимостей нет, то коэффициент B_0 равен единице, а САВ A_0 совпадает с САВ N_0 .

3. Сформировать символическое выражение для A_0 путем раскрытия САВ, полученного в п. 2.

4. Положить, что номер полиномиального коэффициента $t = 1$. С учетом формулы (3) разложить САВ числителя (рис. 1,б) по реактивным элементам, получить САВ для коэффициента

$$N_1 = C_1 \left[\text{Diagram} \right] + C_2 \left[\text{Diagram} \right] + \dots + C_k \left[\text{Diagram} \right] + L_1 \left[\text{Diagram} \right] + L_2 \left[\text{Diagram} \right] + \dots + L_m \left[\text{Diagram} \right] \quad (4)$$

The diagrams in the equation are identical to the one shown for N_0 , representing the expansion of the numerator's symbolic determinant by reactive elements.

В каждом схемном определителе (4) выделен один реактивный элемент, все остальные реактивные элементы нейтрализованы.

5. Выделить из САВ (4) САВ A_0 . Сгруппировать слагаемые, содержащие САВ A_0 , и вынести его за скобки. Символьное выражение, оставшееся в скобках, является коэффициентом B_1 . Если скомпановать САВ A_0 невозможно, то B_1 равно нулю.

6. Путем исключения из (4) САВ A_0B_1 , полученного в п. 5, сформировать САВ остатка

$$O_1 \equiv A_1B_2 = N_1 - A_0B_1. \quad (5)$$

7. Найти B_2 из САВ O_1 путем выделения сопротивлений и проводимостей, образующих частные соединения из п. 2. Оставшееся САВ является схемно-алгебраическим выражением A_1 .

8. Получить аналитическое выражение из САВ A_1 аналогично формированию выражения A_0 в п. 3. На этом разложение коэффициента N_1 закончено.

9. Положить номер коэффициента $t = t + 1$. Получить аналогично п. 4 САВ для коэффициента

$$N_t = \sum_i^{C_{k+m}^t} X_{1Vi} X_{2Vi} \dots X_{tVi} \Delta_{X_{1Vi}, X_{2Vi}, \dots, X_{tVi} \rightarrow \infty}^{X_{\notin X_{Vi}} \rightarrow 0} \quad (6)$$

где $X_{1Vi}, X_{2Vi}, \dots, X_{tVi}$ – параметры реактивных элементов (емкостей и/или индуктивностей) с номерами 1, 2, ..., t из i -го сочетания формулы (3); $X_{\notin X_{Vi}}$ – параметры реактивных элементов, не входящие в i -е сочетание; Δ с индексами – это определитель безреактивной схемы, полученной из исходной схемы путем нейтрализации и/или выделения реактивных элементов, при этом в верхнем индексе приводятся реактивные параметры, которые нейтрализуются – приравниваются к нулю, а в нижнем индексе – параметры, которые выделяются – устремляются к бесконечности. Нейтрализация индуктивности (емкости) выполняется заменой ее на идеальный проводник (удалением из схемы). Выделение индуктивности (емкости) – удалением из схемы (заменой проводником).

10. Выделить из САВ (6) САВ A_0 подобно п. 5. Символьное выражение перед САВ A_0 является коэффициентом $B_{S_{t-1}+1}$ из формулы (2). Получить подобно п. 6 САВ остатка

$$O_1 \equiv A_1B_{S_{t-1}+2} + A_2B_{S_{t-1}+3} + \dots + A_tB_{S_t} = N_t - A_0B_{S_{t-1}+1}, \quad (7)$$

11. Выделить из остатка O_1 САВ A_1 . Поскольку САВ A_1 может содержать несколько схемных определителей, то необходимо проверять каждый схемный определитель (7) на возможность выделения каждого

схемного определителя A_1 . САВ A_1 выделено, если получены все его схемные определители и соответствующие коэффициенты.

12. Получить аналогично п. 10 САВ второго остатка

$$O_2 \equiv A_2 B_{S_{i-1}+3} + A_3 B_{S_{i-1}+4} + \dots + A_i B_{S_i} = O_1 - A_1 B_{S_{i-1}+2}, \quad (8)$$

13. Вычитание слагаемых из остатка выполняется до тех пор, пока не останется последнее слагаемое $A_i B_{S_i}$, в котором коэффициент B_{S_i} формируется аналогично п. 2 по частным формулам выделения резистивных элементов. Если соответствующих соединений элементов нет, то $B_{S_i} = 1$, а A_i находится путем преобразования САВ в символьное выражение.

14. Если $t < n$, перейти к п. 9, иначе формула (2).

Следует отметить, что использование для разложения полиномиальных коэффициентов схемно-алгебраического аппарата многократно сокращает затраты, поскольку позволяют вычестить A_i целиком в виде схемно-алгебраических выражений в отличие от алгебраического подхода, который требует операций сортировки и поиска каждого из требуемых слагаемых в развернутом алгебраическом выражении.

Разложение полиномиальных коэффициентов числителя передаточной функции для мостовой цепи с четырехэлементным двухполюсником. Рассмотрим мостовую схему на рис. 2,а [2, с. 79], которая содержит двухполюсник с неизвестными параметрами R_2 , C_2 , r_2 и L_2 . Уравновешивание осуществляется параметрами R_1 , C_1 , r_1 и L_1 . Плечи отношения содержат сопротивления R и R_0 . Требуется найти полиномиальные коэффициенты A_i , необходимые для построения уравнений уравновешивания схемы.

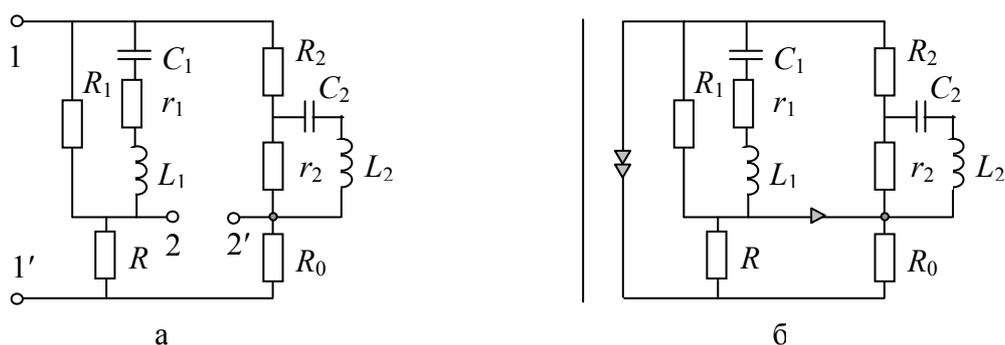
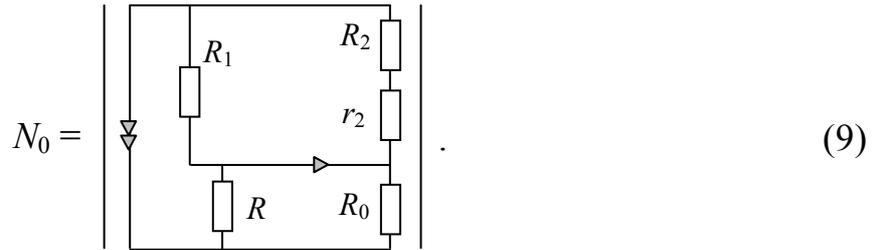


Рис. 2. Схема (а) мостовой цепи с четырехэлементным исследуемым двухполюсником; САВ (б) для числителя передаточной функции

Решаем задачу в соответствии с предложенным алгоритмом. Запишем САВ коэффициента

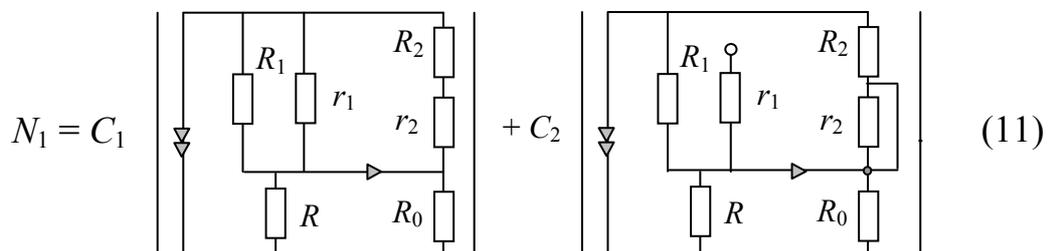


В схеме (9) удалено разомкнутое сопротивление r_1 , которое не входит в символьное выражение. В ней отсутствуют частные случаи выделения сопротивлений, и поэтому в соответствии с п. 2 приведенного алгоритма $B_0=1$. Следовательно, САВ коэффициента A_0 совпадает с САВ коэффициента N_0 , а его символьное выражение находится путем последовательного выделения сопротивлений из САВ (9) по формуле Фойснера [3]:

$$A_0 = N_0 = (R_2 + r_2)R - R_1R_0. \quad (10)$$

При получении формулы (10) сначала выделено сопротивление (R_2+r_2) , затем в образовавшемся после этого первом схемном определителе заменены перемычками (стянуты) сопротивления R_0 и R_1 , соединенные последовательно с нуллатором и норатором соответственно. Сопротивление R , параллельное нуллатору (норатору), выделено за знак определителя. Определитель оставшегося последовательного встречного соединения нуллатора и норатора равен 1. Во втором схемном определителе (10) выделены сопротивления R_1 и R_0 , параллельные нуллатору (норатору), стянуто сопротивление R , оказавшееся последовательным с нуллатором. Определитель оставшегося последовательного согласного соединения нуллатора и норатора равен (-1) [2].

Запишем по формуле (4) САВ коэффициента



САВ N_1 содержит только два схемных определителя вместо четырех по формуле (4), поскольку при выделении индуктивностей в САВ на рис. 2, б образуются вырожденные несвязные схемы, определители которых равны нулю [2]. Во втором схемном определителе (11) удалено разомкнутое сопротивление r_1 .

Вычтем из (11) САВ A_0 . Это возможно только в первом слагаемом – при выделении по формуле Фойснера [2] сопротивления r_1 . В результате САВ коэффициента

$$N_1 = A_0 B_1 + C_1 \left[\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_0 \end{array} \right| + C_2 \left[\begin{array}{c} R_1 \\ r_1 \\ R_2 \\ r_2 \\ R_0 \end{array} \right] \end{array} \right], \quad (12)$$

где коэффициент $B_1 = C_1 R_1$.

Удаляем из (12) первое слагаемое, в САВ остатка $O_1 = A_1 B_2$ (5) оказываются два схемных определителя с соответствующими коэффициентами. Поскольку в этих схемных определителях отсутствуют общие частные случаи выделения сопротивлений, то коэффициент $B_2 = 1$, а САВ коэффициента

$$A_1 = C_1 \left[\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_0 \end{array} \right| + C_2 \left[\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ r_2 \\ R_0 \end{array} \right] \end{array} \right]. \quad (13)$$

В последнем слагаемом (13) удалено разомкнутое сопротивление r_1 , которое не влияет на величину определителя. Раскроем САВ A_1 аналогично САВ A_0 в формуле (10):

$$A_1 = C_1 R_1 R (R_2 + r_2) + C_2 r_2 (R R_2 - R_1 R_0). \quad (14)$$

Запишем по формуле (6) САВ

$$N_2 = C_1 C_2 \left[\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \\ r_1 \\ R_2 \\ r_2 \\ R_0 \end{array} \right| + C_1 L_1 \left[\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ R_0 \end{array} \right] + C_2 L_2 \left[\begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \\ r_2 \\ R_0 \end{array} \right] \end{array} \right]. \quad (15)$$

Как видно, САВ для N_2 содержит 3 ненулевых схемных определителей из 6-ти в формуле (6).

Выделим из (16) САВ A_0 (9). Схема первого определителя в (15) отличается от схемы (9) сопротивлением r_1 и идеальным проводником, замыкающим сопротивление r_2 . Привести эту схему к схеме (9) невозможно, поскольку никакими схемно-алгебраическими операциями нельзя исключить указанный идеальный проводник. Схемы второго и третьего схемных определителей приводятся к схеме САВ A_0 путем исключения из них разомкнутого сопротивления r_1 , которое не влияет на определитель [3]. После вынесения САВ A_0 за скобки получаем следующее выражение для САВ

$$N_2 = A_0 (C_1 L_1 + C_2 L_2) + C_1 C_2 \left[\begin{array}{c} \text{Circuit diagram with resistors } R_1, r_1, R_2, R, R_0 \text{ and conductance } r_2 \end{array} \right] \quad (16)$$

Из (16) следует, что коэффициент

$$B_3 = C_1 L_1 + C_2 L_2. \quad (17)$$

Исключим из (16) слагаемое $A_0 B_3$. Как видно, из остатка невозможно выделить САВ A_1 (14) уже потому, что в последнем слагаемом (16) имеется произведение C_1 и C_2 , а в (14) – сумма этих же емкостей. Отсюда следует, что коэффициент $B_4 = 0$. После выделения из схемного определителя сопротивления r_2 по частной формуле находим коэффициент

$$B_5 = C_1 C_2 r_2.$$

Оставшееся выражение является САВ A_2 , после его раскрытия аналогично (10) получим

$$A_2 = \left[\begin{array}{c} \text{Circuit diagram with resistors } R_1, r_1, R_2, R, R_0 \end{array} \right] = (R_1 + r_1) R R_2 - R_1 r_1 R_0. \quad (18)$$

По формуле, аналогичной (6), находим САВ

$$N_3 = C_1 C_2 L_1 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \downarrow \quad \downarrow \\ R \quad R_0 \end{array} \right| + C_1 C_2 L_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \downarrow \quad \downarrow \\ R \quad R_0 \end{array} \right| \end{array} \right) \end{array} \right) \quad (19)$$

Из первого схемного определителя (19) выделить САВ A_0 (9) невозможно из-за проводника, замыкающего сопротивление r_2 . Из второго слагаемого (19) выделить САВ A_0 можно – путем выделения r_1 . В результате САВ преобразуется к виду

$$N_3 = A_0 C_1 C_2 L_1 r_1 + C_1 C_2 \left(L_1 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \downarrow \quad \downarrow \\ R \quad R_0 \end{array} \right| + L_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \downarrow \quad \downarrow \\ R \quad R_0 \end{array} \right| \end{array} \right) \right) \end{array} \right) \quad (20)$$

Из формулы (20) следует, что

$$B_6 = C_1 C_2 L_2 r_1. \quad (21)$$

Выделить в (20) САВ A_1 (14) нельзя из-за несовпадения коэффициентов перед соответствующими схемными определителями, поэтому коэффициент $B_7 = 0$. Нельзя из (20) вычистить и A_2 (18), поскольку и в первом, и во втором схемных определителях отсутствует сопротивление r_1 . Поэтому B_8 , как и B_7 , равно нулю. Отсюда следует, что

$$B_9 = C_1 C_2, \quad (22)$$

а САВ коэффициента A_3 находится в скобках формулы (20). После раскрытия САВ получаем

$$A_3 = L_1 r_2 (R R_2 - R_1 R_0) + L_2 R_1 (R_2 + r_2). \quad (23)$$

Находим САВ последнего полиномиального коэффициента

$$N_4 = C_1 C_2 L_1 L_2 \left(\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} R_1 \quad R_2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ \downarrow \quad \downarrow \\ R \quad R_0 \end{array} \right| \end{array} \right) \quad (24)$$

Схемный определитель (24) совпадает с САВ A_0 и, в соответствии с формулой (2), коэффициент $B_{10} = C_1 C_2 L_1 L_2$. Остаток оказывается равным нулю, следовательно, нулю равны и остальные коэффициенты B_{11} , B_{12} , B_{13} и B_{14} в общей формуле для N_4 .

Все полученные выше коэффициенты разложения A_0, A_1, \dots, A_4 и B_0, B_1, \dots, B_{14} совпадают с соответствующими коэффициентами, приведенными в [2] (с учетом ошибочного множителя R_2 в коэффициенте B_6 [2, с. 79]).

Наряду с отдельным уравниванием четырехэлементных двухполюсников, которое всесторонне рассмотрено в [2], представляет интерес измерение параметров двухполюсников более сложной структуры. Для иллюстрации возможностей предлагаемого алгоритма приведем результаты исследования пятиэлементного двухполюсника.

Определение параметров пятиэлементного двухполюсника. Изложим результаты исследования мостовой цепи с пятиэлементным двухполюсником на рис. 3,а, полученные с помощью предлагаемого алгоритма. Двухполюсник удовлетворяет условиям разрешимости [1].

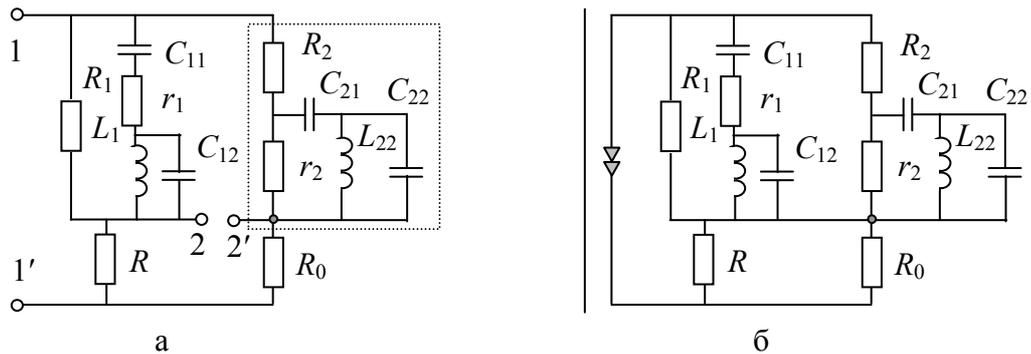


Рис. 3. Схема (а) мостовой цепи с пятиэлементным двухполюсником (показан пунктирной линией); САВ числителя (б) передаточной функции

С помощью предлагаемого алгоритма для определения 5-ти параметров двухполюсников получены 5 условий отдельного уравнивания

$$A_0 = (R_2 + r_2)R - R_1 R_0 = 0; \quad (25)$$

$$A_1 = C_{11} R_1 (R_2 + r_2) R + C_{21} r_2 (R_2 R - R_1 R_0) = 0; \quad (26)$$

$$A_2 = R_2 R R_1 + r_1 (R_2 R - R_1 R_0) = 0; \quad (27)$$

$$A_3 = L_1 r_2 (R_2 R - R_1 R_0) + L_{22} R_1 R (R_2 + r_2) = 0; \quad (28)$$

$$A_5 = C_{12} R_1 R (R_2 + r_2) + C_{22} r_2 (R_2 R - R_1 R_0) = 0. \quad (29)$$

Уравнивание моста осуществляется с помощью условий (25)–(29) по признаку нулевого значения плоской вершины отклика при подаче импульсов различной формы: прямоугольной, линейной, квадратичной, третьей и пятой степени соответственно. В уравнениях равновесия

используется условие A_5 , поскольку условие A_4 тождественно нулю. Выполнение условий (25)–(29) осуществляется отдельно в порядке следования с помощью элементов R_1 , C_{11} , r_1 , L_1 и C_{12} соответственно. Изменение каждого из параметров предыдущее условие не нарушает. Условия (26)–(29) могут быть выполнены, поскольку

$$R_2R - R_1R_0 = -r_2R < 0,$$

последнее неравенство следует из уравнения (25).

Искомые параметры двухполюсника определяются после выполнения условий (25)–(29) по полученным из них формулам

$$R_2 = \frac{r_1 R_1 R_0}{R(R_1 + r_1)}; \quad r_2 = \frac{R_1^2 R_0}{R(R_1 + r_1)}; \quad C_{21} = C_{11} \frac{(r_1 + R_1)^2 R}{R_1^2 R_0};$$

$$L_{22} = L_1 \frac{R_1^2 R_0}{R(R_1 + r_1)^2}; \quad C_{22} = C_{12} \frac{(r_1 + R_1)^2 R}{R_1^2 R_0}.$$

Предложенный в настоящей работе алгоритм ориентирован на разложение по формулам (2) полиномиальных коэффициентов числителя передаточной функции мостовых цепей. При необходимости он может быть использован для аналогичного разложения, то есть для определения каждого последующего полиномиального коэффициента через составляющие предыдущего коэффициента, не только для мостовых цепей, но и произвольных цепей, а также не только для числителя, но и для знаменателя передаточной функции.

Вывод. Предложен алгоритм построения условий уравнивания мостовых электрических цепей для определения параметров многоэлементных двухполюсников, основанный на преобразовании схемно-алгебраических выражений (САВ) числителя передаточной функции. Алгоритм работает со свернутыми схемно-алгебраическими выражениями (не требует их развертывания), что сокращает многократно объем сортировки и выборки алгебраических выражений и позволяет автоматизировать процесс построения условий уравнивания мостовых цепей.

Литература

1. Кнеллер В.Ю., Боровских Л.П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников.– М.: Энергоатомиздат.– 1986.– 144 с.
2. Передельский Г.И. Мостовые цепи с импульсным питанием.– М.: Энергоатомиздат, 1988.– 192 с.
3. Передельский Г.И. О свойстве многоэлементных электрических цепей // Электричество.– 1989.– №2.– С. 73–75.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

5. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.

НЕРАВНОВЕСНЫЕ НУЛЛОРНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ ОБЪЕДИНЕНИЯ ПОДСХЕМ

С.А. Курганов, В.В. Филаретов

Введено понятие неравновесной нулловой схемы, содержащей различное количество нораторов и нуллаторов. Приведен алгоритм перечисления как неравновесных, так и равновесных – с равным количеством нораторов и нуллаторов – нулловых схем многополюсника. Применение неравновесных нулловых схем, число которых для произвольного многополюсника меньше, чем равновесных нулловых схем, снижает трудоемкость метода объединения подсхем.

Символьный иерархический метод объединения подсхем на основе нулловых схем [1–5] не создает, в отличие от методов d -деревьев [6] и схемных миноров [7], избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых [4]. Нулловой схемой многополюсника называют схему, построенную на его полюсах и содержащую только направленные нумерованные нуллы (коротко – нуллы), каждый из которых состоит из нуллатора и норатора, и идеальных проводников, последние представляют собой параллельные соединения тех же нуллаторов и нораторов. Используемые в методе объединения подсхем нулловые схемы содержат равное число нораторов и нуллаторов, поэтому назовем их *равновесными нулловыми схемами* по аналогии с равновесными схемными минорами, содержащими также равное число нораторов и нуллаторов [7,8].

В то же время в методе схемных миноров наряду с равновесными схемными минорами используются также неравновесные схемные миноры [8], содержащие разное число нораторов и нуллаторов. Их применение, в частности, сокращает затраты на формирование искомой формулы, поскольку для одного и того же многополюсника неравновесных схемных миноров меньше, чем равновесных. Поэтому можно предположить, что введение *неравновесных нулловых схем*, содержащих различное число нораторов и нуллаторов, и использование их для объединения подсхем позволит сократить затраты при символьном анализе электронных схем по частям.

Неравновесные нулловые схемы. Неравновесными нулловыми схемами характеризуются подсхемы, в которых число приемников не

равно числу генераторов управляемых источников (УИ) или число нораторов не равно числу нуллаторов. При их перечислении принимаются во внимание только невырожденные нуллорные схемы – не содержащие контуров из нораторов (нуллаторов) [9]. Множество нуллорных схем, которые могут быть построены на полюсах n -полюсника, характеризуют его максимальную сложность.

При подсчете нуллорных схем многополюсника контролируется не только их невырожденность, но и повторяемость, вытекающая из возможной их эквивалентности. Невырожденные и неповторяющиеся нуллорные схемы названы *базисными нуллорными схемами* [3]. *Эквивалентными* считаются не только полностью идентичные нуллорные схемы, но и схемы, совпадающие по структуре и элементному составу, и отличающиеся направлением аномальных элементов. Как известно, изменение направления одного из аномальных элементов приводит к смене знака соответствующего определителя без изменения его модуля. *Эквивалентными* также являются схемы, которые могут быть получены одна из другой с помощью операций замены параллельного соединения нуллатора и норатора идеальным проводником.

Эквивалентное преобразование нуллорных схем может быть выполнено, если в нуллорной схеме есть путь из двух и более нораторов (нуллаторов). Тогда эквивалентные нуллорные схемы можно получить путем отрыва одного из полюсов первого норатора (нуллатора), инцидентного полюсу второго норатора (нуллатора), и переноса его к другому полюсу этого или другого норатора (нуллатора). Операция переноса норатора проиллюстрирована на рис. 1. Эта операция для пути из двух нораторов (нуллаторов) предложена в [10]. Более сложной является эквивалентная операция выделения нуллора [11], объединяющая перенос норатора (нуллатора) и отмеченное выше преобразование параллельного соединения норатора и нуллатора в идеальный проводник.

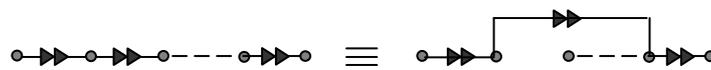


Рис. 1. Фрагменты двух эквивалентных нуллорных схем, содержащие путь из нораторов

Множество как равновесных, так и неравновесных нуллорных схем многополюсника образует схемно-алгебраические выражения определителя схемы (САВ), содержащей рассматриваемый многополюсник и произвольную внешнюю схему. САВ, которые построены на неравновесных (равновесных) будем называть *неравновесными (равновесными)*. Неравновесные САВ предлагается использовать, как и равновесные САВ, в диакоптическом методе объединения подсхем, позволяющем построить символные выражения в виде последовательности подвыражений [1].

Перечисление равновесных нулловых схем многополюсника рассмотрено в [1], где даны формулы для определения их количества и предложена идея алгоритма их перечисления. Здесь изложим обобщенный алгоритм перечисления как равновесных, так и неравновесных нулловых схем.

Произвольная нулловая – равновесная или неравновесная – схема состоит из двух подсхем – нулляторной и нораторной. Нораторная (нулляторная) подсхема содержит все полюсы n -полюсника и определенное количество нораторов (нуллаторов). Нораторная (нулляторная) подсхема может содержать $k = 0, 1, \dots, (n-1)$ нораторов (нуллаторов). Построение нораторных и нулляторных подсхем осуществляется независимо друг от друга. Нулловые схемы получаются путем попарного сочетания нораторных и нулляторных подсхем.

Алгоритм перечисления нораторных (нулляторных) подсхем n -полюсника. Для краткости упоминаются только нораторные подсхемы.

1. Получить нораторную подсхему для $k = 0$. Количество подсхем $T_0 = 1$.

2. Найти нораторные подсхемы, содержащие $k = 1, 2, \dots, (n - 1)$ нораторов. Для этого выполнить п. 3–6.

3. Получить все λ композиций числа k [1], их можно сформировать также с помощью оператора *composition* в системе Maple [12].

4. Для композиции с номером $i = 1, 2, \dots, \lambda$ выполнить п. 5-6.

5. Если композиция с номером i содержит r чисел v_1, v_2, \dots, v_r , из которых s чисел характеризуются повторяемостью p_1, p_2, \dots, p_s , то соответствующие ей нораторные подсхемы содержат r компонент и их количество

$$t_i = \frac{C_n^{v_1+1} C_{n-v_1-1}^{v_2+1} C_{n-v_1-1-v_2-1}^{v_3+1} \dots C_{n-v_1-1-v_2-1-\dots-v_{r-1}-1}^{v_r+1}}{p_1! p_2! \dots p_s!}. \quad (1)$$

При этом каждая нораторная подсхема представляется в виде кода, состоящего из r компонент, каждая из которых содержит перечень номеров узлов, соединенных между собой нораторами. Такие коды находятся с помощью операции сочетания номеров в соответствии с формулой (1).

6. Найти число нораторных подсхем, содержащих k нораторов

$$T_k = \sum_{i=1}^{\lambda} t_i. \quad (2)$$

Перечисление нулловых схем. Равновесные и неравновесные нулловые схемы образуются, как уже отмечалось, путем попарного объединения нораторных и нулляторных подсхем в соответствии с декартовым произведением. Множество равновесных нулловых схем

получается попарным объединением множеств нораторных и нулляторных подсхем с равным количеством нораторов и нулляторов соответственно по формуле

$$M = \sum_{k=0}^{n-1} R_k \times L_k, \quad (3)$$

где R_k и L_k – множества нораторных и нулляторных подсхем, содержащих k нораторов и нулаторов соответственно. Число равновесных нулляторных схем находится по формуле [1]

$$S = \sum_{k=0}^{n-1} T_k^2. \quad (4)$$

Множество неравновесных нулляторных схем, в которых нораторов больше нулляторов на число δ , получается также с помощью операции декартова произведения множеств нораторных и нулляторных подсхем, но при этом нораторные подсхемы должны содержать число нораторов на δ больше, чем нулаторов в соответствующих подсхемах. Это реализуется формулой

$$M_\delta = \sum_{k=\delta}^{n-1} R_k \times L_{k-\delta} = \sum_{k=\delta}^{n-1} N_{k,(k-\delta)}, \quad (5)$$

где M_δ – множество неравновесных нулляторных схем, в которых нораторов на δ больше, чем нулаторов; $N_{k,(k-\delta)}$ – множество нулляторных схем, содержащих k и $(k-\delta)$ нораторов и нулаторов соответственно; $L_{k-\delta}$ – множество нулляторных подсхем, содержащих $(k-\delta)$ нулаторов.

Множество неравновесных нулляторных схем, в которых нораторов на δ меньше, чем нулаторов определяется по формуле, аналогичной (5)

$$M_{-\delta} = \sum_{k=\delta}^{n-1} R_{k-\delta} \times L_k, \quad (6)$$

где $R_{k-\delta}$ – множество нулляторных подсхем, содержащих $(k-\delta)$ нулаторов.

Количество неравновесных нулляторных схем, в которых число нораторов и нулаторов отличается на δ , находится по формуле

$$S_\delta = \sum_{k=0}^{n-1} T_k T_{k-\delta}. \quad (7)$$

Для сравнения приведем в табл. 1 число равновесных и неравновесных (число нораторов и нулаторов в которых отличается на единицу) нулляторных схем. Как видно, неравновесных нулляторных схем для многополюсника с числом полюсов $n=3 \dots 8$ меньше в $1,3 \dots 1,8$ раз.

Каждый конкретный многополюсник характеризуется меньшим числом нулляторных схем, чем приведено в табл. 1, что объясняется

особенностью его структуры. Совокупность нулловых схем многополюсника находится выделением всех двухполюсников и УИ [1].

Нулловые схемы четырехполюсника. Перечислим все 55 (строка 3 и столбец 3 из табл. 1) неравновесных нулловых схем произвольного четырехполюсника, содержащих нораторов на один больше, чем нуллаторов. Для этого найдем нораторные и нуллаторные подсхемы четырехполюсника:

$$R_0 = L_0 = \{1234\}; R_1 = L_1 = \{1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4\}; R_2 = L_2 = \{1-2-3, 1-2-4, 1-3-4, 2-3-4, 1-23-4, 1-32-4, 1-42-3\}; R_3 = L_3 = \{1-2-3-4\}, \quad (8)$$

где последовательность цифр и тире, отделенная запятыми, означает код нораторной (нуллаторной) подсхемы; цифра – это номер полюса, а тире – норатор (нуллатор).

Таблица 1. Сравнение количества равновесных и неравновесных (число нораторов и нуллаторов отличается на $\delta = 1$) нулловых схем многополюсника

Число полюсов, n	3	4	5	6	7	8
Равновесных нулловых схем S	11	87	952	13513	250833	5016728
Неравновесных нулловых схем S_δ	6	55	650	9661	197477	3838801
S/S_δ	1,83	1,58	1,46	1,40	1,27	1,30

В соответствии с формулой (5) найдем подмножество из 6-ти неравновесных нулловых схем, не содержащих нуллаторов и включающих один норатор:

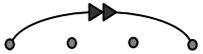
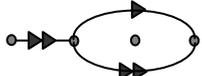
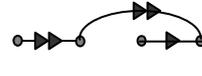
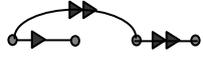
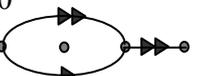
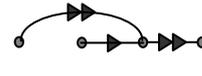
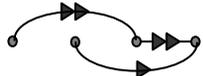
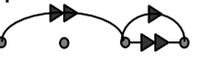
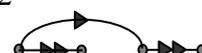
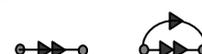
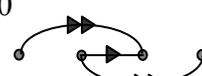
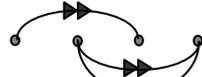
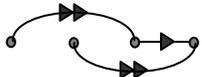
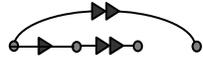
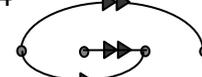
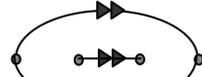
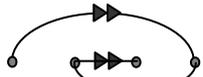
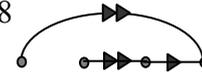
$$M_{1,0} = R_1 \times L_0 = \{(1-2, 1234), (1-3, 1234), (1-4, 1234), (2-3, 1234), (2-4, 1234), (3-4, 1234)\}, \quad (9)$$

где численно-символьное выражение в круглых скобок – код нулловых схем, который состоит из кодов норатора и нуллатора, разделенных запятой. Графическое изображение нулловых схем из формулы (9) приведено в ячейках 1...6 табл. 2.

Подмножество из 42-х нулловых схем (схемы 7...48 из табл. 2), содержащих 2 норатора и 1 нуллатор, имеет вид

$$M_{2,1} = R_2 \times L_1 = \{(1-2-3, 1-2), (1-2-3, 1-3), (1-2-3, 1-4), (1-2-3, 2-3), (1-2-3, 2-4), (1-2-3, 3-4), (1-2-4, 1-2), (1-2-4, 1-3), (1-2-4, 1-4), (1-2-4, 2-3), (1-2-4, 2-4), (1-2-4, 3-4), (1-3-4, 1-2), (1-3-4, 1-3), (1-3-4, 1-4), (1-3-4, 2-3), (1-3-4, 2-4), (1-3-4, 3-4), (2-3-4, 1-2), (2-3-4, 1-3), (2-3-4, 1-4), (2-3-4, 2-3), (2-3-4, 2-4), (2-3-4, 3-4), (1-23-4, 1-2), (1-23-4, 1-3), (1-23-4, 1-4), (1-23-4, 2-3), (1-23-4, 2-4), (1-23-4, 3-4), (1-32-4, 1-2), (1-32-4, 1-3), (1-32-4, 1-4), (1-32-4, 2-3), (1-32-4, 2-4), (1-32-4, 3-4), (1-42-3, 1-2), (1-42-3, 1-3), (1-42-3, 1-4), (1-42-3, 2-3), (1-42-3, 2-4), (1-42-3, 3-4)\}. \quad (10)$$

Таблица 2. Неравновесные нулловые схемы четырехполюсника, содержащие нораторов на единицу больше, чем нуллаторов

1 	2 	3 	4 
5 	6 	7 	8 
9 	10 	11 	12 
13 	14 	15 	16 
17 	18 	19 	20 
21 	22 	23 	24 
25 	26 	27 	28 
29 	30 	31 	32 
33 	34 	35 	36 
37 	38 	39 	40 
41 	42 	43 	44 
45 	46 	47 	48 
49 	50 	51 	52 
53 	54 	55 	

Подмножество из 7-ми нулловых схем (с номерами 49...55 в табл. 2), включающих 3 норатора и 2 нуллатора, имеет вид

$$M_{3,2} = R_3 \times L_2 = \{(1-2-3-4, 1-2-3), (1-2-3-4, 1-2-4), (1-2-3-4, 1-3-4), (1-2-3-4, 2-3-4), (1-2-3-4, 1-2-3-4), (1-2-3-4, 1-3-2-4), (1-2-3-4, 1-4-2-3)\}. \quad (11)$$

В табл. 2 приведены неравновесные нулловые схемы, содержащие нораторов на $\delta=1$ больше, чем нуллаторов. Учитывая взаимосоответствие нулловых схем с преобладающим числом нораторов и нулловых схем с преобладающим числом нуллаторов, одни неравновесные нулловые схемы можно получить из других путем взаимной замены нораторов и нуллаторов.

Построение САВ электронной цепи методом объединения подсхем на основе равновесных и неравновесных нулловых схем. Найдем САВ схемы фильтра Саллена-Ки и Кундерта [13] на рис. 2, где номерами 1 и 2 в кружочках показаны сечения, обеспечивающие получение равновесных и неравновесных САВ подсхем соответственно.

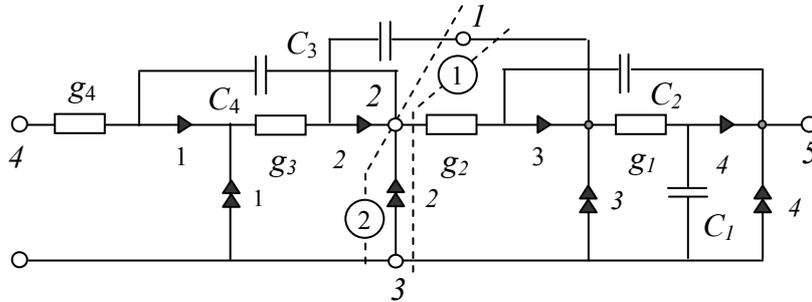


Рис. 2. Схема замещения ARC-фильтра четвертого порядка

Неравновесные САВ для первой и второй подсхем, полученные с помощью уже упомянутого метода выделения двухполюсных элементов, имеют вид соответственно

$$\Delta_1 = V_1^1 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| + V_1^2 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| + V_1^3 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| + V_1^4 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| \quad (12)$$

и

$$\Delta_2 = V_2^1 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| + V_2^2 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right| + V_2^3 \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{array} \right|, \quad (13)$$

где $V_1^1 = g_4 p^2 C_3 C_4$; $V_1^2 = g_3 g_4 p C_3$; $V_1^3 = g_3 g_4$; $V_1^4 = p C_3 (g_4 + p C_4)$;
 $V_2^1 = p^2 C_1 C_2$; $V_2^2 = p C_1 g_2$; $V_2^3 = g_1 g_2$.

С учетом отмеченного выше взаимосоответствия нулловых схем с преобладанием нораторов и нуллаторов, и изложенных правил их эквивалентного преобразования нулловым, схемам в САВ (12) соответствуют схемы с номерами 17, 14, 5 и 1 в табл. 2, а нулловым схемам в (13) – схемы с номерами 51, 53 и 50. Коэффициенты остальных нулловых схем четырехполюсника равны нулю.

САВ всей схемы на рис. 2, которое является равновесным, получается после проведения 12-ти операций объединения неравновесных нулловых схем САВ (12) и (13):

$$\Delta = V^1 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + V^2 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + V^3 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right|, \quad (14)$$

где $V^1 = V_1^3(V_2^1 + V_2^2) + V_1^4V_2^1$; $V^2 = V_2^1V_1^1$; $V^3 = V_1^3V_2^3$.

Для сравнения получим равновесные САВ первой и второй подсхем соответственно:

$$\Delta_1 = W_1^1 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_1^2 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_1^3 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_1^4 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right|; \quad (15)$$

$$\Delta_2 = W_2^1 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_2^2 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_2^3 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right| + W_2^4 \left| \begin{array}{c} \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right|, \quad (16)$$

где $W_1^1 = V_1^1$; $W_1^2 = V_1^2$; $W_1^3 = V_1^3$; $W_1^4 = V_1^4$; $W_2^1 = V_2^1$; $W_2^2 = V_2^2$; $W_2^3 = V_2^3$; $W_2^4 = p^2C_1C_2g_2$;

Как видно, равновесное (15) и неравновесное (12) САВ первой подсхемы содержат одинаковое число нулловых схем – 4, а неравновесное САВ второй подсхемы (16) – на одну схему меньше – 3, чем равновесное САВ (13). Поскольку при получении САВ всей схемы осуществляется объединение каждой нулловой схемы первой подсхемы с каждой нулловой схемой второй подсхемы [1], то при использовании равновесных САВ потребуется схемно-алгебраическое преобразование и сортировка 16-ти, в отличие от 12-ти объединенных нулловых схем при использовании неравновесных нулловых схем. Это объясняется избыточностью равновесного САВ второй подсхемы, в котором четвертая нулловая схема из формулы (16) при объединении со всеми нулловыми схемами первой подсхемы дает вырожденные нулловые схемы. Получаемое САВ исходной схемы (14) не зависит от типа используемых САВ подсхем.

Выводы. 1. Введено понятие неравновесных нулловых схем, применение которых в символьном методе объединения подсхем позволяет уменьшить его трудоемкость. 2. Предложен алгоритм перечисления как неравновесных, так и равновесных нулловых схем.

Литература

1. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электрических цепей методом объединения схемно-алгебраических формул // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 98–115.

2. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Сравнение методов анализа электрических цепей по частям в символьном виде // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 91–104.

3. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Алгоритм и программа схемно-алгебраического анализа электрических цепей по частям // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 104–113.

4. Курганов С.А. Особенности объединения подсхем в методах d -деревьев и схемно-алгебраических формул // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 245–258.

5. Королев Ф.А., Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод нулловых схем для символьного анализа линейных электрических цепей по частям // Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– С. 99–150.

6. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике. – Киев: Техника, 1975. – Вып. 12. – С. 42–46.

7. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8.– С. 33–42.

8. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С.106–116.

9. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

10. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and porators // Electronics letters.– 1966.– Vol. 2, No. 11.– P. 427–428.

11. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.

12. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5.– М.: Солон, 1998.– 399 с.

13. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА ОПТИЧЕСКИХ МНОГОСЛОЙНЫХ ФИЛЬТРОВ

Б. А. Лапшин, В. А. Петраков

Рассматривается теория и расчет волновых аналоговых фильтров, которая является основой аналитического метода синтеза оптических многослойных фильтров и методов их реализации. Приводится пример расчета оптического многослойного фильтра с характеристикой Чебышева.

1. Постановка задачи. Сверхузкополосные оптические многослойные фильтры (ОМСФ) находят широкое применение в волоконно-оптических системах передачи (ВОСП) с мультиплексированием по длине волны (МДВ, WDM).

Изучение природы распространения волн вдоль линии любого типа и явления отражения на их концах дает возможность выявить общие закономерности, позволяющие исследовать свойства всех типов волновых аналоговых фильтров – ВАФ (или фильтров на элементах с распределенными параметрами) с общих позиций. Аналитический метод синтеза ВАФ подробно рассмотрен в [1]. Этот метод основан на математическом моделировании $\lambda/4$ -отрезка передающей линии с волновым сопротивлением ρ_l и первой резонансной частотой f_0 , схемой фазового контура первого порядка ФК1П с волновым сопротивлением $\rho_{фк} = \rho_l$ и резонансной частотой $\Omega_0 = F/F_0 = 1$. Текущие частоты f оригинала (отрезка линии) и Ω модели (ФК1П) однозначно связаны между собой зависимостью

$$\Omega = \operatorname{tg}(\pi f / 4 f_0). \quad (1)$$

Метод моделирования позволяет перевести задачу синтеза ВАФ, как системы-оригинала с распределенными параметрами, в задачу синтеза фильтров на фазовых контурах (ФФК), как системы-модели с сосредоточенными элементами, и воспользоваться всем арсеналом фундаментальных (классических) методов синтеза LC-фильтров. Задача синтеза ФФК, в свою очередь, может быть упрощена с использованием частотного преобразования $\Omega \rightarrow \eta$, где η - текущая частота НЧ прототипа.

Одним из наиболее важных параметров ВАФ и ФФК, является коэффициент неоднородности ν , определяемый как отношение волновых сопротивлений связки ρ_c и резонатора ρ_p , т.е.

$$\nu = \rho_c / \rho_p. \quad (2)$$

Анализ звена ВАФ цепочечного (“Ц”) типа с полуволновой (“2”) связкой – ВАФ-2-Ц (рис. 1) показывает, что оно имеет три ПП (нижнюю - НПП, среднюю – ПП и верхнюю – ВПП) и две полосы задерживания ПЗ

(рис. 2). Граничные частоты полос пропускания ВАФ-2-Ц однозначно определяются через коэффициент ν в виде

$$f_1 = \frac{4f_0}{\pi} \operatorname{arctg}(\sqrt{1+\nu^{-1}} - \sqrt{\nu^{-1}}) = \frac{4f_0}{\pi} \operatorname{arctg}\Omega_1; \quad f_4 = 2f_0 - f_1; \quad \Omega_4 = \frac{1}{\Omega_1}, \quad (3)$$

$$f_2 = \frac{4f_0}{\pi} \operatorname{arctg}(\sqrt{1+\nu^{-1}} - \sqrt{\nu^{-1}}) = \frac{4f_0}{\pi} \operatorname{arctg}\Omega_2; \quad f_3 = 2f_0 - f_2; \quad \Omega_3 = \frac{1}{\Omega_2}. \quad (4)$$

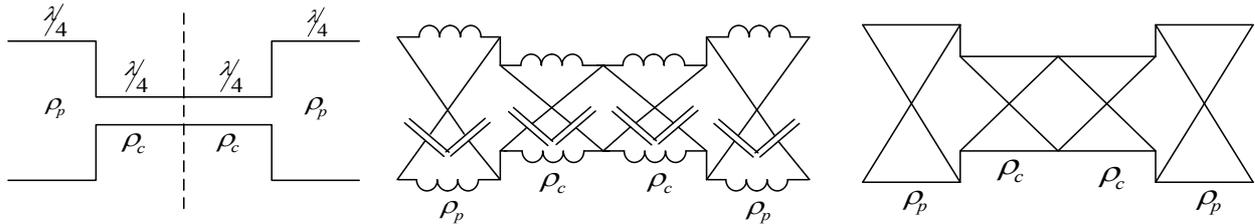


Рис. 1. Звено ВАФ-2-Ц (а), его модель ФФК-2-Ц (б), условное обозначение схемы звена ФФК-2-Ц (в)

Значения характеристических сопротивлений полувзена ВАФ-2-Ц со стороны резонатора (ρ_c) и со стороны связки (ρ_p) на средней частоте ПП f_0 определяются выражениями:

$$Z_{\rho_c} = \rho_p / \sqrt{\nu}; \quad Z_{\rho_p} = \rho_c \sqrt{\nu}. \quad (5)$$

Особенность приложения метода синтеза ВАФ, рассмотренного в [1] применительно к СВЧ фильтрам, к синтезу ОМСФ заключается в том, что вместо нормированных волновых сопротивлений отрезков линии, равных $\rho_l = \sqrt{\mu/\epsilon}$, где μ и ϵ соответственно магнитная и диэлектрическая проницаемости материала среды распространения волны, используются нормированные показатели преломления n , равные, при выполнении условия $\mu = 1$, $n = \sqrt{\epsilon} = 1/\rho_l$

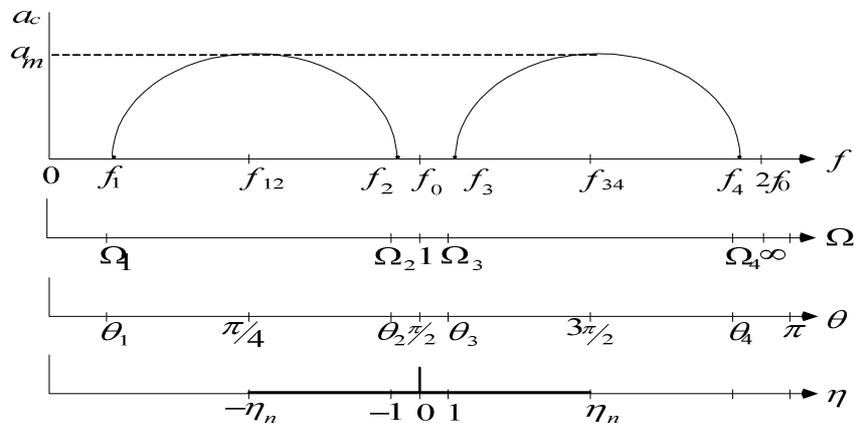


Рис. 2. Частотные характеристики собственного затухания звена ВАФ-2-Ц

Расчет ОМСФ включает три этапа: 1) синтез исходного ВАФ; 2) реализация исходной многослойной структуры ВАФ с заданными показателями преломления материалов слоев; 3) согласование оптического многослойного фильтра с заданными показателями преломления нагрузочных материалов входного и выходного устройств.

2. Синтез исходного сверхузкополосного фильтра. Исходными данными для расчета ВАФ являются: граничные частоты ПП f_{20} и f_{30} , неравномерность рабочего затухания в ПП $\Delta\alpha$, граничные частоты ПЗ f_{2e} и f_{3e} , гарантированное рабочее затухание в ПЗ a_{2e} и a_{3e} , нагрузочные сопротивления на входе и выходе фильтра R_{Γ} и R_{Π} . Для ОМСФ необходимо дополнительно включить в исходные данные перечень заданных (допустимых) значений показателей преломления материалов слоев n_i и подложки n_0 . Результатом синтеза исходного фильтра является определение топологической структуры ВАФ с минимальным количеством четвертьволновых отрезков неоднородной линии, рабочее затухание которой удовлетворяет заданным требованиям.

Метод синтеза исходного фильтра основан на методе моделирования каждого $\lambda/4$ -отрезка линии схемой ФК1П, при этом задача синтеза исходного ВАФ-2-Ц переводится в задачу синтеза исходного ФФК-2-Ц. На основании формул (3) и (4) определяем граничные частоты ПП и ПЗ ФКФ-2-Ц

$$\Omega_i = \operatorname{tg}(\pi f_i / 4f_0) \quad (6)$$

Задача синтеза ФФК-2-Ц, в свою очередь может быть переведена в задачу синтеза НЧ прототипа с ограниченной ПЗ с помощью преобразования частоты

$$\eta_i = S_i / S_0 = \eta_k S_i, \quad (7)$$

где η – текущая частота НЧ прототипа; η_k – граничная частота возможного копирования частотной характеристики рабочего затухания НЧ прототипа, равная обратной величине коэффициента прозрачности рабочей ПП ФКФ-2-Ц S_0 ; S_i – коэффициент прозрачности собственной ПП отдельного полувзена (звена) ФКФ-2-Ц.

Коэффициенты S_0 и S_i определяются через соответствующие коэффициенты неоднородности ν

$$S_0 = 2\sqrt{\nu_0} / (1 + \nu_0), \quad S_i = 2\sqrt{\nu_i} / (1 + \nu_i), \quad (8)$$

где коэффициенты ν_0 и ν_i определяются через граничные частоты рабочей ПП ФКФ-2-Ц и собственной ПП отдельного полувзена (звена) фильтра

$$\nu_0 = (\Omega_{30} - \Omega_{20})^2 / 4, \quad \nu_i = (\Omega_{3i} - \Omega_{2i})^2 / 4. \quad (9)$$

Используя последовательно формулы (6), (9), (8) и (7), получим

$$\eta_i = \sin 2\Theta_i / \sin 2\Theta_{20}. \quad (10)$$

Преобразование (10) позволяет перейти непосредственно от переменной f ВАФ к переменной η НЧ прототипа (рис. 3). Рабочее затухание НЧ прототипа с характеристикой Чебышева определяется [1] как

$$a = 10 \lg(1 + h^2 \cos^2(m \arccos \eta)). \quad (11)$$

Из (11) можно определить параметр m , определяющий количество элементов схемы НЧ прототипа, в виде

$$m \geq \frac{a_{2e} + 6 - 10 \lg(10^{\Delta a/10} - 1)}{20 \lg(\eta_e + \sqrt{\eta_e^2 - 1})}. \quad (12)$$

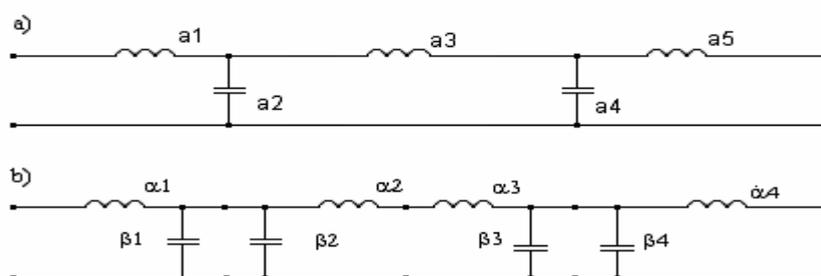


Рис. 3. Схема полученного на первом этапе НЧ прототипа (а) и ее разбиение на полузвенья (б)

Значения элементов схемы НЧ-прототипа находятся аналитически [1] или из справочника [2].

Следующая задача состоит в том, чтобы найденное решение задачи синтеза НЧ прототипа преобразовать в решение для ФФК, а далее для ВАФ и использовать значения элементов схемы НЧ прототипа [2] для нахождения значений волновых сопротивлений каждого отрезка линии (резонатора – ρ_{pi} и связи – ρ_{ci}) топологической структуры ВАФ-2-Ц.

Алгоритм определения граничных частот собственных ПП и волновых сопротивлений резонаторов и связей Г-полузвеньев ФФК-2-Ц представлен следующими процедурами:

$$\eta_i \rightarrow f_i \quad (10) \rightarrow v_i \rightarrow \rho_{pi} \quad (12) \rightarrow \rho_{ci} \quad (2). \quad (13)$$

На этом заканчивается синтез исходной схемы ВАФ-2-Ц, являющийся первым этапом синтеза ОМСФ. В результате получена топология ВАФ-2-Ц, удовлетворяющая требованиям по рабочему затуханию. Однако это решение не удовлетворяет конструктивным требованиям к ОМСФ.

Во-первых, нормированные волновые сопротивления связей для сверхузкополосного фильтра, каковым является исходная схема ВАФ-2-Ц, имеют значения порядка $10^{-4} \dots 10^{-8}$ и, следовательно, нормированные

показатели преломления слоев-связок должны быть равны $10^{+4} \dots 10^{+8}$. Такие значения показателей преломления нереализуемы и поэтому необходимо решить дополнительную задачу – задачу реализации сверхузкополосных фильтров с заданными (допустимыми) значениями n_{ci} . При практическом изготовлении многослойных покрытий показатели преломления соседних слоев (резонатора и связки) отличаются друг от друга не более, чем в 1,5..2 раза, т.е. коэффициент ν из (2) не может быть меньше 0,5. Во-вторых, расчетная величина нормированного нагрузочного сопротивления исходного ВАФ-2-Ц определяется сотнями и тысячами единиц, в то время, как нормированное значение нагрузок ОМСФ должно быть равно единице. Следовательно, необходимо решать еще и вторую задачу реализации – задачу согласованного включения ОМСФ.

3. Реализация исходного ВАФ с заданными волновыми сопротивлениями резонаторов и связок. Из [1] известно, что полувзвено исходного фильтра ВАФ-2-Ц является одновременно и двухступенчатым волновым аналоговым трансформатором (ВАТ) с коэффициентом трансформации, равным

$$\xi_1 = \sqrt{Z_{pc} / Z_{cp}} = 1/\nu_1. \quad (14)$$

Для получения технологически приемлемых значений ν_k исходный трансформатор с коэффициентом трансформации ξ_1 заменяют каскадным соединением k одинаковых трансформаторов с коэффициентами трансформации, равными

$$\xi_k = \sqrt[k]{\xi_1} = 1/\nu_k. \quad (15)$$

Коэффициент k определяет необходимое количество двухступенчатых трансформаторов, при котором выполняются заданные условия реализуемости исходного звена ВАФ-2-Ц:

$$\rho_{p0} = n_0 / n_p; \quad \rho_{ci} = \rho_{p0} \cdot \nu_k = n_0 / n_c. \quad (16)$$

Коэффициент k можно определить, решив уравнение

$$\frac{\nu_k^k}{\nu_1} - \sum_{i=1}^{2k-1} (2k-i)\nu_k^{k-i} = 0, \quad (17)$$

где ν_k – коэффициент неоднородности (2), задаваемый в виде $\nu_k = n_p / n_{ck}$.

Таким образом, задача реализации сверхузкополосного ВАФ-2-Ц со сложной связкой имеет решение, обеспечивающее топологическую структуру в виде чередующегося соединения $\lambda/4$ -резонаторов (ρ_{p0}) и $\lambda/4$ -связок с заданными значениями волновых сопротивлений ρ_k .

Количество $\lambda/4$ -элементов одного полувзвена ВАФ-2-Ц со сложной связкой равно $N_1 = 2k$, а многозвенного фильтра $N_{мф} = 2 \sum_1^{m-1} N_i = 4 \sum_1^{m-1} k_i$.

Решение второй задачи реализации ОМСФ, обеспечивающих согласованное включение исходного фильтра между заданными нагрузочными сопротивлениями, состоит в определении количества s двухступенчатых трансформаторов или количества N элементов ВАТ, $N_t = 2s$, а общее количество слоев в оптическом фильтре, нагруженном на единичные сопротивления (на подложки с единичными нормированными показателями преломления $n_0 = 1$) будет равно $N_{общ} = N_{мф} + 2N_t$

4. Пример расчета оптического фильтра. Рассчитать многослойный оптический фильтр с характеристикой Чебышева, если: 1) в полосе частот (в диапазоне длин волн) $f_{02}=192,74 < f < f_{03}=195,26$ ТГц ($\lambda_{02}=1557 > \lambda > \lambda_{03}=1536$ нм) неравномерность рабочего затухания не должна превышать $\Delta a=0,045$ дБ; 2) в полосах частот (в диапазоне длин волн) $100 < f < f_{e2}=191,4$ ТГц ($3000 > \lambda > \lambda_{e2}=1567$ нм) и $f_{e3}=196,6 < f < 300$ ТГц ($\lambda_{e3}=1530 > \lambda > 1000$ нм) гарантированное рабочее затухание должно быть не менее $a_{e2}=a_{e3}=75$ дБ; 3) показатели преломления подводющих (нагрузочных) сред $n_0=1,52$, слоев-резонаторов и слоев-связок в пределах от 1,45 до 2,1.

В результате расчета получена топология ОМСФ, в которой содержится $N=160$ чередующихся четвертьволновых слоев с общей толщиной покрытия $l_{общ}=61,856$ мкм. На рис. 4, а.б приведены рельеф показателей преломления найденной структуры фильтра ($n_0=1,52$; $n_1=1,454$; $n_2=1,954$; $n_3=2,032$; $n_4=2,039$; $n_5=2,048$) и расчетная частотная характеристика затухания, которая, как это видно из рисунка, отвечает заданным требованиям к ОМСФ. Время счета на ПК (*MathCAD*) 5 секунд.

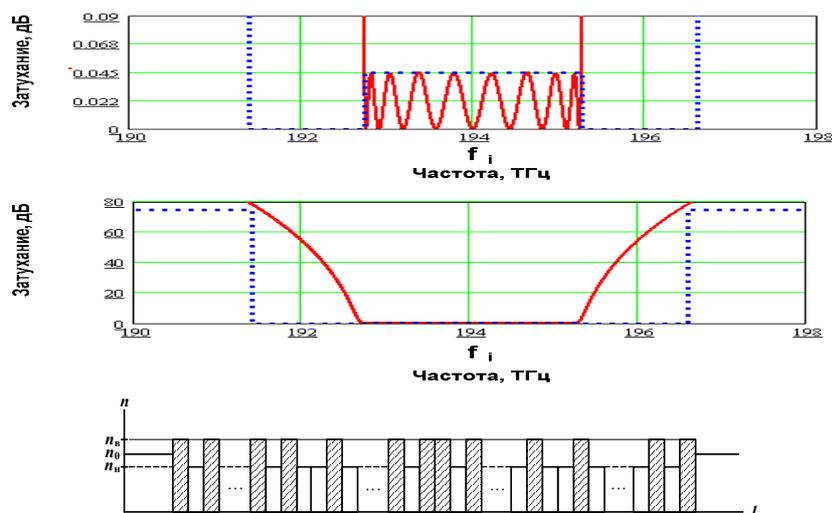


Рис. 4. Частотные характеристики затухания (а.б) и профиль показателей преломления ОМСФ (в)

Вывод. Применение аналитических методов общей теории электрических фильтров к синтезу оптических фильтров открывает, по мнению авторов, широкие возможности для разработки многих цепей оптического диапазона – узкополосных и широкополосных полосовых и режекторных фильтров с любыми заданными частотными характеристиками затухания и фазы (группового времени), оптических трансформаторов, амплитудных выравнителей, фазовых корректоров и т.п.

Литература

1. Лапшин Б.А. Новая теория и расчет фильтров и трансформаторов на отрезках передающих линий. СПб: Наука, 1998. – 181 с.
2. Зааль Р. Справочник по расчету фильтров. М.: Радио и связь, 1983. – 751 с.
3. Лапшин Б.А. Аналитический метод синтеза оптических многослойных фильтров // Сборник трудов VII международной конференции “Прикладная оптика 2006”. – СПб.: VI Международный оптический конгресс “Оптика – XXI век”.– Т. 3. Компьютерные технологии в оптике.-2006.– С. 335–339.
4. Лапшин Б.А. и др. Патент РФ RU 2 316 029 С1, от 01.08.2006. Оптический многослойный фильтр. – Опубликовано 27.01.2008.Бюл. №3.
5. Лапшин и др. Положительное решение на выдачу патента “Оптический многослойный фильтр”от 30.01.08 по заявке № 2007101150 от 10.01.07.

Лапшин Борис Алексеевич – профессор, д.т.н., профессор кафедры «Системы многоканальной электрической и оптической связи» Военной академии связи. 194064, СПб, пр. Тихорецкий 3, каф. СМЭОС, служебный тел. 5569822. E-mail: balapshin@mail.ru

Петраков Валерий Андреевич – доцент, к.т.н., старший преподаватель кафедры «Теория электрических цепей и сигналов» Военной академии связи. 194064, Санкт-Петербург, пр. Тихорецкий 3, каф. ТЭЦиС, служебный тел. 5569806.

МОДУЛЯТОР ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ СТЕРЕОФОНИЧЕСКОГО РАДИОСИГНАЛА

П. Н. Николаев, И. Ю. Малевич

Представлены результаты проектирования модулятора для формирования стереофонического сигнала в УКВ диапазоне. Разработанный блок, в сравнении с известными устройствами, обеспечивает повышенное разделение каналов, обладает низкими внутренними шумами и высокой стабильностью частоты пилот-тона.

Повышение требований к качеству формируемого радиосигнала в системах стереофонического радиовещания на УКВ требует снижения уровня шумов, увеличения линейности тракта и повышения стабильности частоты. Это определяет актуальность задачи совершенствования технических решений формирователей стереофонических радиосигналов сигналов.

Как известно [1, 2], при стереофоническом вещании частотная модуляция несущей производится комплексным стереосигналом (КСС), занимающим широкую полосу частот 30–46250 Гц, поэтому к амплитудночастотной и фазочастотной характеристикам трактов модулятора и передатчика предъявляются достаточно жёсткие требования, невыполнение которых может привести к возникновению линейных и нелинейных искажений в стереоканалах и переходных помех между ними.

Поскольку КСС занимает более широкую полосу частот, уровень шумов при стереоприёме выше, чем при моноприёме, а действие соседних мешающих станций оказывается более заметным [2]. При стереоприёме, в отличие от моноприёма, воспроизводятся шумы, лежащие в области звуковых частот и в области надтональных частот спектра КСС, причём последние — после преобразования при декодировании стереосигнала. Поэтому общая величина шума на выходе приёмника при стереоприёме существенно увеличивается по сравнению с моноприёмом. К тому же напряжение полезного сигнала на выходе приёмника несколько уменьшается, так как 10% девиации несущей передатчика приходится отводить на передачу остатка поднесущей частоты. При установленной девиации частоты и одинаковом отношении сигнал/шум на входе приёмника его ухудшение при переходе на стереоприём составляет 24,7 дБ [1]. С повышением уровня входного сигнала разница в шумовых свойствах моно- и стереоприёма уменьшается и достигает при больших сигналах некоторого предельного значения, заметно меньшего, чем при малых уровнях сигнала [2].

Комплексный стереофонический сигнал формируется в стереомодуляторе при подаче на его вход стереосигналов L и R в

соответствии с выражением [1]:

$$U_{\text{ксс}} = 1/2(L+R) + 1/2(L-R)\sin 2\pi f_{\text{п}}t + p\sin 2\pi f_{\text{пт}}t,$$

где $f_{\text{пт}} = f_{\text{п}}/2$ – частота пилот-тона; p – амплитуда пилот-тона.

При этом спектр составного сигнала содержит спектральные составляющие суммарного сигнала $L+R$, поднесущую, балансно-модулированную разностным сигналом $L-R$, и сигнал пилот-тона (рис. 1).

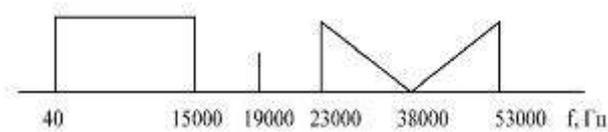


Рис. 1. Спектр ССС в системе с пилот-тоном

В системе с пилот-тоном, как и в системе с полярной модуляцией, разностный сигнал ($L-R$) перемещается в надтональную область частот за счет модуляции поднесущего колебания по амплитуде. Поднесущее колебание в процессе балансной модуляции полностью подавляется. Поскольку в приемнике необходимо обеспечить синфазное восстановление поднесущей частоты, то наряду с основным сигналом в этой системе передается вспомогательный пилот-тон. Частота его выбрана равной половине частоты поднесущей, а для его передачи расходуется 10% девиации частоты несущего колебания [1]. Для передачи пилот-тона выделяется свободный участок в спектре модулирующих частот между тональной и надтональной частями КСС. Поэтому поднесущая частоты выбирается 38 кГц.

Структурная схема стереомодулятора системы с пилот-тоном (рис.2) содержит цепи предискажений (ЦП) левого и правого каналов, суммарно-разностный преобразователь (СРП); балансный модулятор (БМ); суммирующее устройство; генератор пилот-тона (Г) и умножитель частоты (УЧ). Модуляция несущей по частоте в передатчике осуществляется КСС.

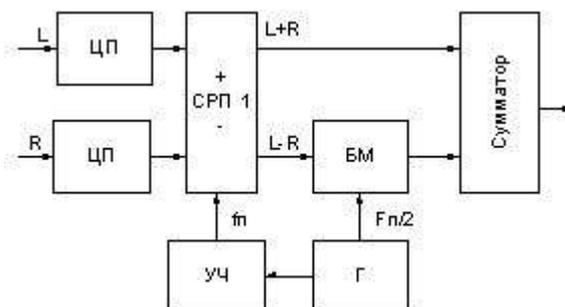


Рис. 2. Структурная схема стереомодулятора системы с пилот-тоном

В практике проектирования систем формирования стереофонических радиосигналов широко используются модуляторы на интегральных схемах и отдельных блоках микросхем [1, 2]. Однако такие модуляторы обладают повышенными внутренними шумами и невысокой линейностью. В условиях большого числа радиостанций важно также реализовать заданные параметры сетки частот и их временную стабильность.

На рис. 3 и рис. 4. представлены соответственно стереокодер и высокочастотный блок разработанного модулятора для формирования стереофонического радиосигнала УКВ диапазона.

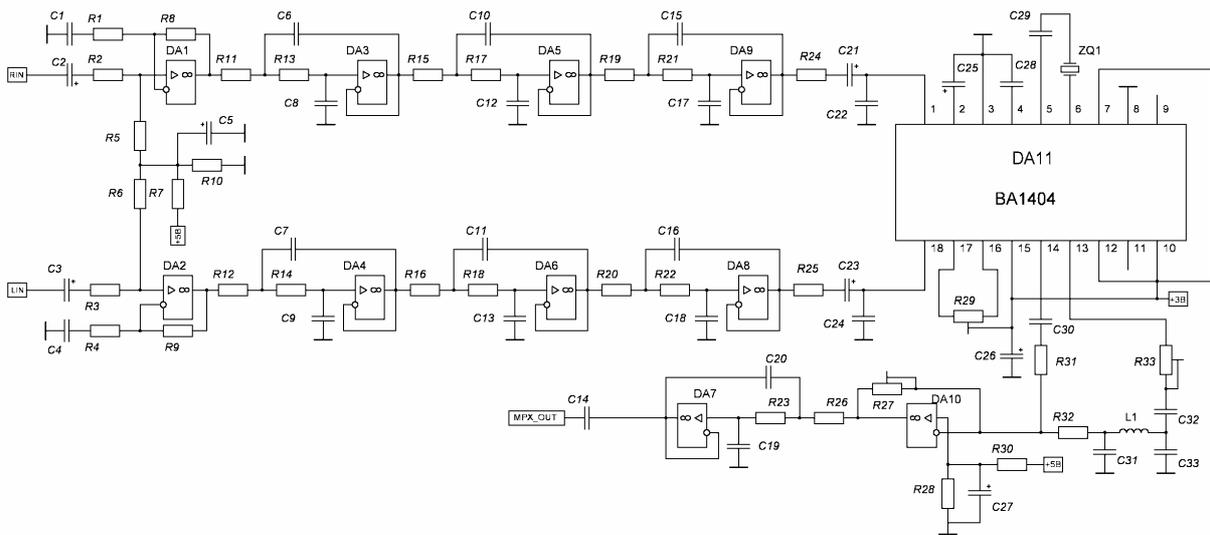


Рис. 3. Схема стереокодера

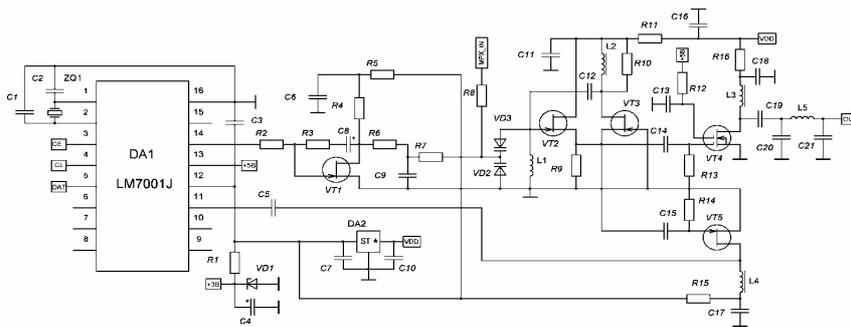


Рис. 4. Схема высокочастотного блока

Стереокодер (рис. 3) выполнен на базе микросхемы BA1404. Входная часть блока реализована на операционных усилителях общего применения и обеспечивает демпфирование входа, выполняет предискажение сигнала с постоянной времени $\tau = 50$ мкс (DA1, DA2) и с помощью RC-фильтра шестого порядка с характеристикой Баттерворта (DA3 – DA6, DA8, DA9) формирует склон передаточной характеристики модуля на частотах свыше 15 кГц. В выходной части блока с помощью LC-фильтра с частотой среза

19 кГц ($L1$, $C31$, $C33$) производится фильтрация высших гармоник пилот-тона и выполняется линейное суммирование МРХ-сигнала и пилот-тона, реализуется возможность регулировки уровня выходного сигнала ($DA10$) и с целью подавления гармоник поднесущей и уменьшения уровня шума обеспечивается фильтрация КСС на частотах свыше 56 кГц ($DA7$).

Генератор УКВ диапазона высокочастотного блока (рис. 4) выполнен по схеме несимметричного мультивибратора на полевых транзисторах $VT2$ и $VT3$. Такое техническое решение управляемого напряжением генератора (ГУН) в совокупности с встречным включением варикапов $VD2$ и $VD3$ в сравнении с емкостной трехточкой позволяет реализовать низкий уровень нелинейных искажений и повышенную стабильность частоты. С выхода генератора сигнал поступает на усилительный каскад, выполненный на двухзатворном полевом транзисторе $VT4$, на выходе которого установлен LC -фильтр, обеспечивающий фильтрацию гармоник выходного сигнала и согласование блока с 50-омным трактом.

Выходной сигнал ГУНа через буферный каскад на $VT5$ поступает на вход синтезатора, который выполнен на микросхеме $LM7001J$ ($DA1$), включающей программируемый делитель частоты, тактовый генератор с кварцевой стабилизацией, цепи ФАПЧ, а также цепи управления внешними устройствами. Делители частоты уменьшают частоту сигналов образцового генератора и входного сигнала до значения частотного шага сетки, фазовый детектор сравнивает оба колебания и, пропорционально разности фаз между ними, формирует сигнал ошибки, который затем через активный ФНЧ на полевом транзисторе $VT1$ совместно с КСС от стереокодера подается на варикапы ГУНа.

Управление синтезатором осуществляется по трехпроводной шине от блока управления и индикации (рис. 5).

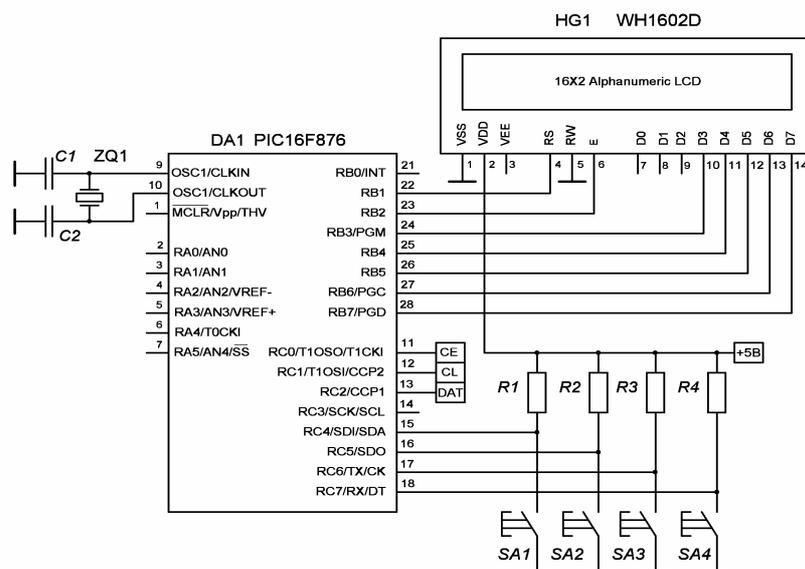


Рис. 5. Схема блока управления и индикации

Блок управления и индикации выполнен на микро-контроллере *PIC16F876* с применением цифрового символьного индикатора *WH1602D*.

Управляющая последовательность битов, поступающая на приемный сдвиговый регистр, определяет значение шага частотной сетки синтезатора, коэффициент деления частоты, режим его работы и состояние выходов управления внешними устройствами. Для управления используются четыре кнопки, реализующие следующие функции:

- 1) увеличение несущей частоты на 100 кГц (*SA1*);
- 2) уменьшение несущей частоты на 100 кГц (*SA2*);
- 3) запись текущей частоты в память (*SA3*);
- 4) считывание частоты из памяти (*SA4*).

Модулятор обеспечивает в полосе рабочих частот 87,5-108,0 МГц выходную мощность 100 мВт при уровне гармонических составляющих не более -70 дБ; имеет нестабильность несущей 10^{-6} , шаг сетки 100 кГц, разделение стереоканалов свыше 40 дБ в полосе модулирующих звуковых частот 40–15000 Гц.

Вывод. Разработанный модулятор, в сравнении с известными устройствами, обеспечивает повышенное разделение каналов, обладает низкими внутренними шумами и высокой стабильностью частоты пилот-тона.

Литература

1. Проектирование радиопередатчиков / В. В. Шахгильдян, М. С. Шутин, В. Б. Козырев и др.; Под ред. В. В. Шахгильдяна. – М.: Радио и связь, 2000. – 656 с.
2. Бытовая радиоэлектронная техника: Энциклопедический справочник / Под общ. ред. А.П. Ткаченко. – Мн.: Беларуская энцыклапедыя, 1995. – 832 с.

Николаев Павел Николаевич – студент 5-го курса Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (БГУИР). 220013 Беларусь, Минск, ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф.РТУ, prp@tut.by

Малевич Игорь Юрьевич – д.т.н., профессор кафедры «Радиотехнические устройства» Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники» (БГУИР). 220013 Беларусь, Минск, ул. П.Бровки, 6, БГУИР, каф. РТУ; служебный тел. 2938896. E-mail: 2398925@tut.by

ГИБРИДНЫЙ КООРДИНАТНЫЙ БАЗИС С ВЫДЕЛЕНИЕМ БЛОКА НЕЗАВИСИМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ ЗАВИСИМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Г. А. Матросова

The algorithm of construction of model of electronic circuit where determining sizes are independent variables of dependent sources is offered. It allows to minimize time of implementation at the numeral decision.

Рассмотрен алгоритм построения модели электронной схемы, топологические уравнения которой построены на базе фундаментального дерева графа. Предложен алгоритм формирования базиса определяющих величин, включающий независимые переменные зависимых источников, что позволяет минимизировать время выполнения итерационных процедур при численном решении систем с линеаризацией нелинейных и алгебраизацией дифференциальных зависимостей.

Математическая модель электронной схемы из L ветвей содержит $2L$ переменных – L токов и L напряжений ветвей и должна быть описана системой из $2L$ уравнений (L компонентных и L топологических).

Подстановка компонентных уравнений в топологические сокращает размерность системы уравнений в 2 раза. Если компонентные уравнения для всех ветвей выражают зависимость токов от напряжений, то после подстановки переменными в модели останутся напряжения ветвей (или наоборот – токи ветвей, если компонентные уравнения выражают зависимость напряжений от токов). Такой базис называется однородным. В случае, если переменными в модели являются как токи, так и напряжения, базис называется гибридным. Логические алгоритмы формирования модели в канонической системе координат позволяют получить независимую систему уравнений размерностью $(n-1)*(n-1)$, где переменными являются узловые напряжения (метод узловых напряжений), либо размерностью системы $(L-n+1)*(L-n+1)$, где переменными являются контурные токи (метод контурных токов).

При построении топологических уравнений на базе фундаментального дерева последовательность включения ветвей схемы в дерево и порядок исключения переменных влияет на вид математической модели схемы и состав независимых переменных. В работе [1] проведен анализ алгоритмов формирования уравнений состояния в матричном виде (АФУС 1 – б), при этом u -ветви отнесены преимущественно к ветвям дерева, а z -ветви к хордам. Сформированная таким образом модель содержит алгебраические и дифференциальные уравнения и решается методом переменных состояния.

При решении системы уравнений численными методами для компонентных уравнений реактивных ветвей используют метод

алгебраизации переменных, а для нелинейных ветвей – линейризации. Время решения такой совместной системы зависит от размерности системы на каждой итерации. Для ускорения вычислительного процесса используют метод LU -преобразования и методы определяющих величин. В работе [2] предложена гибридная модель электронной схемы в базисе определяющих величин, в качестве которых выбраны «независимые переменные зависимых источников». Для зависимого источника тока это его напряжение, а для зависимого источника напряжения – его ток.

Последовательность включения ветвей схемы в дерево:

- 1) ID - зависимый источник тока
- 2) E - независимый источник напряжения
- 3) C - емкость
- 4) G - проводимость
- 5) R - сопротивление
- 6) L - индуктивность
- 7) J - независимый источник тока
- 8) UD - зависимый источник напряжения

Структура модели и состав независимых переменных после подстановки компонентных уравнений в топологические:

Порядок исключения переменных		Независимые переменные	Выражения, включающие токи и напряжения	
	Ветви дерева	$X1_{IDT}=F(X1,X2)$	Хорд: $X1_{EH}$ $a*X2_{CH}+b$ $G*X2_{GH}$ $X1_{RH}$ $X1_{LH}$ J_H $X1_{UDH}$	
5		$X1_{ET}$		
9		$X1_{CT}=F(X2_{CT})$		
6		$X1_{GT}=F(X2_{GT})$		
7		$X1_{RT}$		
8		$X1_{LT}$		
12		$X1_{JT}=J$		
	Хорды	$X2_{EH}=E$		Ветвей дерева: $X2_{IDT}$ E_T $X2_{CT}$ $X2_{GT}$ $R*X1_{RT}$ $a*X1_{LT}+b$ $X2_{JT}$
11		$X2_{CH}$		
4		$X2_{GH}$		
3		$X2_{RH}=F(X1_{RH})$		
2		$X2_{LH}=F(X1_{LH})$		
10		$X2_{JH}$		
1		$X2_{UDH}=F(X1,X2)$		

Токи ветвей обозначены через $X1$, напряжения через $X2$ с соответствующими индексами типа ветви. Все ветви типа ID , E должны принадлежать дереву (T), ветви типа UD , J должны войти в хорды (H), что

м.б. достигнуто введением вспомогательных короткозамкнутых ($R=0$) или разомкнутых ветвей ($G=0$). Порядок последующего исключения переменных указан в левом столбце.

Пример построения предложенного базиса для схемы инвертора (рис. 1).

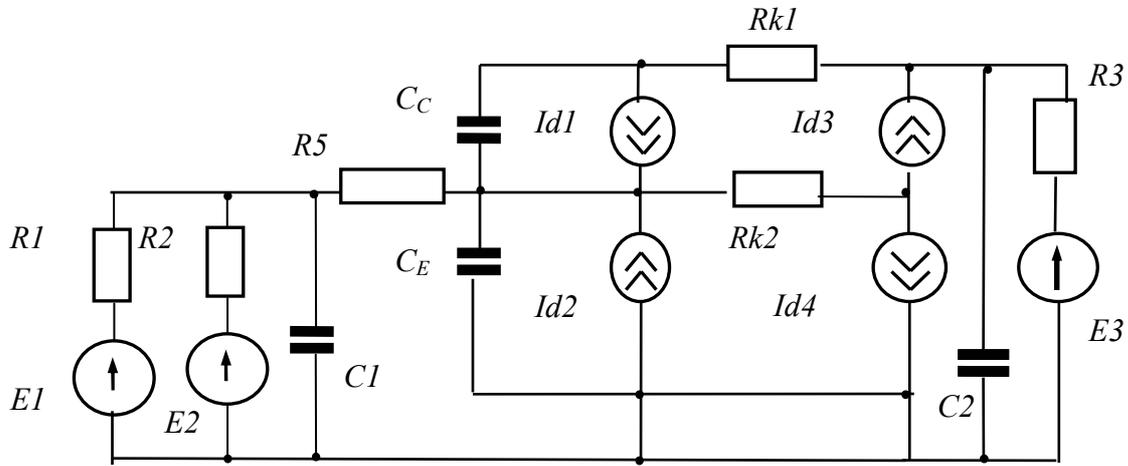


Рис. 1. Схемная модель инвертора

Построение топологических уравнений для схемы инвертора выполнено с помощью структурного графа с построением фундаментального дерева по иерархии ветвей ID, E, C, R (рис. 2).

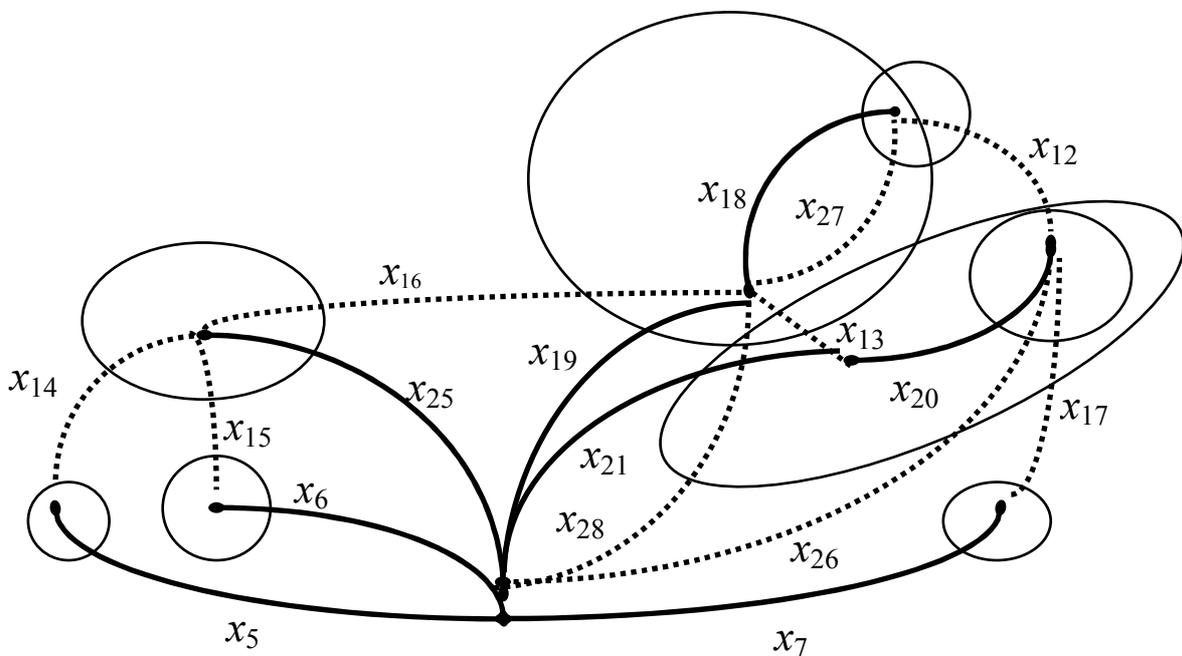


Рис. 2. Структурный граф схемы инвертора с построением фундаментального дерева

Сечения показаны тонкими линиями. Возле каждой ветви схемы, вошедшей в дерево (сплошная линия) и хорды (пунктир), указано имя переменной ветви.

Компонентные уравнения инвертора, в которых токи обозначены через $x_1 - x_{17}$, напряжения через $x_{18} - x_{34}$ представлены в табл. 1.

Таблица 1. Компонентные уравнения инвертора

№ ветви	Обозначение	Ток	Напряжение	Номинал	Компонентное уравнение	Индекс независимой переменной
1	<i>Id1</i>	x_1	x_{18}	$0.47 * x_4$	$x_1 = f(x_4)$	18
2	<i>Id2</i>	x_2	x_{19}	$0.98 * x_3$	$x_2 = f(x_3)$	19
3	<i>Id3</i>	x_3	x_{20}	$0.36 * 10^{-8} (e^{28 * x_{18}} - 1)$	$x_3 = f(x_{18})$	20
4	<i>Id4</i>	x_4	x_{21}	$0.74 * 10^{-8} (e^{32 * x_{19}} - 1)$	$x_4 = f(x_{19})$	21
5	<i>E1</i>	x_5	x_{22}	<i>E1</i>	$x_{22} = E1$	5
6	<i>E2</i>	x_6	x_{23}	<i>E2</i>	$x_{23} = E2$	6
7	E3	x_7	x_{24}	<i>E3</i>	$x_{24} = E3$	7
8	<i>C1</i>	x_8	x_{25}	3.6	$x_8 = f(x_{25})$	25
9	<i>C2</i>	x_9	x_{26}	3.4	$x_9 = f(x_{26})$	26
10	<i>C_C</i>	x_{10}	x_{27}	3	$x_{10} = f(x_{27})$	27
11	<i>C_E</i>	x_{11}	x_{28}	2	$x_{11} = f(x_{28})$	28
12	<i>Rk1</i>	x_{12}	x_{29}	0	$x_{29} = 0$	12
13	<i>Rk2</i>	x_{13}	x_{30}	0	$x_{30} = 0$	13
14	<i>R1</i>	x_{14}	x_{31}	5.6	$x_{31} = 5.6 * x_{14}$	14
15	<i>R2</i>	x_{15}	x_{32}	10	$x_{32} = 10 * x_{15}$	15
16	<i>R3</i>	x_{16}	x_{33}	1	$x_{33} = 1 * x_{16}$	16
17	<i>R4</i>	x_{17}	x_{34}	0.02	$x_{34} = 0.02 * x_{17}$	17

После подстановки компонентных уравнений в топологические, исключения переменных и приведения подобных членов модель имеет структуру, приведенную на рис. 3.

В результате независимые переменные системы упорядочены таким образом, что на каждой временной итерации (2) решается система независимых линеаризованных уравнений (1). В конце каждой временной итерации вычисляются значения всех переменных и пересчитываются коэффициенты итерационных выражений (3).

Описанный алгоритм был реализован на языке АНАЛИТИК, что позволило сформировать модель с буквенными коэффициентами и избежать потерь памяти из-за отсутствия необходимости работы с разреженными матрицами [3].

1						2								3			
Напряжения ID и токи КЗ ветвей						Токи E- и напряжения C-ветвей								Токи R-ветвей			
U	U	U	U	I	I	I	I	I	U	U	U	U	I	I	I	I	
18	19	20	21	12	13	5	6	7	25	26	27	28	14	15	16	17	

	18	19	20	21	12	13	5	6	7	25	26	27	28	14	15	16	17
18	×			×	×												
19		×	×		×	×											
20			×	×	×												
21			×	×	×	×											
12	×	×	×	×													
13		×		×													
5		×					1										
6		×						1									
7			×	×					1								
25		×								1							
26			×	×							1						
27	×											1					
28		×											1				
14										×				1			
15										×					1		
16		×								×						1	
17			×	×													1

Рис. 3. (знак **×** показывает, что коэффициент отличен от нуля)

Вывод. Идея такого вхождения ветвей в дерево кажется парадоксальной, но еще более парадоксально для системы, которая упорядочена на этапе формирования, применять специальные процедуры упорядочения на этапе решения. Наглядным это стало благодаря решению в аналитическом виде.

Литература

1. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем. – Киев: Техніка, 1970.– 396 с.
2. Матросова Г.А. Приведение математической модели электронных схем к базису определяющих величин // Автоматизация проектирования в электронике.– 1980.– Вып. 22. – С.41–45.
3. Матросова Г.А. Моделирование электронных схем с использованием аналитических преобразований на ЭВМ // Тр. международ. конф. XII SPETO, ПНР.– г. Висла, 1989. – С.289–296.

Матросова Галина Алексеевна - к. т. н., доцент Европейского университета, Украина, 03115, Киев-115, ул Депутатская,10а, кв.11. тел.424-43-66, e-mail: mga_@voliacable.com

ХАРАКТЕР ДВИЖЕНИЯ СВОБОДНОГО ЗАРЯДА В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Е. Н. Меньшов

В традиционной электродинамике заряженная частица характеризуется не только колебательным движением, но также и поступательным в направлении распространения волны. Вторая характеристика движения обусловлена явлением передачи заряду той части импульса поля волны, которая связана с энергией вторичного излучения. Величина силы, сопутствующей передаче импульса, в трудах *Ландау* [1] рассчитывается как составляющая усредненной силы реакции излучения $\langle f_s \rangle$. При этом причиной ненулевой усредненной составляющей выступает магнитная сила *Лоренца*.

В рамках новой, модернизированной классической электродинамики [2] появляется сдвиг фаз между напряженностями поля \mathbf{E} и \mathbf{H} , вытекающий из базисных уравнений такого поля

$$(\tau \partial / \partial t + 1) \mathbf{E} = - \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \text{grad} \varphi \right), \quad \mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A},$$

где τ – постоянная времени, характеризующая свойство инерционности возбуждения ЭМП при любом источнике возбуждения (полем, зарядом). Это свойство и было дополнительно заложено в уравнениях *Максвелла* в рамках модернизированной теории.

Сдвиг фаз между \mathbf{E} и \mathbf{H} приводит к непосредственному влиянию магнитной силы Лоренца на поступательное движение заряженной частицы. Данная работа посвящается выявлению степени влияния этой силы на характер её движения в поле плоской волны.

Поле плоской, линейно поляризованной волны для частот $\omega \tau \ll 1$ будет

$$E_x \approx E_m \sin \omega \left(t - \frac{z}{c} \right), \quad H_y \approx \frac{E_m}{\mu_0 c} \sin \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right). \quad (1)$$

Пусть волна в момент времени $t = t_0$ достигает неподвижную свободную частицу с массой m и зарядом q . Влиянием градиентной ponderomotorной силы на фронте волны и силы реакции излучения пренебрегаем. Будем рассматривать движение частицы только под действием силы *Лоренца*. Уравнение движения в нерелятивистской области ($(v/c) \ll 1$) в координатной форме примет вид

$$m \frac{dv_x}{dt} = qE - qBv_z, \quad m \frac{dv_z}{dt} = qBv_x. \quad (2)$$

Перейдем к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно скорости v_z

$$v_z'' - \frac{B'}{B} v_z' + \left(\frac{qB}{m}\right)^2 v = q^2 \frac{EB}{m}. \quad (3)$$

Уравнение (3) решается аналитически, для этого преобразуем его по методике [3]. Вводим обозначения в (3)

$$s = \sin \omega(t + \tau - z/c), \quad \alpha = (qE_m / mc), \quad \beta = \alpha^2 c, \quad (4)$$

имеем

$$v_z'' - \frac{s'}{s} v_z' + \alpha^2 s^2 v = \beta s (s \cos \omega \tau - \sqrt{1-s^2} \sin \omega \tau), \quad (5)$$

где $(s \cos \omega \tau - \sqrt{1-s^2} \sin \omega \tau) = \sin \omega(t - z/c).$ (6)

Заметим, что в точках $\omega t_k = (\pi k - \omega \tau + \alpha z/c)$, в которых $s(t_k) = 0$, будет существовать решение уравнения (5), если будет удовлетворяться условие

$$v_z''(t_k) = \frac{s'(t_k)}{s(t_k)} v_z'(t_k).$$

Используя замены переменных

$$v_z(t) = \eta(\varepsilon), \quad \varepsilon = \int s dt = -\frac{1}{\omega} \cos \omega(t + \tau - \frac{z}{c}) = -\frac{1}{\omega} \sqrt{1-s^2}, \quad (7)$$

уравнение (5) преобразуем к следующему виду

$$\frac{d^2 \eta}{d\varepsilon^2} + \alpha^2 \eta = \beta \left[\cos \omega \tau - \frac{\omega \varepsilon \sin \omega \tau}{\sqrt{1-(\omega \varepsilon)^2}} \right], \quad (8)$$

общее решение которого известно

$$v_z = D_1 \sin \alpha \varepsilon + D_2 \cos \alpha \varepsilon + \frac{\beta}{\alpha} \cos \omega \tau - \frac{\beta \omega}{\alpha} \sin \omega \tau \int_{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha(\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1-(\omega \lambda)^2}} d\lambda \quad (9)$$

Начальная скорость частицы нулевая, поэтому при $t=t_0$, $v_z(t_0) = v_x(t_0) = 0$. Начальные значения ускорений можно определить из системы (2), в результате получаем $a_z(t_0) = 0$. Подставляя начальные условия в (9), имеем формулы для продольных составляющих скорости и ускорения:

$$v_z = c \cos \omega \tau [1 - \cos \alpha(\varepsilon - \varepsilon_0)] - \frac{\beta \omega}{\alpha} \sin \omega \tau [\cos \alpha(\varepsilon - \varepsilon_0) + \sin \alpha(\varepsilon - \varepsilon_0)] \times \\ \times \int_{\varepsilon_0} \frac{\lambda \sin \alpha(\varepsilon_0 - \lambda)}{\sqrt{1-(\omega \lambda)^2}} + \frac{\beta \omega}{\alpha} \sin \omega \tau \int_{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha(\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1-(\omega \lambda)^2}} d\lambda, \quad (10)$$

$$a_z = \sin \omega(t + \tau - \frac{z}{c}) [c \alpha \cos \omega \tau \cdot \sin \alpha(\varepsilon - \varepsilon_0) + \quad (11)$$

$$+ \beta \omega \sin \omega \tau \left\{ \left[\sin \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) - \cos \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) \right] \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha (\varepsilon_0 - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} + \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\lambda \cos \alpha (\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} d\lambda \right\}$$

Подставляя (11) во второе уравнение (2), получаем выражение для поперечных составляющих скорости и ускорения частицы соответственно

$$v_x = c \cos \omega \tau \cdot \sin \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) + \quad (12)$$

$$+ \frac{\beta \omega}{\alpha} \sin \omega \tau \left\{ \left[\sin \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) - \cos \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) \right] \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha (\varepsilon_0 - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} + \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\lambda \cos \alpha (\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} d\lambda \right\},$$

$$a_x = \sin \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) \left\{ c \alpha \cos \omega \tau \cdot \cos \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) - \frac{\beta}{\alpha} \sin \omega \tau \left[\operatorname{ctg} \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) - \alpha \omega \times \right. \right.$$

$$\left. \left. \times (\cos \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0) + \sin \alpha (\varepsilon - \varepsilon_0)) \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha (\varepsilon_0 - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} + \alpha \omega \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha (\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} d\lambda \right] \right\}. \quad (13)$$

В формулах (10)-(13) $\varepsilon_0 = -\frac{1}{\omega} \cos \omega \left(t_0 + \tau - \frac{z}{c} \right)$, $\varepsilon = -\frac{1}{\omega} \cos \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right)$.

Полученные выражения правомерны только в нерелятивистской области $((v/c) \ll 1$. Согласно (7) это условие будет выполняться в формулах (10) и (12) при выполнении неравенства $\alpha/\omega \ll 1$. На основе последнего условия представляется возможность вычислить приближено интегралы в (10)-(13). Воспользуемся заменой переменной $\lambda = -\frac{1}{\omega} \cos \varphi$:

$$\omega \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\lambda \sin \alpha (\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} d\lambda = \int_{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})}^{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})} \cos \varphi \sin \alpha \left(\varepsilon + \frac{\cos \varphi}{\omega} \right) d\varphi =$$

$$= \sin \alpha \varepsilon \int_{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})}^{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})} \cos \varphi \cos \left(\frac{\alpha \cos \varphi}{\omega} \right) d\varphi + \cos \alpha \varepsilon \int_{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})}^{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})} \cos \varphi \sin \left(\frac{\alpha \cos \varphi}{\omega} \right) d\varphi \approx$$

$$\approx -\frac{\alpha}{\omega} \cos \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) \int_{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})}^{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})} \cos \varphi d\varphi + \frac{\alpha}{\omega} \int_{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})}^{\omega(t+\tau-\frac{z}{c})} \cos^2 \varphi d\varphi \approx$$

$$\approx -\frac{\alpha}{4\omega} \sin 2\omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) + \frac{\alpha}{2} \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right);$$

$$\omega \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{\lambda \cos \alpha (\varepsilon - \lambda)}{\sqrt{1 - (\omega \lambda)^2}} d\lambda \approx \frac{1}{\omega} \sin \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) + \frac{\alpha^2}{4\omega^3} \left[\sin 2\omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) + 2\omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) \right].$$

Учитывая необходимое условие распространения электромагнитных волн $\omega \tau \ll 1$, приближенные выражения для соответствующих скоростей будут

$$v_z \approx \frac{1}{c} \left(\frac{qE_m}{m\omega} \right)^2 \left\{ \left[\cos \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) - \cos \omega \left(t_0 + \tau - \frac{z}{c} \right) \right]^2 + \frac{(\omega\tau)}{2} \omega (t - t_0) \right\}, \quad (14)$$

$$v_x \approx - \left(\frac{qE_m}{m\omega} \right) \left[\cos \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right) - \cos \omega \left(t_0 + \tau - \frac{z}{c} \right) \right] + \\ + \left(\frac{qE_m}{m} \right)^3 \frac{\tau \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right)}{2(c\omega)^2} \cos \omega \left(t + \tau - \frac{z}{c} \right). \quad (15)$$

Таким образом, из (15) следует, что частица в поле ЭМ волны колеблется в поперечном направлении с частотой колебания волны. В продольном направлении, согласно (14), она колеблется с удвоенной частотой, а также совершает поступательное движение, обусловленное магнитной силой *Лоренца*, с нарастанием импульса и энергии, т.е. волна ускоряет заряженную частицу. Средняя ускоряющая сила равна

$$\langle f_z \rangle = \frac{d(mv_z)}{dt} = \frac{\tau}{2c} \frac{(qE_m)^2}{m}. \quad (16)$$

Сопоставим интенсивность действия этой силой с интенсивностью продольного ускорения, обусловленного вторичным излучением. Как известно, мощность вторичного излучения заряда, ускоряемого волной (первичным излучением), вычисляется формулой $P_2 = \sigma P_1$, где P_1 – величина вектора *Пойтинга* первичного излучения, σ – полное сечение рассеяния излучения частицей. Средняя за период продольная сила, создаваемая волной, например, на электрон, и вычисляемая как давление на эффективную площадь рассеяния σ [1], равна

$$\langle f_s \rangle = \sigma \frac{\langle P_1 \rangle}{c} = \frac{\langle P_2 \rangle}{c} = \frac{(qE_m)^2 \tau_0}{2mc}, \quad (17)$$

где $\tau_0 = (r_0/c)$, здесь r_0 – классический радиус электрона.

$$\frac{\langle f_z \rangle}{\langle f_s \rangle} = \frac{\tau}{\tau_0}. \quad (18)$$

Формула (18) может быть использована для количественного определения параметра τ по экспериментальным данным.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля (Теоретическая физика), том.2.– М.: Наука, 1973.– 504 с.
2. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.
3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным

уравнениям / Пер. с нем. С.Ф. Фомина.– М.: Наука, 1976.– 576 с.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент УлГТУ, г. Ульяновск, E-mail: men@ulstu.ru.

ФОРМУЛА ДЛЯ РАСЧЕТА СИЛЫ РЕАКЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Е.Н. Меньшов, Н.Н. Шайкин

Сила реакции излучения это та сила, которая действует на заряженную частицу со стороны создаваемого ей поля электромагнитного излучения. Эта сила в трудах Ландау носит также название *торможения излучением* или *лоренцевой силы трения*. В классической электродинамике с этой силой связано внутреннее противоречие, что указывает на неполноту данной теории. В [1] в рамках новой, модернизированной классической электродинамики преодолевается внутреннее противоречие присущее традиционной теории. При этом сила реакции излучения выведена на основе феноменологического подхода, через мощность излучения. Такая методика позволяет получить только одну компоненту силы, поэтому повышение точности расчета силы является актуальной задачей.

В данной работе используется подход непосредственного вычисления силы реакции излучения, которая тождественна силе Лоренца [2], создаваемой взаимодействием поля излучения с собственным ускоренным зарядом. Поэтому у Гайтлера она называется силой *самодействия*.

Напомним, что взаимодействовать с собственным зарядом может только свободная от заряда составляющая поля, называемая полем излучения. Характерным признаком излучаемой составляющей поля является обратно пропорциональный характер зависимости интенсивности поля от расстояния удаления до источника (R^{-1}). В [1] получено выражение напряженности вихревой составляющей электрического поля:

$$D_1 \mathbf{E}_A = -\partial A / \partial t, \quad D_1 \mathbf{E}_A = k_E \left(\frac{v_1}{\lambda_{01}} - \frac{v}{\lambda_0} \right), \quad k_E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(2c^2T)}, \quad (1)$$

где $D_1 = (\partial/\partial t + 1)$, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}(t')$; $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$; $\lambda_{01} = R_1 - (\mathbf{R}_1 \mathbf{v}_1)/c$; $\lambda_0 = R - (\mathbf{R} \mathbf{v})/c$, $R_1 = R(t')$, $t' = t - R(t')/c$.

Выделяем из (1) излучающую составляющую поля:

$$\#D_1 \mathbf{E}_A = k_E \left(\frac{v_1}{\lambda_{01}} - \frac{v}{\lambda_0} \right) = k_E \left(\frac{v_1 - v}{\lambda_0} + \frac{((v_1 - v)R_1)v_1}{c\lambda_0\lambda_{01}} \right) + k_E \frac{v_1 \left(\Delta R_1 - \frac{(\Delta R v)}{c} \right)}{\lambda_{01}\lambda_0}, \quad (2)$$

где $R(t) = R(t'_1) - \int_{t'_1}^t (ve_R) dt$ и $\Delta R = -\int_{t'_1}^t (ve_R) dt$.

Следует иметь ввиду, формула (1) выражает поле точечного заряда в произвольной фиксированной точке, которая удерживается в покое. Поэтому для использования этой формулы для расчета силы самодействия выбираем такую инерциальную систему отсчета, в которой скорость заряда $\mathbf{v}(t)$ в момент времени t (для которого вычисляется сила самодействия) будет равной нулю [2]. При этом сила Лоренца будет состоять только из электрической составляющей. Подставляя в (2) условие $\mathbf{v}(t)=0$, имеем

$$D_1 R_{uz} = k_E \left(\frac{v_{10}}{R} + \frac{(v_{10} R_1) v_{10}}{c R \lambda_{01}} \right), \quad (3)$$

где $v_{10} = v_0(t'_1)$ скорость в запаздывающий момент времени при $\mathbf{v}(t)=0$.

Сила Лоренца вычисляется следующим образом

$$f = \int_V \rho E_{uz} dXdYdZ, \quad (4)$$

где $\rho = q\delta(X)\delta(Y)\delta(Z)$ – объемная плотность точечного заряда величиной q , независящая от времени по причине $\partial R/\partial t = 0$; $\delta(\dots)$ – дельта функция Дирака. Расстояние до заряда в системе отсчета покоящегося заряда выражается формулой

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (5)$$

Так как ρ не зависит от времени, тогда подставляя (5) в (3) и (4), имеем

$$\begin{aligned} D_1 f_s &= qk_E \int_V \frac{\delta(X)\delta(Y)\delta(Z)}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \left(v_{10} + \frac{(v_{10} R_1) v_{10}}{c \lambda_{01}} \right) dXdYdZ = \\ &= -qk_E \int_V \delta'(X) \left(v_{10} + \frac{(v_{10} e_{R1}) v_{10}}{(c - (v_{10} e_{R1}))} \right) dX = \\ qk_E \lim_{X \rightarrow 0} &\left[\frac{\partial v_{10}}{\partial R} \left(1 + \frac{(v_{10} e_{R1})}{(c - (v_{10} e_{R1}))} \right) + \frac{\left(\frac{\partial v_{10}}{\partial R} e_{R1} \right) v_{10}}{(c - (v_{10} e_{R1}))} + \frac{v_{10} (v_{10} e_{R1}) \left(\frac{\partial v_{10}}{\partial R} e_{R1} \right)}{(c - (v_{10} e_{R1}))^2} \right] \frac{\partial R}{\partial X}. \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{Здесь} \quad \frac{\partial v_{10}}{\partial R} = \frac{\partial v_{10}}{\partial t'_1} \frac{\partial t'_1}{\partial R} = -\frac{a(t'_1)}{(c - (v_{10} e_{R1}))}; \quad \frac{\partial t'_1}{\partial R} = -\frac{1}{(c - (v_{10} e_{R1}))},$$

полученные на основе выражений (1) и (2). Раскрывая предел в (6), формула силы реакции излучения принимает вид

$$D_1 f_s = -qk_E \left[\frac{a_{10}}{(c - (v_{10} e_{R10}))} + \frac{a_{10} (v_{10} e_{R10})}{(c - (v_{10} e_{R10}))^2} + \frac{(a_{10} e_{R10}) v_{10}}{(c - (v_{10} e_{R10}))^2} + \frac{v_{10} (v_{10} e_{R10}) (a_{10} e_{R10})}{(c - (v_{10} e_{R10}))^3} \right] \quad (7)$$

где $a_{10} = a(t'_{10})$, $t'_{10} = t - \pi\tau - \int_{t'_{10}}^t \frac{v_0 e_{R0}(v_0 e_{R0}) dt}{c}$, e_{R10} – единичный вектор, указывающий направление между двумя точками траектории движения заряда для запаздывающего момента времени t'_{10} и настоящего момента времени t соответственно.

При малых скоростях $(v_0(t'_{10}) / c) \ll 1$ запаздывающий момент времени равен $t'_{10} \cong t - \pi\tau$ и формула силы реакции излучения (7) принимает вид

$$D_1 \mathbf{f}_S \cong - \frac{qk_E}{c} \mathbf{a}(t - \pi\tau). \quad (8)$$

Следует заметить, что два первых члена разложения (8) в ряд Тейлора имеют вид

$$D_1 \mathbf{f}_S \cong - \frac{qk_E}{c} \mathbf{a}(t) + \frac{qk_E}{c} \pi\tau \mathbf{a}'(t), \quad (9)$$

которые в правой части данного выражения совпадают с силой самодействия, полученной в рамках традиционной классической электродинамики [2]. В [1] показано, что сила \mathbf{f}_S в форме (9) обуславливает устойчивое уравнение движения заряженной частицы при выполнении условия $\tau > (r_0/c)$, где r_0 – классический радиус электрона.

Если заряженная частица с массой m ускоряется под действием внешней силы \mathbf{f} , то уравнение движения будет

$$m D_1 \mathbf{a}(t) + \frac{qk_E}{c} \mathbf{a}(t - \pi\tau) = D_1 \mathbf{f}. \quad (10)$$

Существуют решения уравнения (10), которые единственные, при этом характеристическое уравнение имеет бесконечное число корней [3].

Общее решение уравнения в операторной форме имеет вид

$$\mathbf{A}(p) = \frac{\tau \mathbf{a}(0) + (\tau p + 1) \mathbf{F}(p)}{\tau p + 1 + \beta e^{-\pi\tau p}}, \quad (11)$$

где $\beta = qk_E/(cm)$.

Применяя теорему разложения, переходим к временной области

$$\mathbf{a}(t) = \tau \mathbf{a}(0) \sigma_0(t) + \frac{1}{m_0} \int_0^t \mathbf{f}(\xi) \sigma(t - \xi) d\xi. \quad (12)$$

Здесь $\sigma(t)$ – импульсная функция, которая равна

$$\sigma(t) = \frac{1}{\tau} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{mn} e^{x_n t} \cos(y_n t + \varphi_n) + \sum_{k=1}^2 \frac{(\tau p_k + 1) e^{p_k t}}{1 - \pi \beta e^{-\pi \tau p_k}} \right], \quad (13)$$

$$\sigma_0(t) = \frac{1}{\tau} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{0n} e^{x_n t} \cos(y_n t + \varphi_{0n}) + \sum_{k=1}^2 \frac{e^{p_k t}}{1 - \pi \beta e^{-\pi \tau p_k}} \right], \quad (14)$$

$$\sigma_{0n} = \frac{2}{[(1 - \pi \tau y_n \operatorname{ctg} \pi \tau y_n)^2 + (\pi \tau y_n)^2]^{\frac{1}{2}}}, \quad \sigma_{mn} = \sigma_{0n} \sqrt{[(1 + \tau x_n)^2 + (\tau y_n)^2]},$$

$$\varphi_{0n} = -\operatorname{arctg}\left(\frac{\pi \tau y_n}{1 - \pi \tau y_n \operatorname{ctg} \pi \tau y_n}\right), \quad \varphi_n = \varphi_{0n} + \operatorname{arctg}\left(\frac{\tau y_n}{1 + \tau x_n}\right). \quad (15)$$

где $p_1, p_2, z_n = x_n \pm j y_n$ – корни характеристического уравнения операторного выражения (11). При этом бесконечное число комплексно сопряженных корней z_n определяются из трансцендентного уравнения

$$\beta \frac{\sin \pi \tau y_n}{\tau y_n} = e^{-\pi(1 + \tau y_n \operatorname{ctg} \pi \tau y_n)}, \quad \text{где } x_n = \frac{1}{\pi \tau} \ln\left(\beta \frac{\sin \pi \tau y_n}{\tau y_n}\right). \quad (16)$$

Структура корней для нетривиального решения следующая: $\tau y_n = 2n + M(n)$, где при $n \rightarrow \infty$ мантисса возрастает и $M(n) \rightarrow 0,5$; коэффициент $\beta = \beta(\tau) \ll 1$ при $\tau = 10^{-19} \div 10^{-22}$, поэтому $x_n < 0$. Вещественные корни $p_1, p_2 < 0$: при $\beta \geq 0.0055$, $\tau p_1 \approx \tau p_2 \leq -1.292$; при $\beta = 0.00154$, $\tau p_1 = -1.04$, $\tau p_2 = -2.088$; при $\beta = 0.0005$, $\tau p_1 = -1.012$, $\tau p_2 = -2.561$ и т.п.

Рассмотрим пример ускорения электрона под действием постоянной силы $\mathbf{f} = \mathbf{f}_0$.

$$\mathbf{a}(t) = \frac{\mathbf{f}_0}{\tau m} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_{mn} y_n}{y_n^2 + x_n^2} \left\{ e^{x_n t} \sin(y_n t + \varphi_n) - \sin \varphi_n \right\} + \frac{x_n}{y_n} \left\{ e^{x_n t} \cos(y_n t + \varphi_n) - \cos \varphi_n \right\} -$$

$$\frac{\mathbf{f}_0}{\tau m} \sum_{k=1}^2 \frac{(\tau p_k + 1)(1 - e^{p_k t})}{p_k(1 - \pi \beta e^{-\pi \tau p_k})} + \mathbf{a}(0) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{0n} e^{x_n t} \cos(y_n t + \varphi_{0n}) + \sum_{k=1}^2 \frac{e^{p_k t}}{1 - \pi \beta e^{-\pi \tau p_k}} \right]. \quad (17)$$

Если бесконечные числовые ряды (при фиксированном t) сходятся, то решение (17) уравнения (10) движения электрона является устойчивым. Проведем анализ бесконечных числовых рядов на предмет их сходимости:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{x_n}{y_n} \right| \approx \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\ln(\beta \sin \pi M(n))}{\pi(2n + M(n))} - \frac{\ln(2n + M(n))}{\pi(2n + M(n))} \right| \leq \frac{1}{n^{\alpha+1}}, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} |\sigma_{mn}| = \frac{2}{\pi \tau},$$

$$\lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ t = \text{const}}} e^{x_n t} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\beta \frac{\sin \pi M(n)}{(2n + M(n))} \right)^{\frac{t}{\pi \tau}} \leq \frac{1}{n^{\alpha+1}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sigma_{mn} e^{x_n t} y_n \sin(y_n t + \varphi_n)}{y_n^2 + x_n^2} \right) \leq \frac{1}{n^{\alpha+1}},$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |\sin \varphi_n| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(2n + M(n)) + t g \pi M(n)}{\sqrt{[(2n + M(n))^2 + (1 + \tau x_n)^2] [1 + (t g \pi M(n))^2]}} \right| = 0, \quad \text{тогда}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sigma_{mn} y_n \sin \varphi_n}{y_n^2 + x_n^2} \right) \leq \frac{1}{n^{\alpha+1}}, \quad \text{и} \quad \text{аналогично}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sigma_{0n} e^{x_n t} \cos(y_n t + \varphi_{0n})) \leq \frac{1}{n^{\alpha+1}}, \quad \text{где} \quad 0 < \alpha < 1. \quad \text{В соответствии с}$$

интегральным признаком ряд с членами $u_n = n^{-(\alpha+1)}$ сходится.

Каждому числовому ряду в выражении (17) соответствует мажорантный сходящийся ряд. Согласно признаку сравнения все числовые ряды в (17) сходятся. Поэтому ускорение заряда с учетом уточненной силы реакции излучения описывается устойчивыми математическими выражениями. Таким образом, в модернизированной классической электродинамике снимается внутреннее противоречие теории. Из устойчивости выражения (17) следует то, что существует установившееся значение ускорения, которое равно

$$\mathbf{a}_{\text{yc}}(t) = -\frac{\mathbf{f}_0}{\pi m} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_{mn} y_n}{y_n^2 + x_n^2} \left(\sin \varphi_n + \frac{x_n}{y_n} \cos \varphi_n \right) + \sum_{k=1}^2 \frac{(\varphi_k + 1)}{p_k (1 - \pi \beta e^{-\pi \varphi_k})} \right]. \quad (18)$$

С другой стороны, из дифференциального уравнения (10) и $\mathbf{f} = \mathbf{f}_0 = \text{const}$ следует, что при $t \rightarrow \infty$ имеет место равенство

$$\mathbf{a}_{\text{yc}}(t) = \mathbf{a}_{\text{yc}}(t - \pi \tau) = \frac{\mathbf{f}_0}{m(1 + \beta)}, \quad \text{где} \quad \beta \ll 1 \quad (19)$$

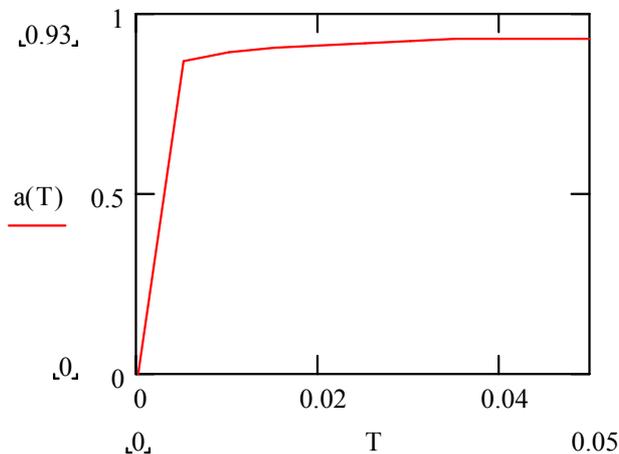


Рис. 1. Зависимость ускорения

На графике, рассчитанном по выражению (17) при ограничении числа членов в ряде до $n_{\text{макс}} = 200000$, представлена зависимость ускорения, которое выражено в нормированных единицах в зависимости от нормированного времени $T = t/\tau$. Ход графика подтверждает устойчивость решения дифференциального уравнения движения заряженной частицы с учетом силы реакции излучения. Так как числовой ряд (18) медленно сходящийся, то ограничение числа членов числового ряда приводит к

искажению хода зависимости ускорения от времени: в виде снижения установившегося значения ускорения до уровня 0.93 и в виде времени установления ускорения составляет (0.005T). С возрастанием числа членов ряда эти погрешности исчезают.

Литература

1. Модернизированные уравнения классической электродинамики: Отчет о НИР (закл.) / ВНИИЦ; Руководитель Е.Н. Меньшов.– № ГР 0120015584, инв.№ 02200605404.– Ульяновск.–2006.– 61 с.
2. Гайтлер В. Квантовая теория излучения.– М.: ИЛ, 1956.– 491 с.
3. Хейз. Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 421с.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент УлГТУ, г. Ульяновск, E-mail: men@ulstu.ru.

Шайкин Николай Николаевич – студент третьего курса УлГТУ.

ПРИМЕНЕНИЕ ИТЕРАЦИОННО-ОПЕРАТОРНОГО МЕТОДА ДЛЯ «СЛЕПОЙ» ЛИНЕАРИЗАЦИИ РЕКУРСИВНЫХ СИСТЕМ

Е. Б. Соловьева, С. А. Дегтярев

Эффективным способом борьбы с нелинейными искажениями в электронных, телекоммуникационных, электро- и радио-системах является нелинейная компенсация. Среди известных методов компенсации можно выделить большой класс методов “слепой” линеаризации моделей нелинейных устройств, не использующих “обучение” компенсатора. “Слепая” линеаризация в рамках принципа “черного ящика” выполняется инверсией высокого порядка [1], методом фиксированной точки [2], корней уравнения Вольтерры [3], итерационно-операторным методом [4, 5].

В данной работе итерационно-операторный метод линеаризации обобщается на случай компенсации нелинейных искажений сигналов в рекурсивных системах.

Синтез нелинейного операторного уравнения компенсатора. Полагаем, что исходное устройство описано нелинейным рекурсивным уравнением

$$B(q)y(n) = A(q)x(n) + N[x(n), y(n)] - N_y[y(n)], \quad (1)$$

где $x(n)$, $y(n)$ – входной и выходной сигналы устройства соответственно, n – нормированное дискретное время, q – оператор смещения.

В уравнении (1) линейные полиномиальные операторы имеют вид

$$B(q) = 1 + \sum_{i=1}^{I_b} b_i q^{-i}, \quad A(q) = \sum_{i=0}^{I_a-1} a_i q^{-i},$$

нелинейные полиномиальные операторы:

$$\begin{aligned} N[x(n), y(n)] &= \sum_{m=2}^L \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} h_{i_1 i_2 \dots i_m} x(n-i_1) x(n-i_2) \dots x(n-i_m) + \\ &+ \sum_{m=2}^L \sum_{g=1}^{m-1} \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_g=i_{g-1}}^{I_g} \sum_{i_{g+1}=1}^{I_{g+1}} \sum_{i_{g+2}=i_{g+1}}^{I_{g+2}} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} c_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(g, m-g)} x(n-i_1) x(n-i_2) \dots \\ &\dots x(n-i_g) y(n-i_{g+1}) y(n-i_{g+2}) \dots y(n-i_m), \\ N_y[y(n)] &= \sum_{m=2}^{L_y} \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} r_{i_1 i_2 \dots i_m} y(n-i_1) y(n-i_2) \dots y(n-i_m). \end{aligned}$$

Для формирования соотношения вход-выход компенсатора выполним инверсию операторного уравнения (1) и введем в рассмотрение входной $u(n) = y(n)$ и выходной $w(n) = x(n)$ сигналы компенсирующей цепи. В результате получим

$$w(n) = A^{-1}(q) [B(q)u(n) + N_u[u(n)]] - A^{-1}(q)N[w(n), u(n)]. \quad (2)$$

На практике применяются конечные разностные уравнения, поэтому приближенно опишем оператор $A^{-1}(q)$,

$$A^{-1}(q) \cong \sum_{i=0}^{I_n-1} a_i^{(In)} q^{-i} = In(q), \quad (3)$$

где $a_i^{(In)}$, $i = 0, 1, \dots, I_n - 1$ – отсчеты инверсной импульсной характеристики, и выходной сигнал компенсатора $w(n)$ заменим приближенным сигналом $\tilde{w}(n)$. Схемы каскадного соединения компенсатора и нелинейного объекта показаны на рис. 1.

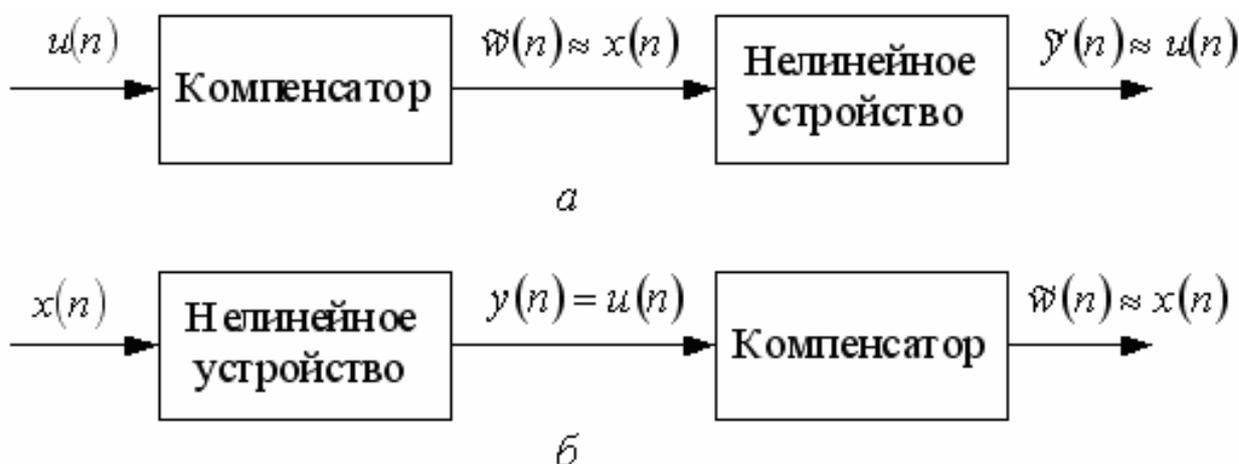


Рис. 1. Схемы каскадного соединения компенсатора (а) и нелинейного объекта (б)

Из выражения (2) формируем с учетом (3) нелинейное операторное уравнение компенсатора

$$\tilde{w}(n) = In(q)[u_1(n)] + P^{(L)}[\tilde{w}(n), u(n)], \quad (4)$$

где $u_1(n)$ – входной сигнал компенсатора, полученный по формуле

$$u_1(n) = B(q)u(n) + N_u[u(n)];$$

$P^{(L)}[\tilde{w}(n), u(n)]$ – нелинейный оператор степени L ($L \geq 2$),

$$\begin{aligned} P^{(L)}[\tilde{w}(n), u(n)] &= -In(q)N[\tilde{w}(n), u(n)] = \\ &= -In(q) \left[\sum_{m=2}^L \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} h_{i_1 i_2 \dots i_m} \tilde{w}(n-i_1) \tilde{w}(n-i_2) \dots \tilde{w}(n-i_m) \right] - \\ &- In(q) \left[\sum_{m=2}^L \sum_{g=1}^{m-1} \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_g=i_{g-1}}^{I_g} \sum_{i_{g+1}=1}^{I_{g+1}} \sum_{i_{g+2}=i_{g+1}}^{I_{g+2}} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} c_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(g, m-g)} \tilde{w}(n-i_1) \times \right. \\ &\left. \times \tilde{w}(n-i_2) \dots \tilde{w}(n-i_g) u(n-i_{g+1}) u(n-i_{g+2}) \dots u(n-i_m) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Отметим важное свойство многочлена (5): операторы $P^{(L)}[\tilde{w}(n), u(n)]$ и $P^{(L-1)}[\tilde{w}(n), u(n)]$ содержат одинаковые слагаемые степени $m < L$. На основе данного свойства получена усеченная итерационно-операторная процедура компенсации [5].

Процедура итерационно-операторной компенсации и ее усечение. Для нахождения решения нелинейного операторного уравнения (4) компенсатора применим итерационно-операторный метод [4, 5]:

– 1-я итерация

$$\tilde{w}_1(n) = In(q)[u_1(n)]. \quad (6)$$

Выражение (6) задает начальное приближение переменной $\tilde{w}(n)$ в (4).

– k -я итерация

$$\tilde{w}_k(n) = \underbrace{\left[\tilde{w}_1(n) + P^{(L)}[\tilde{w}_{k-1}(n), u(n)] \right]}_1 + \underbrace{\Delta_{k-1}(n)}_2, \quad (7)$$

где

$$\Delta_{k-1}(n) = \tilde{w}_{k-1}(n) - In(q)A(q)\tilde{w}_{k-1}(n). \quad (8)$$

Равенство (7) содержит две составляющие: 1 – результат компенсации нелинейности исходного устройства, 2 – погрешность линейной инверсии, обусловленная приближенным описанием инверсного оператора $A^{-1}(q)$ в выражении (3).

Итерационно-операторная процедура сходится к решению нелинейного операторного уравнения (4) при сжимаемости отображения (7), т. е. при выполнении неравенства [6]

$$\| \tilde{w}_k(n) - \tilde{w}_{k-1}(n) \| \leq \| \tilde{w}_{k-1}(n) - \tilde{w}_{k-2}(n) \|, \quad k = 3, 4, \dots \quad (9)$$

С учетом (5), (7), (9) получено условие сходимости итерационно-операторной процедуры линеаризации рекурсивных моделей нелинейных устройств [5]:

$$\left| 1 - \| In(q) \| \left(\| A(q) \| + \sum_{m=2}^L m \left(\sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} |h_{i_1 i_2 \dots i_m}| \right) \right) + \sum_{m=2}^L \sum_{g=1}^{m-1} g \| u(u) \|^{m-g} \left(\sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=i_1}^{I_2} \dots \sum_{i_g=i_{g-1}}^{I_g} \sum_{i_{g+1}=1}^{I_{g+1}} \sum_{i_{g+2}=i_{g+1}}^{I_{g+2}} \dots \sum_{i_m=i_{m-1}}^{I_m} |c_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(g, m-g)}| \right) \right| \leq 1, \quad (10)$$

где $\| A(q) \| = \max_{i \in [0, I_a - 1]} |a_i|$, $\| In(q) \| = \max_{i \in [0, I_n - 1]} |a_i^{(In)}|$.

Итерационно-операторную процедуру решения нелинейного операторного уравнения (4) можно упростить путем ее усечения следующим образом [5]:

– 1-я итерация описана уравнением (6),

– k -я итерация

$$\tilde{w}_k(n) = \left[\tilde{w}_1(n) + P^{(k)}[\tilde{w}_{k-1}(n), u(n)] \right] + \Delta_{k-1}(n),$$

где $\Delta_{k-1}(n)$ определено в выражении (8). В результате укороченная итерационная процедура предполагает, что на k -й итерации сохраняются слагаемые степени не выше k , далее результат укороченной k -й итерации используется на $(k+1)$ -й итерации, где сохраняются слагаемые степени не выше $k+1$, и т.д..

Подавление нелинейных искажений сигналов в электродинамическом громкоговорителе. Нелинейная модель громкоговорителя имеет вид рекурсивного операторного уравнения (1), параметры которого представлены в табл. 1 [7]. Согласно схеме, изображенной на рис. 1, a , синтезирован предкомпенсатор, описываемый операторным уравнением (4). Длительность импульсной характеристики линейной инверсной подсистемы с оператором $In(q)$ компенсатора выбрана равной 100 отсчетам.

Таблица 1. Параметры нелинейной рекурсивной модели громкоговорителя

a_2	$1,1741 \cdot 10^{-1}$	b_3	$4,0201 \cdot 10^{-1}$	$c_{11,12,11}^{(2,1)}$	$2,507 \cdot 10^{-4}$
a_3	$2,4748 \cdot 10^{-2}$	b_5	$-5,9621 \cdot 10^{-2}$	$c_{12,20,16}^{(2,1)}$	$2,298 \cdot 10^{-4}$
a_4	$-3,2813 \cdot 10^{-3}$	b_9	$1,273 \cdot 10^{-1}$	$c_{13,14,34}^{(2,1)}$	$-2,38 \cdot 10^{-4}$
a_5	$-1,0523 \cdot 10^{-1}$	b_{10}	$-1,44 \cdot 10^{-1}$	$c_{15,17,25}^{(2,1)}$	$-3,213 \cdot 10^{-4}$
a_7	$-6,2022 \cdot 10^{-3}$	b_{12}	$6,5904 \cdot 10^{-2}$	$c_{15,29,25}^{(2,1)}$	$2,944 \cdot 10^{-4}$
a_9	$-9,7342 \cdot 10^{-3}$	$h_{1,2,2}$	$4,24 \cdot 10^{-5}$	$c_{19,30,26}^{(2,1)}$	$-2,764 \cdot 10^{-4}$
a_{11}	$-1,6952 \cdot 10^{-3}$	$h_{16,16,35}$	$-3,34 \cdot 10^{-5}$	$c_{21,26,1}^{(2,1)}$	$-2,747 \cdot 10^{-4}$
a_{13}	$2,351 \cdot 10^{-3}$	$h_{31,32,32}$	$-3,8 \cdot 10^{-5}$	$c_{24,32,2}^{(2,1)}$	$-4,082 \cdot 10^{-4}$
a_{14}	$-6,1334 \cdot 10^{-3}$	$h_{32,32,34}$	$-3,09 \cdot 10^{-5}$	$c_{26,34,35}^{(2,1)}$	$2,546 \cdot 10^{-4}$
a_{20}	$2,2673 \cdot 10^{-3}$	$c_{1,3}^{(1,1)}$	$1,8699 \cdot 10^{-3}$	$c_{0,1,1}^{(1,2)}$	$3,5627 \cdot 10^{-3}$
a_{21}	$-5,3022 \cdot 10^{-3}$	$c_{1,9,26}^{(2,1)}$	$2,085 \cdot 10^{-4}$	$c_{2,10,25}^{(1,2)}$	$2,7187 \cdot 10^{-3}$
a_{23}	$-9,122 \cdot 10^{-4}$	$c_{3,16,31}^{(2,1)}$	$2,301 \cdot 10^{-4}$	$c_{34,11,28}^{(1,2)}$	$3,2726 \cdot 10^{-3}$
a_{25}	$2,3468 \cdot 10^{-3}$	$c_{4,9,35}^{(2,1)}$	$2,348 \cdot 10^{-4}$	$c_{28,14,23}^{(1,2)}$	$2,1267 \cdot 10^{-3}$
a_{28}	$-2,5891 \cdot 10^{-3}$	$c_{5,16,35}^{(2,1)}$	$-2,177 \cdot 10^{-4}$	$r_{6,9,15}$	$-4,3925 \cdot 10^{-2}$
a_{32}	$2,7151 \cdot 10^{-3}$	$c_{6,15,17}^{(2,1)}$	$3,709 \cdot 10^{-4}$	$r_{15,15,15}$	$-1,0049 \cdot 10^{-2}$
b_1	1,7033	$c_{9,32,35}^{(2,1)}$	$2,99 \cdot 10^{-4}$	$r_{15,15,30}$	$-1,732 \cdot 10^{-2}$
b_2	-1,1293	$c_{10,30,33}^{(2,1)}$	$2,088 \cdot 10^{-4}$		

Компенсация выполнена итерационно-операторным методом при гармоническом воздействии

$$u(n) = \sin(2\pi f_s n / f_d), \quad (11)$$

задаваемом с разной частотой сигнала f_s ($f_s = 300, 500, 700, 900$ Гц) и разной частотой дискретизации f_d ($f_d = 8, 16, 32, 64, 128$ кГц).

Степень нелинейности громкоговорителя в диапазонах изменения параметров гармонического воздействия (11) оценивалась с помощью коэффициента нелинейных искажений $K_{НИ}$ по формуле

$$K_{НИ} = \sqrt{\frac{\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} (y(n) - y_{lin}(n))^2}{\sum_{n=n_0}^{n_0+N-1} y^2(n)}} \cdot 100\%, \quad (12)$$

где $y(n)$ – выходной сигнал нелинейной рекурсивной модели (1) громкоговорителя; $y_{lin}(n)$ – реакция линейной рекурсивной подсистемы с параметрами из табл. 1; N – число отсчетов на периоде рассматриваемых сигналов; $n_0 = 200$ – точка начала расчета $K_{НИ}$ в установившемся процессе указанных выходных сигналов.

Погрешности компенсации в равномерной и среднеквадратичной метриках вычислены соответственно по формулам:

$$\delta_k = \max_{n \in [n_1, n_1+N-1]} |\tilde{y}_k(n) - u(n)|, \quad \varepsilon_k = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=n_1}^{n_1+N-1} (\tilde{y}_k(n) - u(n))^2}, \quad (13)$$

где $n_1 = 199$ – точка начала расчета погрешностей в установившемся процессе выходного сигнала $\tilde{y}_k(n)$ соединения «компенсатор + нелинейное устройство» (рис. 2,а); N – периода сигналов, выраженный в числе отсчетов; k – номер итерации расчета.

В табл. 2 указаны погрешности δ_k , ε_k , полученные методом фиксированной точки и итерационно-операторным методом в конце итерационного процесса ($k = K$, начиная с K -й итерации погрешность компенсации меняется незначительно).

Условие сходимости (10) справедливо в рассматриваемом примере, так как при $L = 3$, $\|A(q)\| = \max_{i \in [2, 32]} |a_i| = 0,1174$, $\|In(q)\| = \max_{i \in [0, 99]} |a_i^{(In)}| = 8,5172$,

$\|u(n)\| = \max_{i \in [0, 1/f_s]} |u(n)| = 1$ имеем неравенство

$$|1 - 8,5172 \cdot 0,14| = 0,1927 < 1. \quad (14)$$

Таблица 2. Погрешности δ_K , ε_K компенсации при гармоническом воздействии

f_s , Гц	f_d , кГц	δ	N	$K_{ни}$, %	Метод фиксированной точки			Итерационно-операторный метод		
					δ_K	ε_K	K	δ_K	ε_K	K
300	8	0,2356	26	2,93	$9,5 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	2	$8 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	7
	16	0,1178	53	8,0	$16 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	2	$3,6 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	10
	32	0,0589	106	12,76	$12,2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	2	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	13
	64	0,0295	213	10,3	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	11	$2,1 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-8}$	21
500	8	0,3927	16	13,21	$9 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	2	$6,3 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	10
	16	0,1963	32	2,74	$11,5 \cdot 10^{-2}$	$1,25 \cdot 10^{-2}$	2	$3 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$	6
	32	0,0982	64	10,62	$16,5 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	2	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-5}$	9
	64	0,0491	128	12,50	$13,2 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$	10	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-8}$	18
700	8	0,5498	11	4,26	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	2	$5,8 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	7
	16	0,2749	22	3,32	$8,3 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-2}$	2	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$	5
	32	0,1374	45	5,16	$12 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	2	$4,5 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-7}$	8
	64	0,0687	91	12,98	$9,5 \cdot 10^{-2}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	2	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	14
	128	0,0344	182	11,07	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-3}$	10	$1,4 \cdot 10^{-6}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	21
900	8	0,7069	8	3,47	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	2	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	9
	16	0,3534	17	10,68	$8,7 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	2	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$4,1 \cdot 10^{-6}$	8
	32	0,1767	35	2,86	$12 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	2	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$	8
	64	0,0884	71	11,86	$20,4 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	1	$8,4 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	9
	128	0,0442	142	12,10	$11,8 \cdot 10^{-2}$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	11	$3 \cdot 10^{-6}$	$3,8 \cdot 10^{-8}$	18

Из табл. 2 видно, что

– итерационно-операторный метод обеспечивает более высокую точность компенсации, чем метод фиксированной точки;

– погрешности сходимости итерационных методов нелинейной компенсации малы в ситуации, когда частота воздействия $u(n)$ расположена в полосе пропускания внутреннего линейного инверсного фильтра с оператором $In(q)$ (выражение (3)). Поскольку длительность импульсной характеристики линейного инверсного фильтра в примере ограничена 100 отсчетами, для исключения влияния переходного процесса

данного фильтра на результат компенсации следует выбирать частоту f_d входного сигнала такой, чтобы $N > 100$;

– чем выше нелинейные искажения громкоговорителя, тем больше итераций требуется для их подавления.

В результате исследований установлено:

– равномерная и среднеквадратичная погрешности итерационно-операторной процедуры не зависят от порядка линейной инверсной подсистемы компенсатора при фиксированных частотах f_s и f_d (метод фиксированной точки указанным свойством не обладает). Используя данное свойство, можно уменьшить порядок I_n в итерационно-операторной процедуре, сократив ее вычислительные затраты без потери точности компенсации;

– несмотря на разные погрешности компенсации внутри итерационных процессов, усеченная и полная процедуры сходятся к решению операторного уравнения (4) с одинаковой погрешностью за одинаковое число итераций (δ_k, ε_k при $k = K$ в табл. 2). Усечение процедуры компенсации не ухудшает точность обработки, но позволяет уменьшить количество операций при линеаризации модели громкоговорителя (в рассматриваемом примере на 54 операции на 2-й итерации расчета).

Компенсация нелинейных искажений громкоговорителя выполнена при бигармоническом воздействии

$$u(n) = 0,8 \sin(2\pi f_{s1} n / f_d) + 0,2 \sin(2\pi f_{s2} n / f_d), \quad (15)$$

где $f_{s1} = 500$ Гц, $f_{s2} = 5000$ Гц, частота дискретизации f_d последовательно принимала значения 64, 128, 256, 512 кГц.

В табл. 3 указаны значения коэффициента $K_{НИ}$ нелинейных (гармонических и интермодуляционных) искажений сигналов в модели громкоговорителя, полученные по формуле (12) при $n_0 = 200$, а также погрешности δ_K, ε_K , вычисленные по формулам (13) при $n_1 = 199$, $N = N_1$ (N_1, N_2 – число отсчетов на периодах $T_1 = 1/f_{s1}$, $T_2 = 1/f_{s2}$ соответственно).

Таблица 3. Погрешности δ_K , ε_K компенсации при бигармоническом воздействии

f_d , кГц	N_1	N_2	$K_{НИ}$, %	Метод фиксированной точки			Итерационно-операторный метод		
				δ_K	ε_K	K	δ_K	ε_K	K
64	128	12	7,99	$9,9 \cdot 10^{-2}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	2	$5,7 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	13
128	256	25	6,72	$9,4 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	6	$2,1 \cdot 10^{-7}$	$2,3 \cdot 10^{-9}$	15
256	512	51	6,68	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$2,4 \cdot 10^{-3}$	7	$5,1 \cdot 10^{-7}$	$2,4 \cdot 10^{-9}$	22
512	1024	102	6,06	$9 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	11	$4,3 \cdot 10^{-8}$	$1,6 \cdot 10^{-10}$	26

Условие сходимости (10) выполняется при бигармоническом воздействии (15) в силу действия неравенства (14).

Из анализа табл. 3 следует, что:

- итерационно-операторный метод обеспечивает существенно меньшую погрешность компенсации при воздействии (15) по сравнению с методом фиксированной точки;

- малая погрешность компенсации достигается при условии $N_1 > 100$, $N_2 > 100$, когда нормированные частоты входного сигнала $u(n)$ расположены в полосе пропускания линейного инверсного фильтра с оператором $In(q)$ (в этом случае переходный процесс указанного фильтра не влияет на точность компенсации).

Исследования показали, что погрешности δ_k , ε_k на внутренних итерациях усеченной процедуры компенсации (начиная со 2-й итерации) выше соответствующих погрешностей полной процедуры, однако обе процедуры дают одинаковую погрешность на заключительной итерации расчета; усечение итерационной процедуры приводит к уменьшению вычислительных затрат (в рассматриваемом примере на 54 операции по сравнению с полной итерационно-операторной процедурой).

Заключение. Итерационно-операторный метод “слепой” линеаризации обобщен на случай компенсации нелинейных искажений сигналов в устройствах, описываемых рекурсивными моделями.

Выполнена компенсация нелинейных искажений гармонического и бигармонического сигналов в рекурсивной модели электродинамического громкоговорителя. В результате нелинейной компенсации установлено:

- итерационно-операторный метод обеспечивает существенно меньшие равномерную и среднеквадратичную погрешности компенсации по сравнению с методом фиксированной точки;

- при фиксированных частотах f_s и f_d равномерная и среднеквадратичная погрешности итерационно-операторной линеаризации не зависят от порядка линейной инверсной подсистемы компенсатора, что

позволяет сократить вычислительные затраты без потери точности компенсации;

– усеченная итерационно-операторная процедура реализуется с меньшими вычислительными затратами при сохранении точности компенсации.

Литература

1. On the convergence of Volterra filter equalizers using a p th-order inverse approach / Y.-W. Fang, L.-C. Jiao, X.-D. Zhang, J. Pan // IEEE Trans. SP. – 2001.– Vol. 49, № 8.– P. 1734–1744.

2. Nowak R. D., Van Veen B. D. Volterra filter equalization: a fixed point approach // IEEE Trans. SP.– 1997.– Vol. 45, № 2.– P. 377–388.

3. Redfern A. L., Zhou G. T. A root method for Volterra systems equalization // IEEE Signal Processing Letters.– 1998.– Vol. 5, № 11.– P. 285–288.

4. Соловьева Е. Б. Итерационный метод компенсации нелинейных искажений в каналах связи // Цифровая обработка сигналов.– 2005.– № 1. С. 2–8.

5. Соловьева Е. Б. Укороченный итерационный метод нелинейной компенсации // Электронное моделирование.– 2005.– Т.27, №4.– С.75–85.

6. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы.– М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003.

7. Dobrucki A. B., Pruchnicki P. Application of the NARMAX method to the modelling of the nonlinearity of dynamic loudspeakers // Archives of Acoustics.– 2001.– Vol. 26, №4.– P.277–291.

Соловьева Елена Борисовна – д.т.н., профессор кафедры ТОЭ Санкт-Петербургского Государственного Электротехнического университета, 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ. Тел.: (812) 346-17-96, selenab@hotmail.ru

Дегтярев Сергей Андреевич – аспирант кафедры ТОЭ Санкт-Петербургского Государственного Электротехнического университета, 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ,

ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА СИНТЕЗА СХЕМ НА ОСНОВЕ СХЕМНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

Ю. В. Токарев

В основе алгоритма структурного синтеза электрических цепей по их символьным схемным функциям [1] лежит процесс последовательного

наращивания схемы. Исходное выражение схемного определителя представляется в виде:

$$D_m = X_1 \cdot \underbrace{\left(X_2 \cdot \overbrace{(\dots)}^{D^{(m-2)a}} + \overbrace{(\dots)}^{D^{(m-2)b}} \right)}_{D^{(m-1)a}} + \underbrace{\left(X_2 \cdot \overbrace{(\dots)}^{D'^{(m-2)a}} + \overbrace{(\dots)}^{D'^{(m-2)b}} \right)}_{D^{(m-1)b}}, \quad (1)$$

где X_1, X_2, X_n , – выделяемые элементы: сопротивления, проводимости или управляемые источники. $D_{(m-1)a}$ – выражение, равное схемному определителю исходной схемы $cir(D)$ с выделенным элементом X_1 (сопротивлением, проводимостью или управляемым источником), и $D_{(m-1)b}$ – выражение, равное схемному определителю исходной схемы $cir(D)$ с нейтрализованным элементом X_1 .

Затем, в рамках описанного алгоритма, из двух выражений $D_{(m-1)a}$ и $D_{(m-1)b}$ выбирается одно, назовем его «избранным», второе же отбрасывается, назовем его «отброшенным». Затем получают все схемы, удовлетворяющие «избранному» выражению, после чего к полученным схемам добавляется элемент X_1 , таким образом, чтобы новые схемы удовлетворяли определителю D_m .

При каждой проверке соответствия определителя рассматриваемой схемы, выражению, которое нужно получить, тратится длительное время на раскрытие скобок в выражении, и сравнению двух выражений между собой. При этом длительность проведения операции проверки схемы на соответствие имеет прямую зависимость от длины выражения, проверяемого определителя.

В данной статье описываются изменения алгоритма, которые позволяют получать схемы, удовлетворяющие выражению D_m , используя «отброшенное» выражение.

Метод. В основе предлагаемого метода оптимизации алгоритма лежит два понятия: «выделенное подключение» и «нейтрализованное подключение».

«Нейтрализованное подключение» – это такой способ получения схемы, при котором некоторый элемент сначала подключается к схеме, а затем нейтрализуется, по правилам нейтрализации элементов данного типа.

«Выделенное подключение» – это такой способ получения схемы, при котором некоторый элемент сначала подключается к схеме, а затем выделяется, по правилам выделения элементов данного типа.

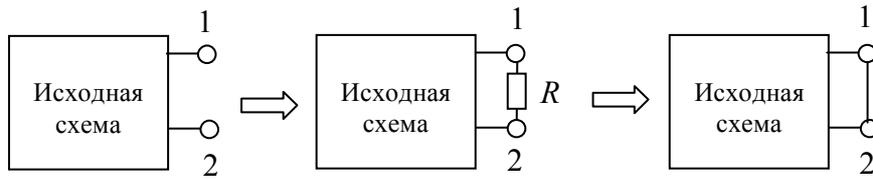


Рис. 1. Пример «нейтрализованного подключения» для резисторов

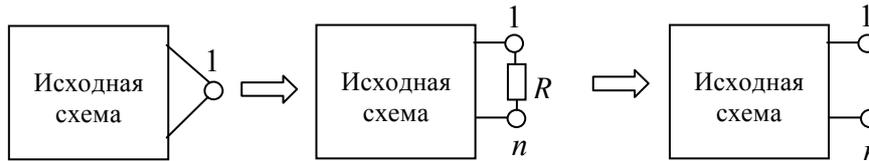


Рис. 2. Пример «выделенного подключения» для резисторов

Тогда если «избранным» оказалось выражение, полученное выделением элемента $(D_{(m-1)a})$, то вместо перебора «всех возможных способов» подключения этого элемента к схеме, с последующим сравнением определителя новой схемы с исходным выражением (D_m) , можно воспользоваться «нейтрализованным подключением», с последующим сравнением определителя полученной схемы с «отброшенным» выражением $(D_{(m-1)b})$.

Если же «избранным» оказалось выражение, полученное нейтрализацией элемента $(D_{(m-1)b})$, то вместо перебора «всех возможных способов» подключения этого элемента к схеме, с последующим сравнением определителя новой схемы с исходным выражением (D_m) , можно воспользоваться «выделенным подключением», с последующим сравнением определителя полученной схемы с «отброшенным» выражением $(D_{(m-1)a})$.

При этом если при проверке очередного способа подключения элемента мы получим, что его «выделенное или нейтрализованное подключение» (в зависимости от конкретного случая) порождает схему, определитель которой равен «отброшенному» выражению, то мы можем утверждать, что рассматриваемое подключение элемента породит схему, определитель которой будет равен требуемому выражению – D_m .

Доказательство. После того как мы получили схемы, удовлетворяющие «избранному» выражению, мы производим перебор всех подключений добавляемого элемента согласно принципу, обратному принципу их выделения или нейтрализации, в зависимости от того, какое из двух выражений мы выбрали в качестве «избранного».

Таким образом, описанные в [1] (см. глава 5.1) алгоритмы перебора подключений элемента, зависящие от типа «избранного» выражения и

типа добавляемого элемента, гарантируют нам, что для любого рассматриваемого в данном алгоритме способа подключения при нейтрализации элемента (если «избранным» было выражение, полученное нейтрализацией элемента) или его выделение (если «избранным» было выражение, полученное выделением элемента) мы получим схему, определитель которой равен «избранному» выражению.

Итак, согласно формуле (1) требуемое выражение определителя является суммой «избранного» и «отброшенного», а при переборе подключений элемента мы рассматриваем только те подключения, а следовательно и схемы, определители которых состоят из двух частей, причем одна из двух частей всегда равна «избранному» выражению. Из этого следует, что для того чтобы проверить соответствие определителя рассматриваемой схемы требуемому определителю, нам достаточно проверить соответствие второй части определителя этой схемы и «отброшенного» выражения.

Результаты тестирования. Были протестированы программы, написанные с использованием оригинального и измененного алгоритма структурного синтеза электрических цепей по их символьным схемным функциям. В качестве тестовых данных были взяты полные (табл. 1), лестничные (табл. 2) и цепные пассивные схемы (табл. 3), с различным числом звеньев и узлов.

Таблица 1. Результаты тестирования различных алгоритмов на полных схемах

Кол-во узлов	Кол-во слагаемых	Кол-во найденных схем	Время выполнения по оригинальному алгоритму, с	Время выполнения по измененному алгоритму, с	Время до нахождения первой схемы, с
3	3	1	1	1	1
4	16	1	1	1	1
5	125	1	1	1	1
6	1296	1	2	1	1
7	16807	1	84	6	1
8	262144	1	22039	232	171

Таблица 2. Результаты тестирования различных алгоритмов на лестничных схемах

Кол-во звеньев	Кол-во слагаемых	Кол-во найденных схем	Время выполнения по оригинальному алгоритму, с	Время выполнения по измененному алгоритму, с	Время до нахождения первой схемы, с
2	15	18	1	1	1
3	56	108	4	1	1
4	209	648	58	14	1
5	780	3888	862	41	1
6	2911	23328	11167	830	1

Таблица 3. Результаты тестирования различных алгоритмов на цепных схемах

Кол-во звеньев	Кол-во слагаемых	Кол-во найденных схем	Время выполнения по оригинальному алгоритму, с	Время выполнения по измененному алгоритму, с	Время до нахождения первой схемы, с
4	55	8	1	1	1
5	144	16	2	1	1
6	377	32	11	4	1
7	987	64	51	25	1
8	2584	128	271	52	2
9	6765	256	1517	307	5
10	17711	512	9198	1784	18

Все тесты проводились на компьютере со следующей конфигурацией:

- Процессор: *Intel Pentium 4* с тактовой частотой 2,8 ГГц.
- Оперативная память: 1024 Мб.
- Операционная система: *Windows XP SP2*.

Анализ компьютерных экспериментов. Как мы видим из результатов компьютерных экспериментов, данный метод позволил обнаружить множество структур, для цепных и лестничных схем с различным количеством звеньев, с эквивалентными символьными схемными определителями.

Однако, анализ всех полученных схем на изоморфизм, по методу показателей участия ребер, показал, что все найденные лестничные и цепные схемы являются изоморфными. Таким образом, экспериментами с компьютерной программой на сложных пассивных схемах с различной структурой обосновано положение, с которым согласятся практики-электротехники и радиотехники: в классе пассивных *RLC*-цепей не существуют и двух схем с неизоморфной структурой, которые бы имели эквивалентные символьные схемные определители и символьные схемные функции.

Выводы

1. Предложены изменения алгоритма структурного синтеза электрических цепей по их символьным схемным функциям, внесение которых позволило на каждом шаге, при проверке соответствия схемы требуемому определителю, вместо определителя D_m в качестве требуемого использовать «отброшенный» определитель, который является лишь частью D_m и в среднем ровно в два раза короче. Как видно из результатов тестирования данное изменение позволило значительно сократить время выполнения синтеза.

2. Сформулировано положение, подкрепленное результатами компьютерных экспериментов, об отсутствии неизоморфных структур с эквивалентными символьными схемными определителями и символьными схемными функциями в классе пассивных RLC -цепей.

Литература

1. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей / Под ред. В.В.Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2007. – 354 с.
2. Курганов С. А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепи: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – 320 с.
3. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем инвариантных к характеристическому уравнению // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Т. 3. – С. 48–52.
4. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, лестничных и цепных схем на основе формул схемного определителя // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–47.
5. Лыпяр Ю.И. Структурный синтез электронных цепей: учебное пособие. – Л.: ЛПИ, 1982. – 84 с.

Токарев Юрий Владимирович – студент 5-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ. E-mail: current@mail.ru.

ТЕОРЕТИКО–МНОЖЕСТВЕННАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Ю. В. Токарев

Одним из эффективных способов получения схемно–символьных функций (ССФ) является метод схемных определителей (МСО), основанный на формулах Фойснера для выделения сопротивления и проводимости [1, 2, 3], а также формуле выделения параметра χ управляемого источника (УИ) [4]

$$\Delta = \chi\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi = 0), \quad (1)$$

где $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$ – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем замещения выделяемого УИ неудаляемым управляемым источником (НУИ); $\Delta(\chi = 0)$ – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия $\chi=0$. При замещении УИ, его генератор (приемник) заменяется на генератор НУИ (ГНУИ) и приемник НУИ (ПНУИ) соответственно. При нейтрализации источник напряжения (ИН) и приемник тока (ПТ) заменяются на схеме идеальным проводником (стягиваются), а источник тока (ИТ) и приемник напряжения (ПН) удаляются.

Согласно существующей методике получения символьного выражения схемного определителя НУИ является неудаляемым элементом, и для получения символьного выражения определителя схем, содержащих НУИ, используются нетривиальные методы их удаления, основанные на поиске определенных подсхем состоящих из НУИ (параллельно либо последовательно соединенные ГНУИ и ПНУИ, а также петли и сечения из ГНУИ или ПНУИ).

В данной статье предлагается механизм выделения НУИ, который может быть применен на любом из этапов получения символьного выражения схемного определителя.

Теоретико-множественная интерпретация выделения УИ. Представим, что в схеме присутствует один или несколько УИ, выберем из всех присутствующих в схеме УИ какой-нибудь один и произведем локализацию подвыражений этого четырехполюсника.

Для этого выделим все элементы, присутствующие в схеме, кроме выбранного нами УИ. В результате локализации, мы получим схемно-символьное выражение, состоящее из произведения некоторого многочлена и определителя схемы содержащей только некоторый УИ.

Количество невырожденных схем, содержащих только УИ, зависит от типа УИ, в общем же случае, схем, которые будут невырожденными хотя бы для одного из типов УИ, существует только 5 (рис. 1): последовательно соединенные источник и приемник (рис. 1, а), параллельно соединенные источник и приемник (рис. 1, б), источник, соединенный с петлей из приемника (рис. 1, в), приемник, соединенный с петлей из источника (рис. 1, г), петля из приемника и источника (рис. 1, д).

Все остальные схемы будут вырожденными для любого типа УИ и их определители обратятся в нуль. Таким образом, схемно-символьное выражение схемного определителя, который мы пытаемся получить, можно представить в виде:

$$\Delta = A|cir_1| + B|cir_2| + C|cir_3| + D|cir_4| + E|cir_5|, \quad (2)$$

где A, B, C, D и E – некоторые выражения, $A |cir_n|$ – определитель схемы cir_n .

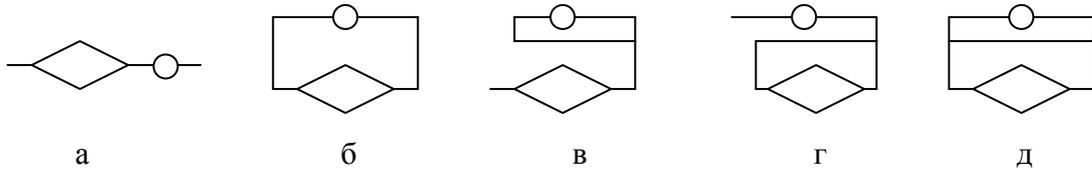


Рис. 1. Простейшие схемы из УИ. а – cir_1 , б – cir_2 , в – cir_3 , г – cir_4 , д – cir_5

Окончательное символьное выражение определителя будет зависеть от типа УИ, потому что некоторые из простейших схем также могут быть вырожденны. Для наглядности определим символьные выражения определителей простейших схем, изображенных на рисунке 1, для различных типов УИ (табл. 1), где X – параметр данного УИ.

Таблица 1. Выражение определителя простейшей схемы из УИ

	ИНУН	ИНУТ	ИТУН	ИТУТ
Рис. 1, а	0	1	0	0
Рис. 1, б	$X+1$	X	X	$X+1$
Рис. 1, в	1	0	0	0
Рис. 1, г	0	0	0	1
Рис. 1, д	0	0	1	0

Таким образом, после подстановки значений определителей простейших схем из табл. 1 в выражение (2), мы можем более точно определить символьное выражение определителей для каждого типа УИ.

Таблица 2. Выражение определителя схемы с определенным типом УИ

Тип УИ	Полное выражение определителя (Δ)	Выражение, полученное после замены УИ на НУИ	Выражение, полученное после нейтрализации УИ
ИНУН	$X(B)+(B+C)$	B	$B+C$
ИТУТ	$X(B)+(B+D)$	B	$B+D$
ИНУТ	$X(B)+(A)$	B	A
ИТУН	$X(B)+(E)$	B	E

Если мы посмотрим на табл. 2, то мы можем увидеть, что значение определителя схемы при замене УИ на НУИ не зависит от типа УИ и равно выражению B . В то же самое время выражение B присутствует в выражении определителя при нейтрализации УИ по правилам нейтрализации ИНУН и ИТУН.

Теперь докажем следующие тождества:

$$A \cap B = A \cap C = A \cap D = A \cap E = B \cap C = B \cap D = B \cap E = C \cap D = \\ = C \cap E = D \cap E = 0, \quad (3)$$

Легко увидеть, что все выражения состоят из одночленов, причем каждый из одночленов является уникальным. Если бы существовало два одинаковых одночлена, тогда это означало бы, что эти одночлены были получены в результате одной и той же последовательности действий. То есть при получении обоих одночленов мы выполняли одни и те же действия – выделяли определенные элементы и нейтрализовывали другие. А значит, выражение не может содержать одинаковых одночленов.

Если же все одночлены уникальные, то и многочлены, которые состоят из этих одночленов, не пересекаются.

Тогда, исходя из тождеств (3), мы можем найти выражение B как пересечение определителей схемы, где УИ нейтрализован как ИНУН и УИ нейтрализован как ИТУТ, то есть:

$$B = (B + C) \cap (B + D), \quad (4)$$

Действительно, тождество (4) верно, так как

$$(B + C) \cap (B + D) = B \cap B + B \cap D + C \cap B + C \cap D,$$

а

$$B \cap D = B \cap C = C \cap D = 0 \text{ и } B \cap B = B.$$

Тождество (4) в схемном виде изображено на рис. 2. Аналогичный результат был ранее использован в работе [5], для нахождения числителей ССФ и анализа схем с УИ методом структурных чисел. Сама идея поиска контуров, содержащих и генератор, и приемник, для получения числителей схемных функций принадлежит Фойснеру [2].

Однако, мы получили выражение B , в виде многочлена без учета знака. Знаки всех одночленов будут положительными, поскольку мы никак не учитывали направление приемника и генератора УИ. Поэтому помимо получения самого многочлена нам также дополнительно нужно будет определить знаки каждого из одночленов.

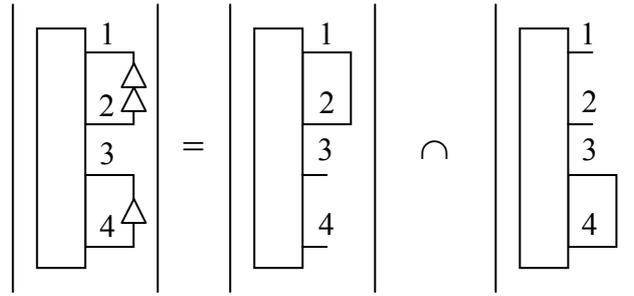


Рис. 2. Механизм выделения НУИ в схемном виде

Для получения знаков каждого из одночленов можно воспользоваться следующим правилом: все элементы, параметры которых присутствуют в одночлене, выделяются из схемы согласно правилам их выделения, все элементы, параметры которых отсутствуют в одночлене, нейтрализуются согласно правилам нейтрализации элементов данного типа. После этого должна остаться схема, состоящая лишь из выделяемого УИ, причем источник и приемник будут соединены параллельно. Если и приемник, и источник направлены к одному и тому же узлу, то знак одночлена положительный, иначе он отрицательный.

На основе полученной формулы (рис. 2), можно предложить альтернативный формулу выделения УИ, преобразовав формулу (1) в четыре новые формулы по выделению ИТУТ – (5), ИНУН – (6), ИТУН – (7) и ИНУТ – (8).

$$\Delta = \chi(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm} + \Delta_{\Pi}^{\text{И}}, \quad (5)$$

$$\Delta = \chi(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm} + \Delta_{\text{И}}^{\text{П}}, \quad (6)$$

$$\Delta = \chi(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm} + \Delta^{\text{ИП}}, \quad (7)$$

$$\Delta = \chi(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm} + \Delta_{\text{ИП}}, \quad (8)$$

где $\Delta_{\Pi}^{\text{И}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем удаления источника и стягивания приемника УИ; $\Delta_{\text{И}}^{\text{П}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем удаления приемника и стягивания источника УИ; $\Delta^{\text{ИП}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем удаления источника и приемника УИ; $\Delta_{\text{ИП}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем стягивания источника и приемника УИ; символ \pm над выражением $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm}$ – обозначает, что для полученного многочлена необходимо произвести операции по определению знаков одночленов (знаки одночленов являются отражением

того, как источник и приемник УИ направлены относительно друг друга и относительно других активных элементов, в то время как выражение многочлена без знаков лишь отражает, как УИ расположен в схеме).

Специальные формулы выделения ИНУН и ИТУТ. Из формул (5) и (6), по выделению ИНУН и ИТУТ, с помощью перегруппировки слагаемых можно получить новые формулы (9) и (10) соответственно. В которых группировка будет вестись не относительно параметра УИ, как это сделано в формулах (5) и (6), а относительно выражений B , C и D . Выражение C может быть найдено как результат отношения исключения (в теории множеств это отношение является операцией вычитания) из множества одночленов $(B+C)$ множества одночленов $(B+D)$, выражение D можно найти как вычитание из множества одночленов $(B+D)$ множества одночленов $(B+C)$.

$$\Delta = (\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})(1 \pm \beta) + (\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \setminus \Delta_{\text{И}}^{\text{П}}), \quad (9)$$

$$\Delta = (\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})(1 \pm K) + (\Delta_{\text{И}}^{\text{П}} \setminus \Delta_{\Pi}^{\text{И}}), \quad (10)$$

где $\Delta_{\Pi}^{\text{И}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем удаления источника и стягивания приемника УИ; $\Delta_{\text{И}}^{\text{П}}$ – определитель производной схемы, полученной из исходной схемы путем удаления приемника и стягивания источника УИ; символ «\setminus» – обозначает операцию вычитания теории множеств; символ \pm перед параметрами ИНУН и ИТУТ, β и K , – обозначает, что для полученного многочлена необходимо произвести операции по определению знаков одночленов (знаки одночленов являются отражением того, как источник и приемник УИ направлены относительно друг друга и относительно других активных элементов, в то время как выражение многочлена без знаков лишь отражает, как УИ расположен в схеме).

Нетрудно заметить, что при нахождении символьных выражений определителей по формулам (9) и (10), выражения соответствующие пересечению двух множеств и их разности, из-за специфики этих операций, могут быть определены на одном шаге и не потребует большого числа дополнительных вычислений.

Пример 1. Пусть имеется схема с ИТУН, изображенная на рисунке 3, а. Согласно формуле (7), нам нужно найти определители трех схем: схемы, где источник был удален, а приемник УИ стянут – рис. 3, б, схемы, в которой приемник был удален, а источник УИ стянут – рис. 3, в и схемы, в которой и источник и приемник УИ были удалены – рис. 3, г.

Определитель схемы изображенной на рисунке 3, б равен $\Delta_{\Pi}^{\text{И}} = R_2R_1 + R_2R_4 + R_3R_1 + R_3R_4$, определитель схемы на рис. 3, в равен $\Delta_{\Pi}^{\text{И}} = R_2R_1 + R_2R_3 + R_4R_1 + R_4R_3$, а определитель третьей схемы изображенной на рисунке 3, г равен $\Delta^{\text{ИП}} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$.

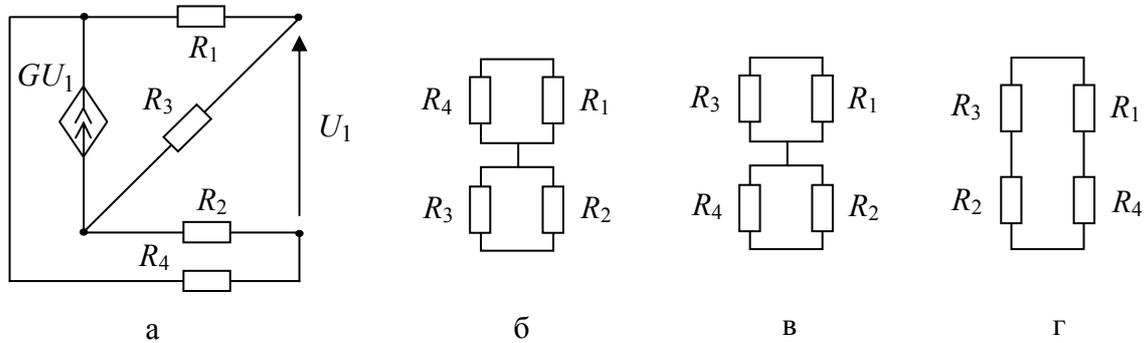


Рис. 3. Пример выделения ИТУН

Пересечением двух выражений $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\Pi}^{\text{И}})$ будет сумма двух одночленов, которые встречаются в обоих выражения: R_2R_1 и R_3R_4 .

Теперь нам осталось определить их знаки.

1) Для одночлена R_1R_2 : выделим в схеме на рис. 3, а элементы R_1 и R_2 , которые присутствуют в одночлене, а затем нейтрализуем R_3 и R_4 , которые в одночлене отсутствуют. Для резисторов выделением является удаление элемента из схемы, а нейтрализацией является замена элемента идеальным проводником. В результате получим схему, в которой генератор и приемник направлены к разным узлам. Значит знак этого одночлена – отрицательный.

2) Для одночлена R_3R_4 : выделим в схеме на рис. 3, а элементы R_3 и R_4 , которые присутствуют в одночлене, а затем нейтрализуем R_1 и R_2 , которые в одночлене отсутствуют. Для резисторов выделением является удаление элемента из схемы, а нейтрализацией является замена элемента идеальным проводником. В результате получим схему, в которой генератор и приемник направлены к одному и тому же узлу. Значит знак этого одночлена – положительный.

В результате получим: $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\Pi}^{\text{И}})^{\pm} = R_3R_4 - R_1R_2$. А полное выражение определителя будет равно:

$$\Delta = GU_1(R_3R_4 - R_1R_2) + (R_1 + R_2 + R_3 + R_4).$$

Пример 2. Теперь рассмотрим тот же пример, заменив ИТУН на ИНУН рис. 4,а.

Согласно формулам (6) и (10), нам нужно найти определители двух схем: схемы, где источник был удален, а приемник УИ стянут – рис. 4, б и схемы, в которой приемник был удален, а источник УИ стянут – рис. 4.

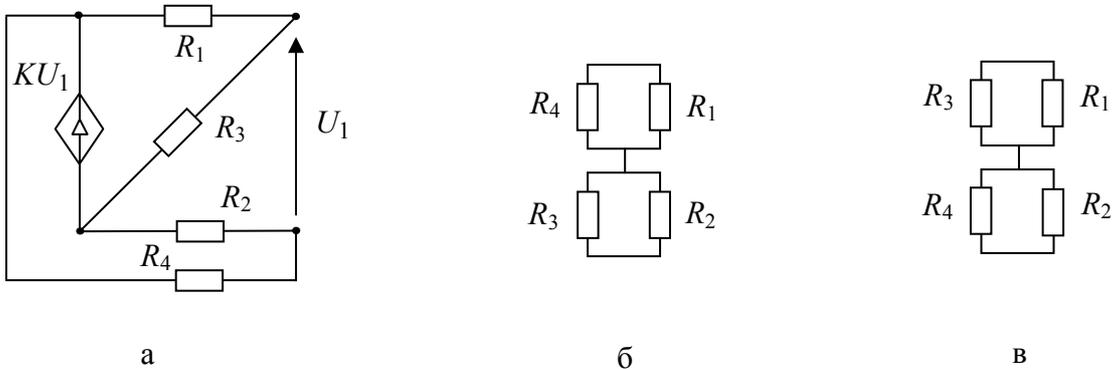


Рис. 4. Пример выделения ИНУН

Определитель схемы изображенной на рисунке 4, б равен $\Delta_{\Pi}^I = R_2R_1 + R_2R_4 + R_3R_1 + R_3R_4$, определитель схемы на рис. 4, в равен $\Delta_{\Pi}^{\Pi} = R_2R_1 + R_2R_3 + R_4R_1 + R_4R_3$.

Сначала найдем выражение определителя по формуле (6). Пересечением двух выражений ($\Delta_{\Pi}^I \cap \Delta_{\Pi}^{\Pi}$) будет сумма двух одночленов, которые встречаются в обоих выражения: R_2R_1 и R_3R_4 .

Теперь нам осталось определить их знаки.

1. Для одночлена R_1R_2 : выделим в схеме на рис. 3, а элементы R_1 и R_2 , которые присутствуют в одночлене, а затем нейтрализуем R_3 и R_4 , которые в одночлене отсутствуют. Для резисторов выделением является удаление элемента из схемы, а нейтрализацией является замена элемента идеальным проводником. В результате получим схему, в которой генератор и приемник направлены к разным узлам. Значит знак этого одночлена – отрицательный.

2. Для одночлена R_3R_4 : выделим в схеме на рис. 3, а элементы R_3 и R_4 , которые присутствуют в одночлене, а затем нейтрализуем R_1 и R_2 , которые в одночлене отсутствуют. Для резисторов выделением является удаление элемента из схемы, а нейтрализацией является замена элемента идеальным проводником. В результате получим схему, в которой генератор и приемник направлены к одному и тому же узлу. Значит знак этого одночлена – положительный.

В результате получим: $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})^{\pm} = R_3R_4 - R_1R_2$. А полное выражение определителя будет равно:

$$\Delta = KU_1(R_3R_4 - R_1R_2) + (R_2R_1 + R_2R_3 + R_4R_1 + R_4R_3)$$

Теперь найдем выражение определителя по формуле (10). Пересечением двух выражений $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})$ будет сумма двух одночленов, которые встречаются в обоих выражения: R_2R_1 и R_3R_4 .

Разность выражений $(\Delta_{\text{И}}^{\text{П}} \setminus \Delta_{\Pi}^{\text{И}})$ будет равна всем тем выражениям, которые присутствуют в $\Delta_{\text{И}}^{\text{П}}$, но при этом отсутствуют в $(\Delta_{\Pi}^{\text{И}} \cap \Delta_{\text{И}}^{\text{П}})$. Таких одночленов всего два, это R_2R_3 и R_4R_1 .

Теперь определим знаки одночленов входящих в пересечение определителей таким же образом, как и в предыдущем примере. Получим с учетом знаков: $R_3R_4 - R_1R_2$.

Полное выражение определителя по формуле (10) имеет вид:

$$\Delta = (KU_1(R_3R_4 - R_1R_2) + (R_3R_4 + R_1R_2)) + (R_2R_3 + R_4R_1)$$

Анализ примеров. Как видно из примеров и формул (5) – (10) новый механизм выделения УИ выгоднее использовать для ИНУН и ИТУТ (формулы (5)–(6) и (9)–(10)), поскольку для выделения этих УИ потребуется найти определители лишь двух схем, для выделения же ИНУТ и ИТУН (формулы (7)–(8)) необходимо найти определители трех схем.

Если обратиться к формулам (9)–(10), то можно заметить что все необходимые одночлены для выражения определителя содержатся в одном выражении – в выражении определителя схемы, полученной нейтрализацией ИНУН или ИТУТ.

Было замечено, что найти выражение B можно не только из формулы (4). Если еще раз вернуться к алгоритму определения знака одночлена, то можно заметить, что в результате выполнения всех пунктов этого алгоритма на последнем шаге мы получаем схему, состоящую только из этого УИ. Очевидно, что если одночлен принадлежит выражению B , то эта схема из УИ будет соответствовать схеме, изображенной на рисунке 1, б, если же этот одночлен принадлежит выражению C , то схема будет соответствовать схеме на рисунке 1, в, аналогично и для других выражений.

Таким образом, чтобы получить выражение B достаточно найти лишь один определитель либо $\Delta_{\Pi}^{\text{И}}$, либо $\Delta_{\text{И}}^{\text{П}}$. А затем определить, принадлежит ли одночлен выражению B и, если принадлежит, то какой знак имеет.

Итак, для того чтобы выделить ИНУН и ИТУТ, достаточно найти лишь один определитель – определитель, полученный при нейтрализации этого УИ. Для выделения же ИТУН и ИНУТ достаточно найти лишь

выражения двух определителей – определитель схемы, полученной при нейтрализации УИ и одного из двух определителей либо Δ_{Π}^I , либо Δ_{Π}^{Π} . Данное свойство выделения параметров ИНУН и ИТУТ может быть использовано для структурного синтеза электрических цепей по символьному выражению схемного определителя [7, 8].

Выводы

1. На основе теоретико-множественного подхода получена формула выделения параметров, учитывающая особенности нейтрализации управляемых источников различных типов и позволяющая по сравнению с известными формулами глубже постичь природу активных электрических цепей.

2. Предложенные формулы выделения УИ, в отличие от известных формул, не используют понятия НУИ и позволяют в случае ИТУТ и ИНУН из результата их нейтрализации получить определитель схемы.

Литература

1. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // *Annalen der Physik.* – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304–1329.
2. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // *Annalen der Physik.* – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385–394.
3. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // *Электричество.* – 1995. – № 4. – С. 36–43.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // *Электричество.* – 1998. – № 5. – С. 43–52.
5. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. – М.: Мир, 1972. – 334 с.
6. Лыпарь Ю.И. Системный синтез способов построения электронных цепей // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.* – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 116–125.
7. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем инвариантных к характеристическому уравнению // *Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.* – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 48–52.
8. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, лестничных и цепных схем на основе формул схемного определителя // *Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.* – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–47.

Токарев Юрий Владимирович – студент 5-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ. E-mail: current@mail.ru.

ГИБРИДНАЯ ТОПОЛОГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Ш. Н. Хусаинов

В работах [1, 2, 3] рассмотрены топологические формулы электрических схем с многополюсными элементами (МП), характеризующимися уравнениями или в форме Y или в форме Z . В данной работе рассматривается обобщение топологического метода на случай, когда для многополюсников используются уравнения и в форме Y и в форме Z .

При наличии в цепи МП, описываемых в форме Y и Z , цепь описывается гибридными уравнениями вида [4]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11}^c & \mathbf{Q}_{14} \\ \mathbf{B}_{41} & \mathbf{Z}_{44}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{I}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{c1} \\ \mathbf{E}_{k4} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где индекс «1» соответствует y -ветвям дерева, а индекс «4» – z -связям. Переменные y -связей (индекс «2») и z -ветвей дерева (индекс «3») исключаются при переходе к уравнению (1) [4].

В уравнении (1) \mathbf{Q}_{14} – подматрица матрицы сечений, строки которой соответствуют y -ветвям дерева, а столбцы z -связям. У подматрицы \mathbf{B}_{41} наоборот строки соответствуют z -связям, а столбцы y -ветвям дерева.

Подматрица

$$\mathbf{Y}_{11}^c = \mathbf{Q}_{1a} \mathbf{Y}_{aa} \mathbf{Q}_{a1}^t, \quad (2)$$

представляет собой матрицу проводимостей сечений графа цепи, в которой закорочены z -ветви дерева (ветви группы 3) и удалены z -связи дерева (ветви группы 4). Индекс « a » соответствует множеству y -ветвей (группы 1 и 2).

Аналогично подматрица

$$\mathbf{Z}_{44}^k = \mathbf{B}_{4b} \mathbf{Z}_{bb} \mathbf{B}_{b4}^t, \quad (3)$$

представляет собой матрицу контурных сопротивлений графа цепи, из которой удалены ветви группы 2 и закорочены ветви группы 1. Индекс « a » соответствует множеству y -ветвей (группы 1 и 2). Индекс « b » соответствует множеству z -ветвей (группы 3 и 4).

Топологические методы ориентированы на нахождение определителя и алгебраических дополнений матрицы коэффициентов матричного уравнения цепи, в нашем случае уравнения (1):

$$\mathbf{H}_{ky} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11}^c & \mathbf{Q}_{14} \\ \mathbf{B}_{41} & \mathbf{Z}_{44}^k \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим нахождение определителя Δ_H матрицы $\mathbf{H}_{\text{кy}}$. Для этого используем разложение его по элементам строк группы 1. При таком разложении в каждый минор H_{1x} , образованный строками группы 1, включается часть столбцов группы 1 (столбцы группы 1') и часть столбцов группы 4 (столбцы 4'), так что ($m_{1'} + m_{4'} = m_1$), то есть

$$H_{1x} = |\mathbf{Y}_{11'} \quad \mathbf{Q}_{14'}|, \quad (4)$$

где $x = 1' \cup 4'$. Выше через m_1 обозначено число ветвей группы 1, аналогично $m_{1'}$ – это число ветвей группы 1', а $m_{4'}$ – ветвей группы 4'.

Этому минору соответствует дополнительный минор из элементов строк группы 4

$$H_{4\bar{x}} = |\mathbf{B}_{4\bar{1}'} \quad \mathbf{Z}_{4\bar{4}'}|, \quad (5)$$

в который входят столбцы $\bar{1}'$ группы 1, не вошедшие в группу 1', и столбцы $\bar{4}'$ группы 4, не вошедшие в группу 4'. Их объединение дает множество $\bar{x} = \bar{1}' \cup \bar{4}'$.

Для нахождения определителя Δ_H нужно просуммировать с соответствующим знаком все произведения указанных миноров для всех сочетаний столбцов, входящих в группу x , то есть

$$\Delta_H = \sum_x H_{1x} H_{4\bar{x}} S_{1x}, \quad (6)$$

где S_{1x} – знак алгебраического дополнения минора H_{1x} . Он определяется суммой n_1 номеров ветвей группы 1 и суммой n_x номеров ветвей группы x , то есть

$$S_{1x} = (-1)^{n_1 + n_{1'} + n_{4'}}.$$

Причем, нумерацию строк группы 1 осуществляем по порядку и в этом случае n_1 можно заменить на $m_1 + 1$, то есть

$$S_{1x} = (-1)^{m_1 + n_{1'} + n_{4'} + 1}. \quad (7)$$

Рассмотрим определение H_{1x} . Используем разложение определителя по элементам столбцов группы 1'. Образует минор $Y_{1'1^*}$ из столбцов группы 1' и строк группы 1* (часть строк группы 1). Ему соответствует дополнительный минор подматрицы $\mathbf{Q}_{14'}$, образованный строками множества $\bar{1}^*$ группы 1, не входящими в множество 1^* и столбцами группы 4'. В результате получаем

$$H_{1x} = \sum_{\bar{1}^*} Y_{1'1^*} Q_{\bar{1}^*4'} S_{\bar{1}^*1^*}. \quad (8)$$

При определении знака $S_{1^*1'}$, следует учесть, что нумерация столбцов группы $1'$ в миноре H_{1x} осуществляется по порядку, а нумерация строк такая же, как в исходной матрице, то есть

$$S_{1^*1'} = (-1)^{n_{1^*} + m_{1'} + 1}, \quad (9)$$

где $m_{1'}$ – число столбцов группы $1'$.

По аналогии разложением по элементам столбцов группы $\bar{4}'$ получаем:

$$H_{4\bar{x}} = \sum_{4^*} B_{\bar{4}'1^*} Z_{4^*4'} S_{4^*4'}. \quad (10)$$

где

$$S_{4^*4'} = (-1)^{n_{4^*} + m_{4'} + 1}. \quad (11)$$

Подставляя выражение H_{1x} , согласно формулы (8), и $H_{4\bar{x}}$, согласно формулы (10), в выражение (6), получаем:

$$\Delta_H = \sum_x \sum_{1^*} \sum_{4^*} Y_{1^*1'} Z_{4^*4'} Q_{\bar{1}'4^*} B_{\bar{4}'1^*} S, \quad (12)$$

где

$$S = S_{1^*1'} S_{4^*4'} S_{1x} = (-1)^{(n_{1^*} + m_{1'} + 1) + (n_{4^*} + m_{4'} + 1) + (m_1 + n_1 + n_{4'} + 1)} = (-1)^{n_{1^*} + n_{1'} + n_{4^*} + n_{4'} + m_1 + m_{1'} + m_{4'} + 1}.$$

Учитывая, что $m_1 + m_{1'} = m_{\bar{1}'}$, а $\bar{1}' \cup \bar{4}' = \bar{x}$, получаем

$$S = (-1)^{n_{1^*} + n_{1'} + n_{4^*} + n_{4'} + m_{\bar{x}} + 1}. \quad (13)$$

Неособенная подматрица, соответствующая минору $Q_{\bar{1}'4^*}$, определяется для подграфа, образованного закорачиванием всех ветвей дерева, кроме ветвей группы $\bar{1}^*$, и удалением всех связей, кроме связей группы $4'$. Аналогично подматрица, соответствующая минору $B_{\bar{4}'1^*}$, определяется для подграфа, в котором закорочены все ветви дерева, кроме ветвей группы $\bar{1}'$, и удалены все связи кроме связей группы $\bar{4}^*$. Указанные определители имеют значения ± 1 . Правила их определения даны в работах [1, 2].

Можно также учесть, что

$$\mathbf{B}_{\bar{4}'1^*} = -(\mathbf{Q}_{\bar{1}'4^*})^t,$$

Тогда уравнение (12) запишется как

$$\Delta_H = \sum_x \sum_{1^*} \sum_{4^*} Y_{1^*1'} Z_{4^*4'} Q_{\bar{1}'4^*} Q_{\bar{1}'4^*}^t S, \quad (14)$$

где

$$S = (-1)^{n_{1^*} + n_{1'} + n_{4^*} + n_{4'} + m_{\bar{x}}} . \quad (15)$$

В уравнениях (12) и (14) определитель $Y_{1^*1'}$ определяется как сумма весов общих деревьев для подграфов, в которых удалены z -связи и закорочены все ветви дерева кроме подребер подмножества 1^* в первом подграфе и подребер множества $1'$ – во втором [2]. Аналогично $Z_{4^*4'}$ определяется как сумма весов общих дополнений деревьев в подграфах, в которых оставлены связи групп 4^* и $4'$, соответственно [2].

Общие деревья подмножеств 1^* и $1'$ могут отличаться лишь заменой подребер многомерных ребер на подребра того же ребра. Аналогично для общих дополнений деревьев подмножеств 4^* и $4'$. На упомянутые множества подребер накладываются ограничения: 1) подребра множеств $4'$ должны образовать дерево в подграфе из подребер 1^* и $4'$; 2) подребра множеств 4^* должны образовать дерево в подграфе из подребер $1'$ и 4^* . Остальные подребра упомянутых подграфов удаляются: u -ветви закорачиванием, а z -ветви размыканием.

Первое ограничение определяется тем, что определитель $Q_{1^*4'}$ отличен от нуля, когда столбцы определителя соответствуют подребрам дерева, образованного подребрами группы $4'$. Аналогично второе ограничение следует из того, что определитель $Q_{1^*4^*}$ отличен от нуля, когда столбцы определителя соответствуют подребрам дерева, образованного подребрами группы 4^* .

Литература

1. Хусаинов Ш.Н. Топологические формулы электрических схем с многополюсными элементами. //Изв. АН СССР: Энергетика и транспорт. – 1974.– № 2. – С. 160 – 164.
2. Хусаинов Ш.Н. Топологические формулы для матриц проводимостей сечений и контурных сопротивлений электрических цепей с многополюсными элементами // Изд. ЮУрГУ, г. Челябинск. – 1999. – 17 с.
3. Хусаинов Ш.Н. Топологические формулы для определителей матриц проводимостей электрических цепей с многополюсниками // Электричество. – № 2. – 2003. – С. 47 – 52.
4. Хусаинов Ш.Н. Смешанный контурно-узловой метод анализа электрических схем с многополюсными элементами. // Сб. «Теоретическая электротехника».– г. Львов, 1976.– № 20, – С. 11 – 15.

Хусаинов Шамиль Нагимович – д.т.н., профессор Южно-Уральского государственного университета. г. Челябинск, 454080, пр. им. В.И. Ленина, 76, раб.тел. (8-351)264-91-51, дом.тел. (8-351)742-98-45, e-mail: shanh@susu.ac.ru.

THE METHOD OF REALIZATION OF BLOCK-DIAGRAMS OF ELECTRONIC NETWORKS BASED ON TRANSCONDUCTANCE AMPLIFIERS

V.V. Filaretov, K.S. Gorshkov

The method of realization of a block-diagram is described in details and the algorithm of transconductance realization is presented. The results of circuit simulation of electric networks based on the transconductance amplifiers are discussed and a comparison between these networks and conventional operational amplifiers based circuits is made.

Key words: block-diagram, transconductance amplifier (transconductor), operational amplifier, signal-flow graphs, matrix, branch or a controlled source extraction, MOS design, circuit simulation.

Introduction. Block-diagrams represent physical connections between the real elements of electronic networks or systems, which define the information, functional and energy transformations of signals. They are often used at all three main stages of network design, i.e. systematic, circuit and structural. For example block-diagrams of amplifiers with additive corrections are presented [1, 2] are given in Fig. 1,a,c and block-diagram of an amplifier with a combined feedback [2] is presented in Fig. 1,b. The transfer functions of an amplifiers are described respectively as

$$S = K_1 + K_2\beta - K_1K_2\mu, \quad (1)$$

$$S = (K_1K_2)/1 + K_1K_2\beta - K_2, \quad (2)$$

$$S = \mu_2(K_1 + \mu_1K_2) + (K_3(\mu_1 - K_1\beta))/1 + K_2\beta. \quad (3)$$

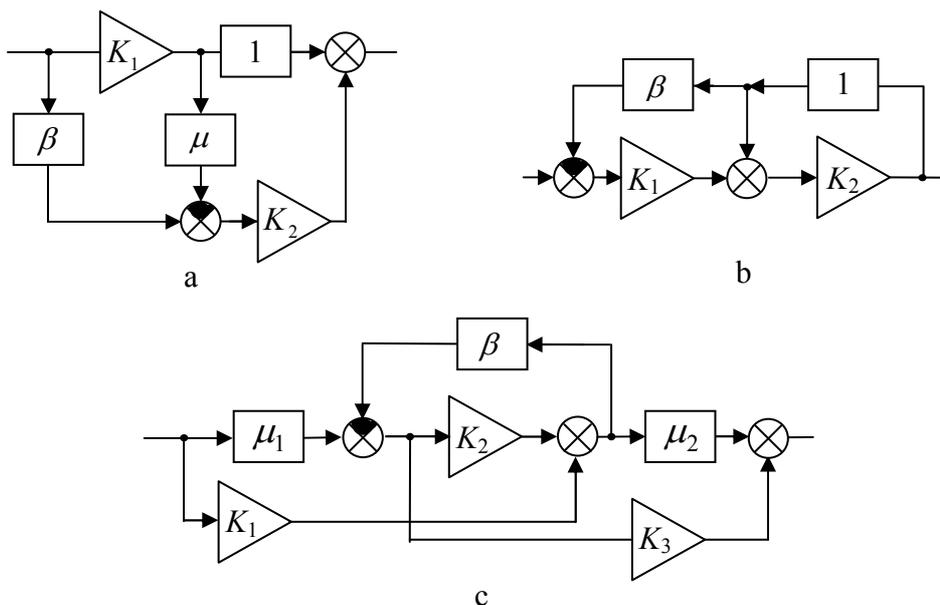


Fig. 1. The block-diagrams of the amplifiers with additive correction (a, c) and with combined feedback (b)

The process of the network design, as any creative work, is poorly formalized, that is why it is very important that the transition from one designing stage to the other must be transparent and unambiguous. Unfortunately, employing only traditional methods and conventional elements this requirement is difficult to accomplish in block-diagrams realization.

So, the results of realizations on operational voltage amplifiers based circuits of block-diagrams in Fig. 1 are presented in Fig. 2.

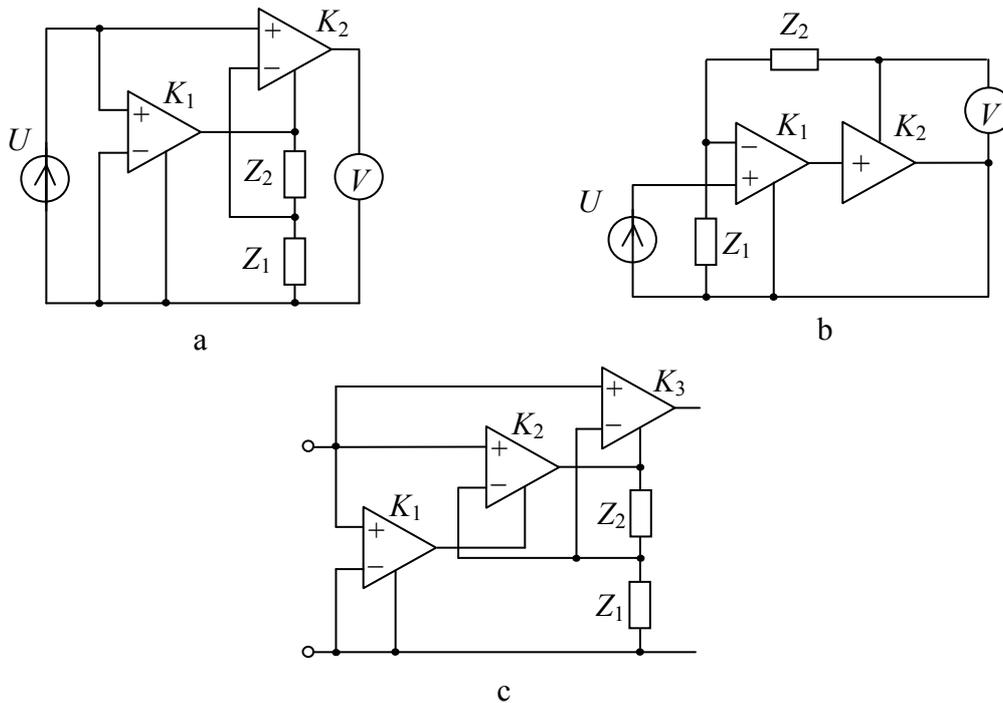


Fig. 2. The realizations of block-diagrams in Fig. 1

The main disadvantage of the existing heuristic approach to the realization is the absence of clarity of transition from the block-diagram to the electronic network. Moreover, the usage of the traditional precision elements in realization of block-diagrams inevitably leads to the increase of inaccuracy. The expression of amplification coefficients of the diagram in Fig. 2 will correspond to the expressions (1)–(3) for the initial block-diagrams only when the requirements of adjustment have been taken in to consideration. The requirements of adjustment must be met even if the influence of input resistances and output resistances of amplifiers is negligible.

For example, transfer functions of electronic networks in Fig. 2,a and Fig. 2,b correspond to transfer functions (1) of block-diagrams in Fig. 1,a and Fig. 1,b respectively at $\mu = Z_1/(Z_1 + Z_2)$ and $\beta = 1$ (the adjustment requirements)

$$S = \frac{K_1(Z_1 + Z_2) + K_2(Z_1 + Z_2) - K_1 Z_1 K_2}{(Z_1 + Z_2)}, \quad (4)$$

$$S = K_1 Z_1 K_2 / Z_1 (K_1 K_2 + 1 - K_2). \quad (5)$$

For the block-diagram in Fig. 1,c at $\beta = Z_1/(Z_1+Z_2)$ and $\mu_1=\mu_2=1$ (the adjustment requirements)

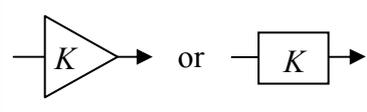
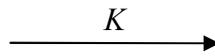
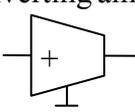
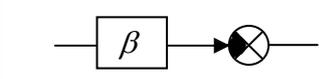
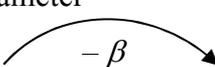
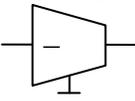
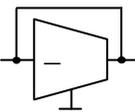
$$S = \frac{Z_1(K_1(1-K_3) + K_2 + K_3) + Z_2(K_1 + K_2 + K_3)}{Z_1(K_2 + 1) + Z_2} \quad (6)$$

The suggested method of the transconductance realization [5] allows to create electronic networks on the base of modern elements, which will have the transfer functions identical for the transfer functions of initial block-diagrams.

The description of the method. In the field of network analysis the transconductance amplifier is defined as an unideal voltage controlled current source (VCCS) [3, 4]. A transconductance amplifier (G_m amplifier) produces the current I_{out} proportional to the input voltage ΔU_{in}

$$I_{out} = \Delta U_{in} G_m. \quad (7)$$

Table 1. Elements of a block-diagram and a signal-flow graph

№	Elements of block-diagram	Elements of signal-flow graph	Realization of the transconductance amplifiers
1		An arc with positive parameter 	A noninverting amplifier 
2	A feedback circuit 	An arc with negative parameter 	A inverting amplifier 
3	A summator or node 	A node 	A resistor 

There are two application modes of a transconductance amplifier: a differential amplifier (lines 1–2, Table 1) and a voltage controlled resistor (line 3, Table 1).

For the substantiation of the transconductance realization method it is necessary to consider the representation of the block-diagrams in the form of signal-flow graph [6, 7], with the following isomorphic realization of its elements by means of transconductance amplifiers.

The arbitrary block-diagram of the electronic device can be represented by means of a signal-flow graph (columns 1–2, Table 1). A signal-flow graph is a conditional graphic presentation of a set of equations, which is expressed in cause-and-effect form. The variables of an equations set (voltage, current) are presented as nodes of the graph, and the coefficients are presented as arcs of the graph. Each arc has a direction and is characterized by a transfer constant. The

transfer functions of a signal-flow graph can be produced by means of the formula (the rule of loops) [6].

In general view the set of equations of signal-flow graph has the form of [7]

$$X = A X + B X_0, \tag{8}$$

$\begin{matrix} n \times 1 & n \times n & n \times 1 & n \times m & m \times 1 \end{matrix}$

where X is the vector of the unknown variables of dimensionality n , X_0 is the vector of the known variables of dimensionality m , $A = [a_{ij}]$ is the matrix of the transfer constants of the arcs $n \times n$, $B = [b_{ij}]$ is the matrix of unit transfer constants from source $n \times m$. In the implicit form the expression (8) is presented in the form of

$$[\mathbf{1} - A] X = B X_0, \tag{9}$$

$\begin{matrix} n \times n & n \times 1 & n \times m & m \times 1 \end{matrix}$

where $\mathbf{1}$ is a unit matrix. Note, that the presence of the units in the leading diagonal of the matrix in the expression (9) implies the presence of the loops with a unit transfer constant in the graph. But for signal-flow graphs the presentation of such loops is not necessary.

For example, the classic block-diagram of the amplifier with negative feedback that was described on the Fig. 3,b by the signal-flow graph (variables x_1 and x_2 have dimensionality of the voltage) is presented in Fig. 3,a. This graph represent the following set of equations in the cause-and-effect form:

$$x_1 = 1 - \beta x_2, \quad x_2 = K x_1, \tag{10}$$

or in the matrix form according to the expression (8)

$$\begin{bmatrix} 1 & \beta \\ -K & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

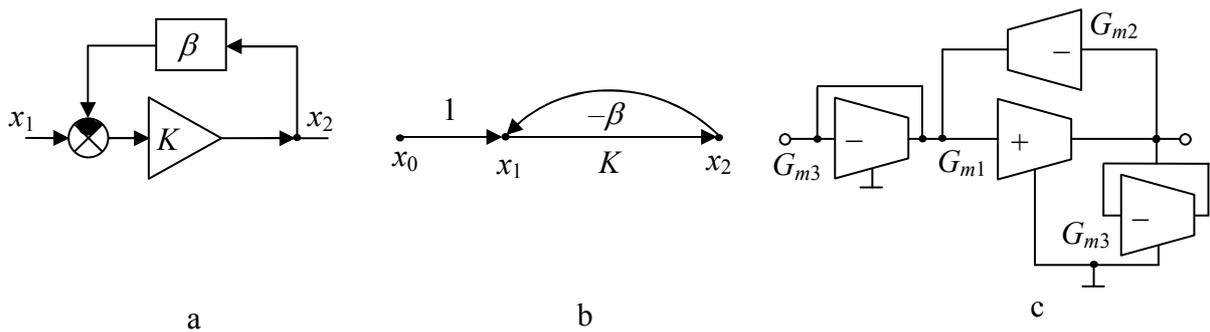


Fig. 3. The block-diagram of amplifier with a negative feedback (a), its signal-flow graph (b) and its transconductance realization (c)

The transfer function of the signal-flow graph in Fig. 3,a will be: $S=K/(1+K\beta)$. The similar result can be got from the solution of the set of equations (11) by the Kramer's rule

$$x_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -K & 0 \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} 1 & \beta \\ -K & 1 \end{bmatrix} = \frac{K}{1 + K\beta}. \quad (12)$$

It is obvious that the presentation of the block-diagrams of the electronic networks by the matrix (9) with the units in the leading diagonal allows to use the conventional matrix approach for the analysis. For the transconductance realization of the block-diagram it is important that there is the possibility of presenting any square matrix of the order n , in the form of the equivalent electronic network based on VCCS [7]. It allows to solve the set of equations in the circuitry-algebraic form on the base of its presentation by electronic networks and to avoid the usage of the *Kramer's* rule. Under the Generalized Parameter Extraction Method [8–10] the symbolic expression of the response for the circuit in Fig. 4,a can be found by the formula

$$U = (\Delta N / \Delta D) J, \quad (13)$$

where ΔN , ΔD are the determinants of the circuits, expressed by a numerator and a denominator respectively. The Generalized Parameter Extraction Method is based on the results of [8–12].

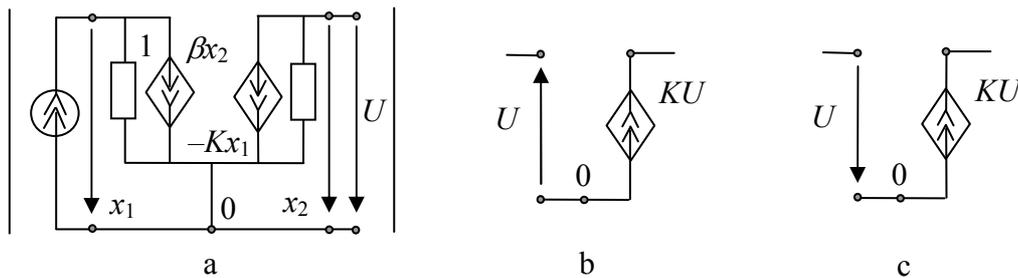


Fig. 4. The representations of the set of expressions (6) (a), an inverting amplifier (b), a noninverting amplifier (c)

For the circuit in Fig. 4,a:

$$\Delta N = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \beta x_2 & -K x_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_1 & 0 & x_2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -K & 0 \\ -K & 0 & 0 \end{vmatrix} = (-1) \begin{vmatrix} 0 & -K \\ 0 & -K \end{vmatrix} = K \quad (14)$$

$$\Delta D = \begin{vmatrix} 1 & \beta x_2 & 1 \\ \beta & -K & \beta \\ x_1 & 0 & x_2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 + \begin{vmatrix} \beta & -K \\ -K & \beta \end{vmatrix} = 1 + (-1) \begin{vmatrix} \beta & -K \\ \beta & -K \end{vmatrix} = 1 + K\beta \quad (15)$$

So, the symbolic expression of the response for the circuit in Fig. 4,a is $U = K / (1 + K\beta)$.

In general, each nonzero i -th element of the vector BX_0 in the set of equations (9) is expressed in the networks by the current source directed from the node 0 to the node i . The receiver of required voltage is directed from the corresponding node to the node 0.

Thereby, the presentation of a set of equations by the electronic network provides the solution in the analog form without the usage of the *Kramer's* rule. Note, that transconductance amplifiers are used as a simulative element instead of operational amplifiers, which are used in traditional analog simulation [5].

For the transconductance realization of the block-diagram in Fig. 3,a both the inverting (see Fig. 4,b) and the noninverting amplifiers are used (see Fig. 4,c). The expression of the diagonal element of the matrix in the circuit requires the inverting amplifiers in accordance with orientation of VCCS (see Fig. 4,b).

At the presentation of the set of equations (9), as well as the signal-flow graph, the sign of the elements not belonging to the leading diagonal is changing. Hence, the arcs with the positive transfer constants are expressed by a noninverting amplifiers, the arcs with negative transfer constants by an inverting amplifiers, and the diagonal elements by a resistors, by connecting the input and output of inverting amplifiers. Thereby, it is possible to present the signal-flow graph directly in the form of transconductance amplifiers based circuit, but with the appearance of a certain inaccuracy in the consequence of unideality.

It is supposed that electronic networks based on transconductance amplifiers will be connected to a current source. For potential networks, in respect to the circuits in Fig. 2, it is necessary to use the equivalent transformation of the current source to the EMF source. That will bring about the appearance of a new input node in the circuit [5].

The presentation of a block-diagram in the form of a signal-flow graph is an intermediate stage of the transconductance realization and is necessary, first of all, for understanding of the proposed method. For deriving transconductance amplifiers based circuits only block-diagrams by itself are enough.

The algorithm of transconductance realization in accordance with Table 1 (columns 1, 3) will be the following [5]: 1) the initiating of the main nodes corresponding to the nodes and the summators of the block-diagram; 2) the initiating of the new input node as a result of the transformation of the current source in to the EMF source; 3) the adding of transconductance amplifiers, as a conductivity of 1 cm (line 3, Table 1), between the input node or the node of the block-diagram and the new input node; 4) the adding of noninverting amplifiers in respect to the elements of block-diagram with a positive transfer constant (line 1, Table 1); 5) the adding of a noninverting amplifiers in respect to the elements of a block-diagram with a negative transfer constant (line 2, Table 1); 6) the adding of transconductance amplifiers, as conductivity of 1 cm, between

the main nodes (new input nodes excluded) and a earthed node, in accordance with the nodes or the summator of the block-diagram (line 3, Table 1).

For example, the result of the transconductance realization of the block-diagram in Fig. 3,a is presented in Fig. 3,c, where $G_{m1}=K$, $G_{m2}=-\beta$, $G_{m3}=1$.

The proposed method has been realized in the freeware symbolic circuits analysis program *SCAD* (<http://levul.org/sm/symbolic.htm>).

The examples. The transconductance realizations of block-diagrams in Fig. 1 are presented in Fig. 5. We obtain the network functions of the realized electronic networks based on transconductance amplifiers, employing the Generalized Parameter Extraction Method [8] or the program *SCAD*, and compare the results with the transfer constants of the initial block-diagrams.

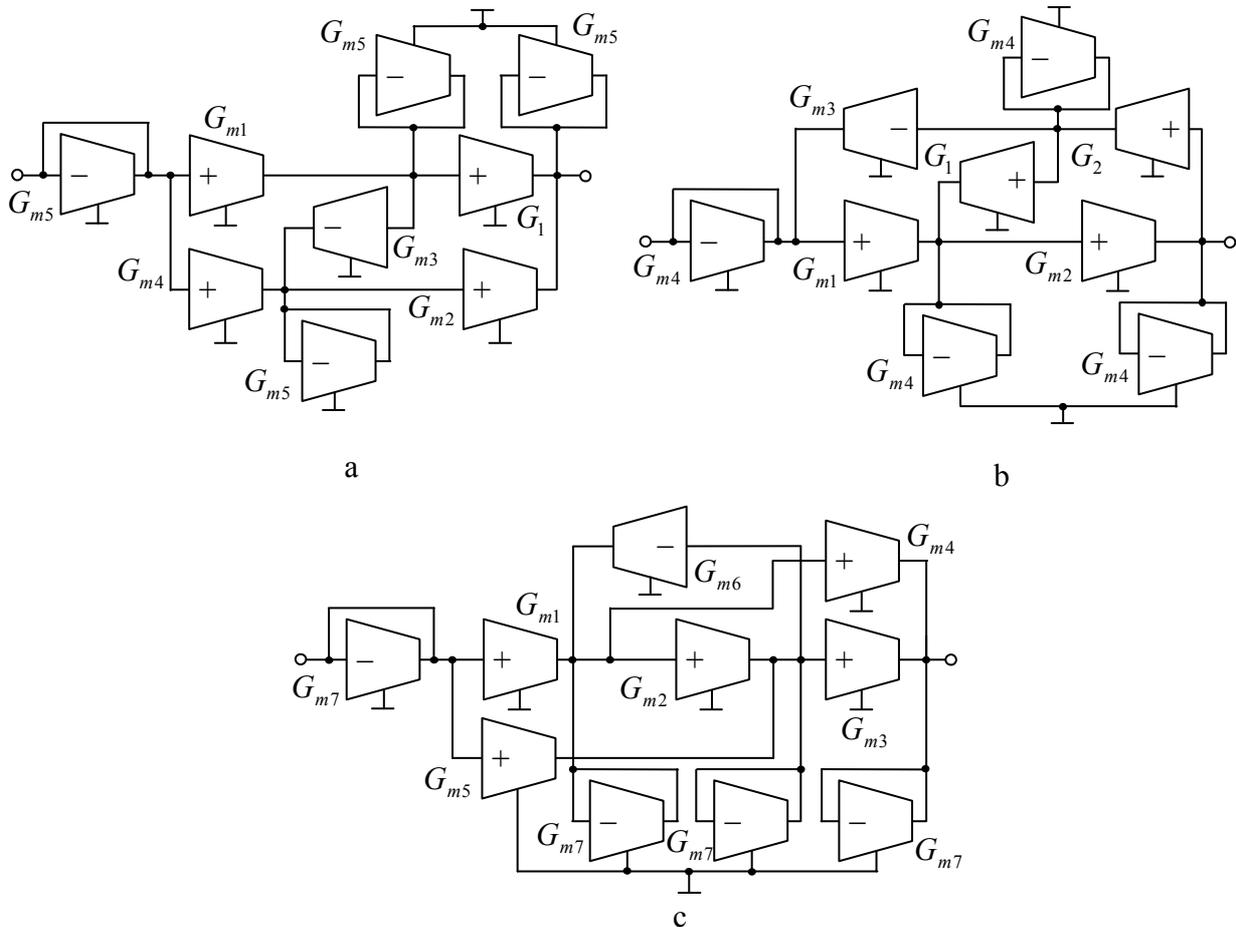


Fig. 5. The transconductance realizations of block-diagrams in Fig. 1

For the circuits in Fig. 5,a–c the results will be the following:

$$U = \frac{G_1 G_{m1} G_{m5} G_{m5} + G_{m2} ((G_{m4} G_{m5} - G_{m1} G_{m3}) G_{m5})}{G_{m5}}, \quad (16)$$

where $G_{m1} = K_1$, $G_{m2} = K_2$, $G_{m3} = \mu$, $G_{m4} = \beta$, $G_{m5} = g = 1$, $G_1 = 1$;

$$U = \frac{G_{m1} G_{m2} G_{m4}}{G_2 G_{m1} G_{m2} G_{m3} - G_1 G_2 G_{m2} G_{m4} + G_{m4}}, \quad (17)$$

where $G_{m1} = K_1$, $G_{m2} = K_2$, $G_{m3} = \beta$, $G_{m4} = g = 1$, $G_1 = 1$, $G_2 = 1$;

$$U = \frac{G_{m5}((G_{m7}G_{m7} + G_{m2}G_{m4})G_{m7}) + G_{m3}((G_{m4}G_{m7} - G_{m6}G_{m1})G_{m7})}{G_{m2}(G_{m6}G_{m7}) + G_{m7}}, \quad (18)$$

where $G_{m1} = K_1$, $G_{m2} = K_2$, $G_{m3} = K_3$, $G_{m4} = \mu_1$, $G_{m5} = \mu_2$, $G_{m6} = \beta$, $G_{m7} = g = 1$.

The derived expressions (16)–(18) correspond to the transfer functions (1)–(3) of amplifiers in Fig. 1,a–c.

Conclusions 1. The proposed method provides the realization of block-diagrams in transconductance amplifiers based circuits, granting «the second life» to many successful block-diagrams of the past years. 2. Unlike the traditional methods, the offered method allows to derive the transfer function of the electronic network based on transconductance amplifiers completely identical to the transfer function of the initial block-diagram, not taking in to consideration the requirements of the adjustment. 3. The transconductance representation allows to solve the systems of linear algebraic equations of any physical nature, both in digital, and in analogue form.

References

1. H. S. Black. Translating system. US Patent 1686792. – Oct. 9, 1928.
2. Volgin L. I. The topological models of the amplifiers of electric signals. – Russia Tolyatti.– 2002. – 90 p.
3. Yao L, Steyaert M., and Sansen W. Fast-settling CMOS two-stage operational transconductance amplifiers and their systematic design // Proc. of the international symposium on circuits and systems (ISCAS-2002).– May 2002. – Vol. 2. – P. 839–842.
4. Korotkov A. S., Morozov D. V. Transconductance amplifier with low-power consumption // IEEE Trans. on circuits and systems–II: Express briefs.– 2.–2005.– Vol.52, N 11.– P. 776–779.
5. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Transconductance Realization of Block-diagrams of Electronic Networks // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08).–Krakow, Poland.–2008.–P.261–264.
6. Mason S.J. Feedback theory – further properties of signal flow-graphs // Proc. IRE. – 1956.– Vol. 44. – P. 920–926.
7. Lin P.M., Symbolic Network Analysis. – Elsevier: Amsterdam–Oxford–New York–Tokyo.– 1991.– 319 p.
8. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology Russia.– 1998.– No. 2. – P. 46-61.
9. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in symbolic network analysis // Proc. ECCTD. Kraków, Poland.– Sept. 2003. – Vol. 2.– P. 406–409.

10. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proc. 8th Int. Workshop on Symbolic methods and applications to circuit design. Wroclaw, Poland.–Sept.2004.–P.8–11.

11. Milic M.M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // IEEE Trans. Circuits and Systems.– March 1974.– Vol. CAS-21, no. 2.– P. 177–183.

12. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // Circuit Theory and Applications.– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.

Filaretov Vladimir – Department Electrical Engineering, the Ulyanovsk State Technical University, Severny Venets St., 32, Ul'yanovsk, Russia, e-mail: vvfil@mail.ru

Gorshkov Konstantin – Department Electrical Engineering, the Ulyanovsk State Technical University, Severny Venets St., 32, Ul'yanovsk, Russia, e-mail: K.Gorshkov@ulstu.ru

CURRENT-MODE MULTIFUNCTION FILTER USING SINGLE MULTI-OUTPUT CURRENT AMPLIFIER

Herencsár N., Koton J., Lattenberg I., and Vrba K.

В статье представлена новая топология многофункционального частотно-избирательного фильтра с МОСА (Multi Output Current Amplifier) элементом, работающим в токовом режиме. Описан общий метод проектирования фильтра, при котором в качестве исходной схемы берется простая автономная цепь. Также представлена внутренняя структура активного элемента, которая была использована для моделирования фильтра в программе PSpice.

1. Introduction. In the present days in technical literature the trend noticed in the area of analog filter design concerns reducing the supply voltage of integrated circuits with VLSI, which results in the ever greater popularity of the current-mode [1]. In current-mode circuits it is possible to decrease the supply voltage to maintain a sufficient signal-to-noise ratio, which is better than in the case of voltage-mode circuits. Circuit structures are often presented that can realize several circuit functions simultaneously such as low-pass filter, band-pass filter and high-pass filter. Structures such as these are called multifunction frequency filters.

In this paper we present a novel circuit of current-mode multifunction filter using a single MOCA element. These filters are often appropriate for signal processing in the analog sections of high-speed data communication systems, in

cable modems, in hard-drive communication interfaces or in piezoresistive pressure sensors.

2. Description of Current Amplifiers. From the standpoint of output currents, the most generalized current amplifiers are the BOCA (Balanced Output Current Amplifier) with balanced current outputs and the multi-output MOCA (Multi Output Current Amplifier) [2], [3], which has four outputs. Choosing the current transmissions n_1 and n_2 of the BOCA element as +1 or -1, we obtain a CMI (Current Mirrors and Inverters) [4] element. In the case of the MOCA element we restrict the current transmissions for n_1 to n_4 in relations +/-1, then we speak about a MOCB (Multi Output Current Buffer) [2] element. For the realization of CMI and MOCB it is possible to use [2] the Universal Current Conveyor (UCC) [5]-[7]. The schematic symbol and M-C (Mason-Coates) graph of the Multi-Output Current Amplifier is shown in Fig. 1.

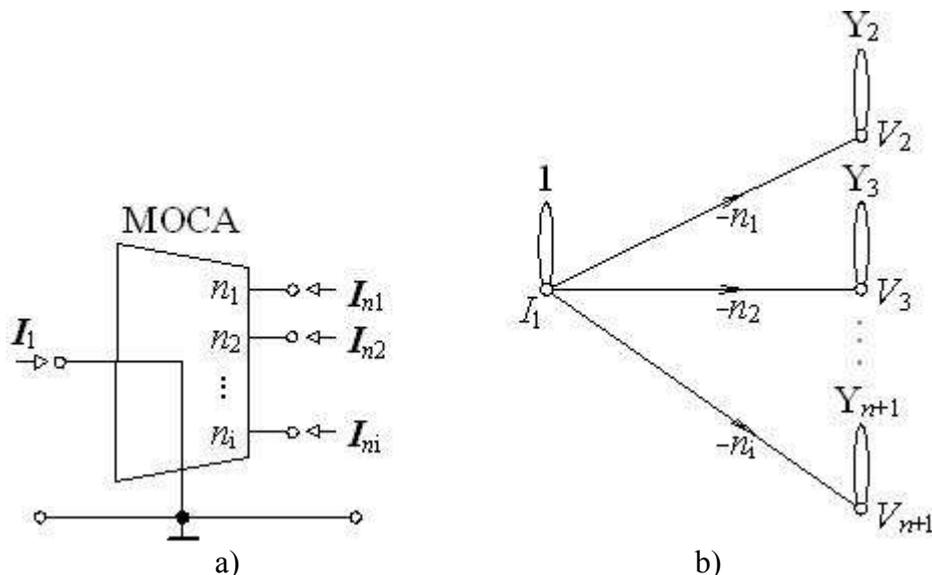


Fig. 1. a) Schematic symbol of the Multi-Output Current Amplifier (MOCA),
b) M-C graph of the current amplifier

The output currents of the Multi-Output Current Amplifier (Fig. 1,a) are given by the following equations:

$$I_{n1} = n_1 I_1, \quad I_{n2} = n_2 I_1 \quad \text{to} \quad I_{ni} = n_i I_1, \quad (1)$$

where I_1 is the input current of the circuit, parameters n_1, n_2 to n_i are the current mu-factors, whose values could be from +/-1 to cca. +/-50 (limited by reason of the realization in integrated form). The symbols I_{n1}, I_{n2} to I_{ni} are output currents of the element.

3. Application example. For the verification of the filters using an MOCA element with four outputs (for $i = 4$) the autonomous circuit according to Fig. 2 has been selected. The characteristic equation of this circuit has been obtained using the SNAP [8] software for symbolic and semisymbolic analysis and it has the form:

$$D = Y_1Y_3 + Y_1Y_5 + Y_2Y_3 + Y_2Y_5 + Y_3Y_4 + Y_3Y_5 + Y_4Y_5 + n_1Y_1Y_3 + n_1Y_1Y_5 + n_1Y_2Y_3 + n_1Y_2Y_5 + n_1Y_3Y_4 + n_1Y_3Y_5 + n_1Y_4Y_5 + n_2Y_3Y_4 + n_2Y_4Y_5 + n_3Y_4Y_5 = 0. \tag{2}$$

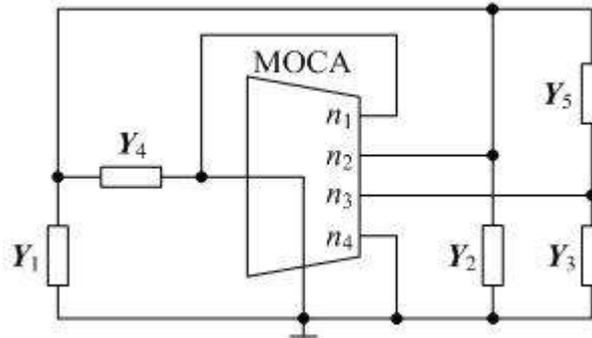


Fig. 2. Basic autonomous circuit using a simple MOCA element

Due to the choice of passive elements and the formulation of admittances $Y_1 = sC_1$, $Y_2 = G_1$, $Y_3 = sC_2$, $Y_4 = G_2$, $Y_5 = G_3$, equation (2) of this circuit changes to a form which satisfies the feasibility conditions of the second-order frequency filter:

$$D = s^2C_1C_2(1+n_1) + s(C_1G_3+n_1C_1G_3+C_2G_1+n_1C_2G_1+n_1C_2G_2+n_2C_2G_2+C_2G_2+C_2G_3+n_1C_2G_3) + G_3(G_1+n_1G_1+G_2+n_1G_2+n_2G_2+n_3G_2) = 0, \tag{3}$$

where $s = j\omega$ is the complex variable. The multifunction frequency filter designed in the current-mode and its M-C graph are shown in Fig. 3.

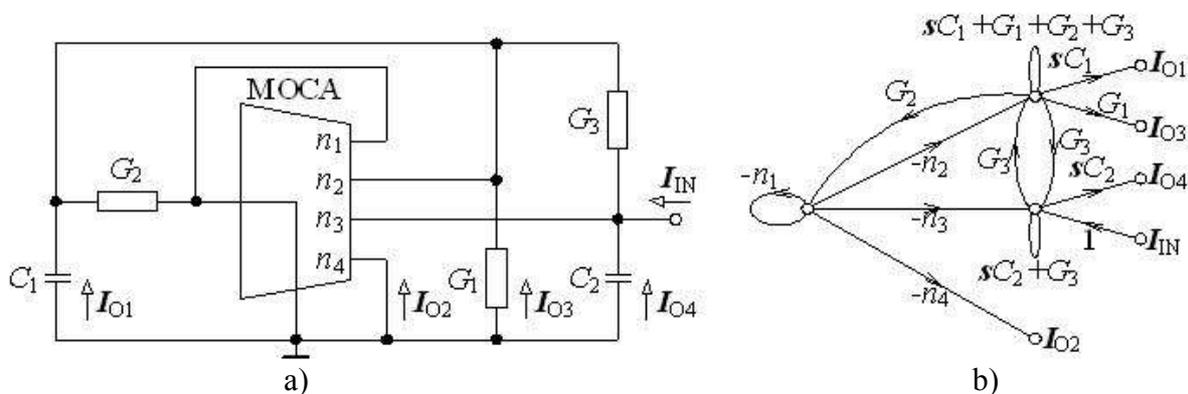


Fig. 3. a) Current-mode multifunction frequency filter, b) M-C graph of the proposed multifunction filter

In case the input is the I_{IN} terminal, the circuit can be used to implement the following transfer functions in the current-mode:

$$\begin{aligned} K_{LP1} &= \frac{I_{O2}}{I_{IN}} = -\frac{n_4 G_2 G_3}{D}, & K_{LP2} &= \frac{I_{O3}}{I_{IN}} = \frac{G_1 G_3 (1+n_1)}{D}, \\ K_{BP} &= \frac{I_{O1}}{I_{IN}} = \frac{s C_1 G_3 (1+n_1)}{D}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{and } K_{HP} = \frac{I_{O4}}{I_{IN}} = \frac{s^2 C_1 C_2 (1+n_1) + s C_2 (G_1 + G_2 + G_3 + n_1 G_1 + n_1 G_2 + n_1 G_3 + n_2 G_2)}{D}, \quad (5)$$

if $n_1 = -2$ and $n_2 = +3$. The circuit according to Fig. 3a) is a multifunction circuit, i.e. this structure allows a second-order low-pass filter, band-pass filter and high-pass filter to be implemented. All filters have in their denominator the same left side of characteristic equation (3). The characteristic frequency ω_0 and the quality factor Q_0 are identical for all types of filter:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_3 (G_1 + n_1 G_1 + G_2 + n_1 G_2 + n_2 G_2 + n_3 G_2)}{C_1 C_2 (1+n_1)}}, \quad (6)$$

$$Q_0 = \frac{\sqrt{C_1 C_2 G_3 (G_1 + n_1 G_1 + G_2 + n_1 G_2 + n_2 G_2 + n_3 G_2) (1+n_1)}}{C_1 G_3 + n_1 C_1 G_3 + C_2 G_1 + n_1 C_2 G_1 + n_1 C_2 G_2 + n_2 C_2 G_2 + C_2 G_2 + C_2 G_3 + n_1 C_2 G_3}. \quad (7)$$

4. Simulation results. The method of implementing of a current-mode multifunction filter according to Fig. 3a) using the multi-output second-generation current conveyor MO-CCII+/- is shown in Fig. 4.

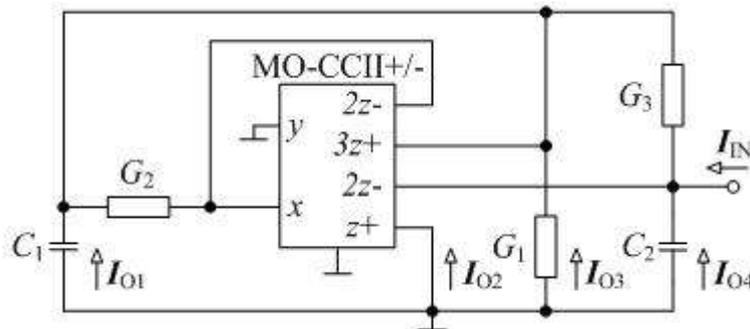


Fig. 4. Method of implementation of the multifunction filter according to Fig. 3a) using MO-CCII+/-

For computer simulation the enlarged transistor structure of the second-generation current conveyor MO-CCII+/- model according to Fig. 5 has been selected, which is based on the BJT topology of CCII+/- presented in [9]. A supply voltage of ± 2.5 V and the bias current $I_B = 400 \mu\text{A}$ have been chosen. PNP and NPN transistors were simulated in the PSpice software using the

commercially available NUHFARRY and PUHFARRY models [10], which simulate the high-frequency transistor arrays HFA 3046/3096/3127/3128.

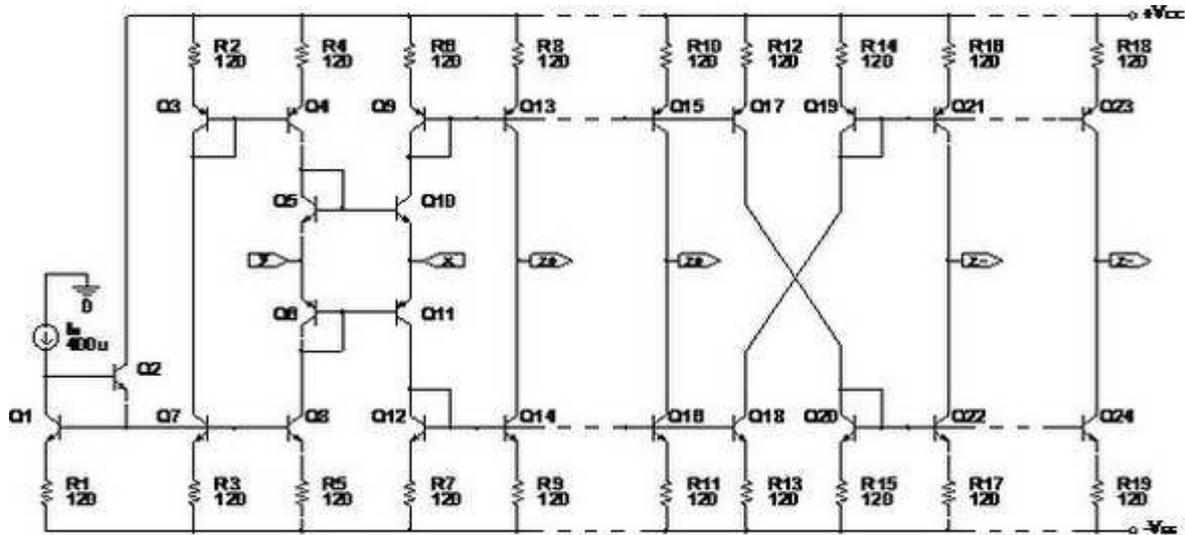


Fig. 5. Internal structure of the MO-CCII+/-

For the verification of the proposed circuit according to Fig. 3a) the mu-factors $n_1 = -2$, $n_2 = +3$, $n_3 = -2$ and $n_4 = +1$ have been chosen, which are also included in the circuit using MO-CCII+/- according to Fig. 4 and they donate how many current outputs z are mutually connected. We designed a filter with the pole frequency $f_0 \approx 1$ MHz and the values of capacitors and resistors were chosen as follows: $C_1 = C_2 = 150$ pF, $R_1 = 1/G_1 = R_2 = 1/G_2 = R_3 = 1/G_3 = 1$ k Ω . The simulated frequency responses of the current-mode second-order low-pass, band-pass and high-pass filters in the implementation of the proposed filter according to Fig. 4 using an MO-CCII+/- are illustrated in Fig. 6. The low-pass filter No.1 (LP1) exhibits in the high-frequency region worse frequency properties and is not presented in Fig. 6.

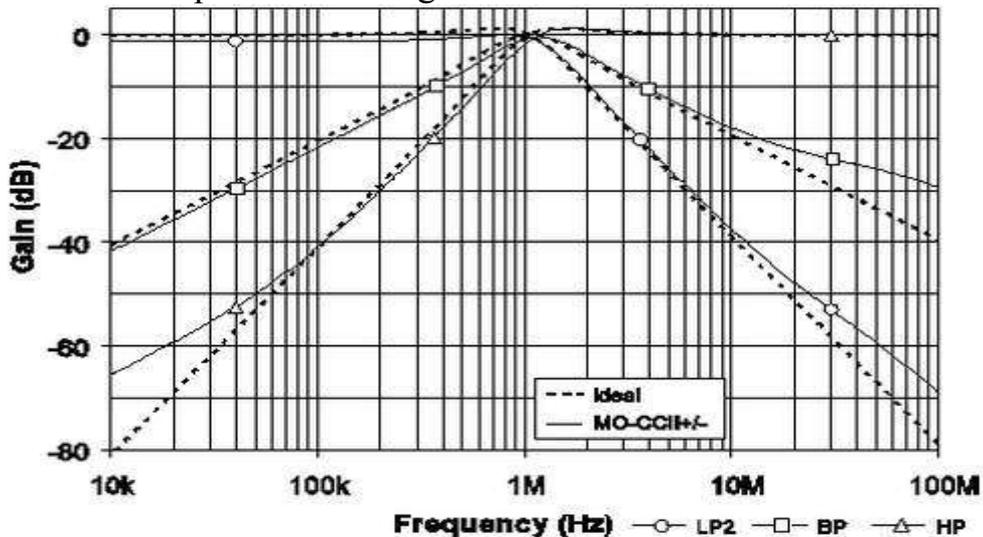


Fig. 6. Simulated characteristics of the multifunction filter according to Fig. 3a) using an MO-CCII+/- circuit according to Fig. 4

From the simulation results it is evident that the implementation using the BJT structure of the MO-CCII+/- element exhibits good frequency properties in the whole frequency band monitored.

5. Conclusion. In the paper, a novel autonomous circuit employing a MOCA current amplifier is presented. In these current amplifiers the current mu-factor can be larger than +/-1. The proposed circuit has been analyzed using signal-flow graphs, by means of which it is possible to design current-mode multifunction frequency filters. In the work a possible internal transistor structure of the MO-CCII+/- element is shown. In the computer simulation the commercially available PNP and NPN transistors NUHFARRY and PUHFARRY have been used in the PSpice software, which are part of high-frequency transistor arrays HFA 3046/3096/3127/3128. A disadvantage of the proposed filter could be seen in the fact that, in the realization is necessary to use passive elements of very precise values, i.e. a small deviation could cause a great change in the frequency characteristic.

The autonomous circuit presented can also be used for oscillator design. In the case of the autonomous circuit according to Fig. 2 the current mu-factors have to be chosen as follows: $n_1 = -2$, $n_2 = +4$, $n_3 = -3$ and $n_4 = +1$. The stability conditions are: $C_1 = C_2$ and $R_1 = R_2 = R_3$.

Acknowledgments. The paper has been supported by the Czech Science Foundation project GACR 102/06/1383 and Ministry of Education of the Czech Republic project No. MSM0021630513.

References

1. Haig D. G., Lidgey F. J., Toumazau C. Analogue IC Design: The current-mode approach. – London: Peter Peregrinus Ltd, 1990.
2. Kubanek D., Lattenberg I., Vrba K. Signal processing for high-speed data communication using pure current mode filters // Proc. of the 4th Int. Conf. on Networking (ICN 2005).– Reunion Island, France, 2005.– P. 410–416.
3. Lattenberg I., Vrba K. Filters with Current Amplifiers for High-speed Communication // Proc. of the 5th Int. Conf. on Networking (ICN 2006).– Mauritius, 2006.– P. 1–4.
4. Jerabek J., Vrba K. Filters Based on Active Elements with Current Mirrors and Inverters // International Transactions on Communication and Signal Processing.– 2006.– Vol. 8, no. 1.– P. 1–8.
5. Becvar D., Vrba K., Vrba R. Universal current conveyor: a novel helpful active building block // Proc. of the 7th IEEE Int. Conference on Telecommunications (ICT 2000).– Mexico, 2000.– P. 216–220.
6. Ferry G., Guerrini N. C. Low-Voltage Low-Power CMOS Current Conveyors.– London: Kluwer Acad, 2003.
7. Cajka J., Misurec J., Vrba K. New Universal Biquad Using UCCX Devices // Frequenz.– 2006.– Vol. 60, no. 7-8.– P. 138–141.

8. Kolka Z. SNAP – Program for Symbolic Analysis // Radioengineering. – 1999.– Vol. 8, no. 1.– P. 23–24.

9. Cicekoglu O., Minaei S., Yuce E. Resistorless floating immittance function simulators employing current controlled conveyors and a grounded capacitor // Electrical Eng.– 2006.– Vol. 88, no. 6.– P. 519–525.

10. HFA3046/3096/3127/3128 Transistor Array PSpice Models, Intersil Corp.

Norbert Herencsár¹, Jaroslav Koton², Ivo Lattenberg³ and Kamil Vrba⁴ are with the Department of Telecommunications, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Technology, Purkynova 118, 612 00 Brno, Czech Republic, Tel.: +420-541149190, Fax: +420-541149192, E-mails: {¹herencsn, ²koton, ³latt, ⁴vrba}@feec.vutbr.cz.

GENERALIZED DESIGN METHOD OF MULTIFUNCTIONAL FREQUENCY FILTERS

J. Jerabek, J. Koton, K. Vrba

В статье описывается обобщенный метод проектирования многофункционального частотно-избирательного фильтра, работающего в токовом режиме. В существующих фильтрах активным элементом является СМІ (Current Mirror and Inverter). В данном методе мы предлагаем использовать элемент GСМІ (Generalized Current Mirror and Inverter). Отправной точкой проектирования является схема, содержащая обобщенные пассивные проводимости и активный элемент. Выбранный многофункциональный частотно-избирательный фильтр был промоделирован с транзисторной моделью активного элемента.

1. Introduction. Currently the demand for better frequency properties makes analog-circuit designers use the current mode [1], where the signal-to-noise ratio does not need to drop with decreasing supply voltage. Transition to the current mode also shows new elements working as current-controlled current-sources (CCCS) with unity gain [2], [3]. These are either simple current followers or elements with differential input and single output or elements with single input and differential output [4].

Another trend, which can be currently observed, is the requirement to design circuits enabling more than a single function, i.e. multifunctional circuits [5], [6]. The advantage of such circuits is not just their higher application possibility, but also saving the chip-space and lower power consumption if a filter known as the frequency switch is being designed. In particular, when designing the layout of integrated circuits time can be saved when in the library

of the designing system a tested universal module of multifunctional filter is available.

2. Current Mirror and Inverter. The research and development in the area of linear circuit design is focused on new applications of active elements working in the mixed mode, like current conveyors, voltage conveyors and transconductance amplifiers. With the intention of further extending the bandwidth of the processed signal and keeping sufficient signal-to-noise ratio even at low supply-voltages a pure current active element CMI (Current Mirror and Inverter) was introduced (Fig. 1a) [7]. The ideal model of this active element can be defined by two current sources controlled by common current shown in Fig. 1b. The port-currents are defined by the relations $i_2 = i_1$ and $i_3 = -i_1$. A similar type of these elements already appeared in analog-circuit structures, where a single current follower with unity gain was used [8]. However, the CMI element offers higher application possibilities.

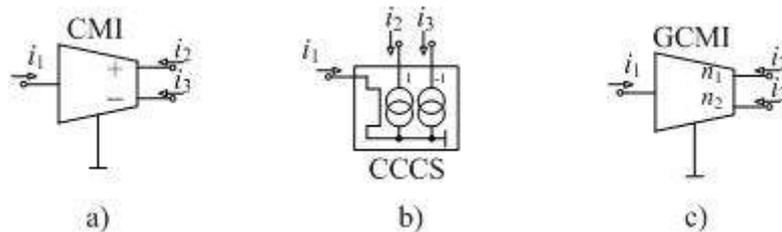


Fig. 1. a) Electrical symbol of the CMI, b) Representation of the CMI by CCCS c) electrical symbol of the GCMI (Generalized Current Mirror and Inverter)

To make the application of these active elements during the design of new circuit structures as easy as possible, we use the Generalized Current Mirror and Inverter – GCMI (Fig. 1c), where the output currents are given as follows: $i_2 = n_1 i_1$, $i_3 = n_2 i_1$, where n_1 and n_2 are generalized current gains that can only have the value of +1 or -1. The GCMI is thus utilized for the design procedure (see chapter 3).

3. The full-admittance network. The usage of the full-admittance network represents a systematic method for seeking autonomous circuits that are initial in the design of new multifunctional blocks working in the current mode. The design procedure starting from the full-admittance network connected to the active element can be described by the following steps:

- connecting the full-admittance network to a chosen number of active elements GCMI, seeking variant solutions of elementary autonomous circuits with a chosen number of passive elements,
- evaluation of the characteristic equation (D) of the autonomous circuit found,
- choosing the character of single admittances and values of products of transfer coefficients n_i of active elements GCMI in order to obtain the desired form of D , fulfilling the conditions of stability and feasibility for a frequency

filter of a given order, or for oscillation of an oscillator (this part is not solved in this paper),

- analysis of possible current transfer functions implementable by the designed structure, when the nodes are excited by current sources and current responses are monitored in the branches,

- final determination of the values of current coefficients n_i of all active elements, unless all of them have already been chosen.

The full-admittance network connected to a single active element GCMI is given in Fig. 2. The frequency filter structures with a single active element enable realizing mostly two or three filtering functions. The full-admittance network employing two active elements can be found in [9].

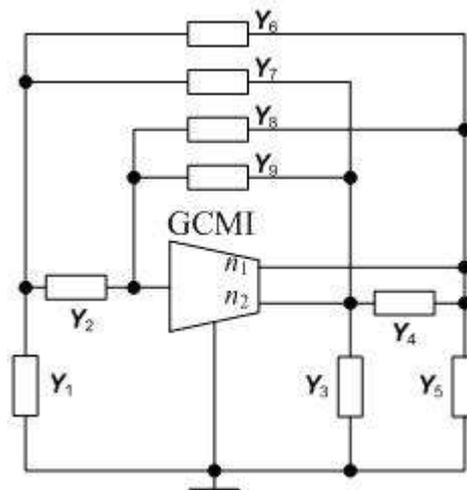


Fig. 2. Full-admittance network using a single active GCMI element

4. Illustration of designed multifunctional frequency filters. The design procedure of multifunctional frequency filters, which had been derived from the general network shown in Fig. 2, was omitted. (The Design was done following the steps mentioned in chapter 3.) As an example, three final solutions and corresponding transfer functions are presented in Table I.

As an example of a particular solution, the third circuit from Table I was chosen to be analyzed in depth. Particular values used in simulation are: characteristic frequency $f_0 = 300$ kHz, polynomial coefficients $b_0 = 1$, $b_1 = \sqrt{2}$, and $b_2 = 1$ (Butterworth approximation with corresponding $Q = 0.7071$), values of capacitors $C_1 = C_2 = C = 1$ nF and values of resistors (calculated): $1/G_1 = 1/(4\pi f_0 C Q) = 375 \Omega$, $1/G_2 = (4Q^2)/G_1 = 750 \Omega$.

In order to obtain the low-pass filter function, resistors and capacitors were interchanged. Of course, particular values of resistors and capacitors have to be changed in order to preserve the Butterworth approximation features. They are: $1/G_1 = 1/G_2 = 1/G = 10$ k Ω , $C_2 = G/(4\pi f_0 Q) = 38$ pF, $C_1 = 4Q^2 C_2 = 75$ pF.

Table I.: Filters working in the current mode with a single active element

Solution	Transfer function and characteristic equation
	$K_{HP} = \frac{I_{O1}}{I_{I1}} = \frac{-s^2 C_1 C_2}{D},$ $K_{BP1} = \frac{I_{O2}}{I_{I1}} = \frac{s C_2 G_1}{D}$ $K_{BP2} = \frac{I_{O1}}{I_{I2}} = \frac{s C_1 G_2}{D},$ $D = s^2 C_1 C_2 + s 2 C_2 G_1 + G_1 G_2 = 0$
	$K_{HP1} = \frac{I_{O1}}{I_{I1}} = \frac{-s^2 C_1 C_2}{D},$ $K_{HP2} = \frac{I_{O1}}{I_{I2}} = \frac{-s^2 C_1 C_2}{D}$ $K_{BP} = \frac{I_{O2}}{I_{I2}} = \frac{s C_2 G_1}{D},$ $D = s^2 C_1 C_2 + s(C_1 + C_2)G_2 + G_1 G_2 = 0$
	$K_{BP1} = \frac{I_{O2}}{I_{I1}} = \frac{s C_2 (G_1 - G_2)}{D},$ $K_{HP} = \frac{I_{O1}}{I_{I2}} = \frac{-s^2 C_1 C_2}{D}$ $K_{BP} = \frac{I_{O1}}{I_{I3}} = \frac{s C_1 G_2}{D},$ $D = s^2 C_1 C_2 + s(C_1 + C_2)G_2 + G_1 G_2 = 0$

5. Simulation results. Analysis was carried out using the OrCAD program. As a model of the CMI element, the transistor topology from [10] was used. Transistor model parameters (NUHFARRY and PUHFARRY) are summarized in Table II.

Table II: Parameters of NPN and PNP transistor models

Type	Parameters
NPN	$IS= 1.875E-16$ $XTI= 3.000E+00$ $EG= 1.110E+00$ $VAF= 6.000E+01$ $VAR= 4.500E+00$ $BF= 1.461E+02$ $ISE= 1.875E-19$ $NE= 1.400E+00$ $IKF= 7.500E-02$ $XTB= 0.000E+00$ $BR= 1.000E+01$ $ISC= 1.875E-14$ $NC= 1.800E+00$ $IKR= 7.500E-02$ $RC= 2.940E+01$ $CJC= 2.818E-13$ $MJC= 2.400E-01$ $VJC= 9.700E-01$ $FC= 5.000E-01$ $CJE= 3.900E-13$ $MJE= 5.100E-01$ $VJE= 8.720E-01$ $TR= 4.000E-09$ $TF= 17.850E-12$ $ITF= 1.155E+00$ $XTF= 7.881E+01$ $VTF= 1.000E+01$ $PTF= 0.000E+00$ $XCJC= 1.756E-01$ $CJS= 1.689E-13$ $VJS= 7.500E-01$ $MJS= 0.000E+00$ $RE= 1.333E+00$ $RB= 3.518E+01$ $RBM= 0.000E+00$ $KF= 0.000E+00$ $AF= 1.000E+00$
PNP	$IS= 1.020E-16$ $XTI= 3.000E+00$ $EG= 1.110E+00$ $VAF= 3.000E+01$ $VAR= 4.500E+00$ $BF= 7.011E+01$ $ISE= 1.020E-19$ $NE= 1.400E+00$ $IKF= 7.500E-02$ $XTB= 0.000E+00$ $BR= 7.000E+00$ $ISC= 1.020E-14$ $NC= 1.800E+00$ $IKR= 7.500E-02$ $RC= 3.800E+01$ $CJC= 4.270E-13$ $MJC= 3.000E-01$ $VJC= 1.230E+00$ $FC= 5.000E-01$ $CJE= 4.800E-13$ $MJE= 5.700E-01$ $VJE= 8.800E-01$ $TR= 4.000E-09$ $TF= 33.91E-12$ $ITF= 7.127E-01$ $XTF= 4.514E+01$ $VTF= 1.000E+01$ $PTF= 0.000E+00$ $XCJC= 1.756E-01$ $CJS= 1.689E-13$ $VJS= 7.500E-01$ $MJS= 0.000E+00$ $RE= 1.333E+00$ $RB= 3.740E+01$ $RBM= 0.000E+00$ $KF= 0.000E+00$ $AF= 1.000E+00$

The results of these transistor-level simulations of the chosen multifunctional frequency filter are shown in Fig. 3. The curves obtained are shown together with ideal characteristics in order to provide an easy comparison and also to facilitate the evaluation of the performance of proposed circuit.

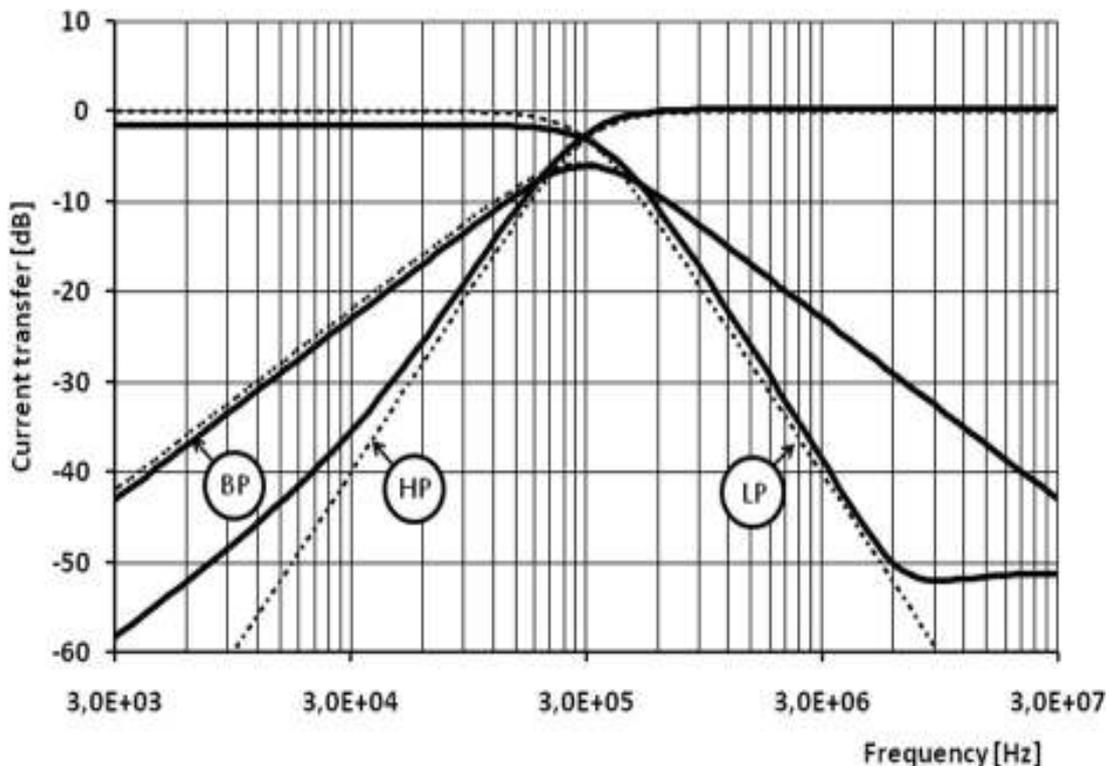


Fig. 3. Comparison of the simulation results (full lines) and ideal characteristics (dashed lines)

6. Conclusion. Using the full-admittance network connected to a single Generalized Current Mirror and Inverter (GCMI) element, a number of autonomous circuits, leading to the design of multifunctional filters working in the current mode, can be found. In this paper, three of the designed multifunctional filters were presented and afterwards, the performance of one of them was analyzed via transistor-level simulations. The characteristics obtained for the band-pass (BP), high-pass (HP) and low-pass (LP) filter proved the good behaviour of the proposed filter solution.

Acknowledgements

The paper has been supported by the Czech Science Foundation, project No. 102/06/1383 and Ministry of Education of the Czech Republic, project No. MSM0021630513.

References

1. Haig D. G., Lidgey F. J., Toumazau C. Analog IC design: the current-mode approach.– London Institution of Electrical Engineers, 1996. ISBN 0-86341-297-1.
2. Lai J. R., Lee M. H., Weng R. M. New universal biquad filters using only two unity-gain cells // *Int. J. Electronics.*– 2000.– Vol. 87, no.1.– P. 57–61.
3. Fujii N., Takai N. GaAs FET current-mode integrators and their application to filters // *Analog Integrated Circuits and Signal Processing.*– Kluwer, Academic Publishers, 2000.– Vol. 25, no. 3. P. 271–279.
4. Alzaher H. A., Ismail M. Current-mode universal filter using unity gain cells // *Electronics Letters.*– 1999.– Vol. 35, no. 25.– P. 2198–2200.
5. Çiçekoğlu O. High output impedance current-mode four-function filter with reduced number of active elements using dual output current conveyor // *Analog Integrated Circuits and Signal Processing.*– Kluwer, Academic Publishers, 2001.– Vol. 28, no. 2.– P. 201–204.
6. Malik M. A., Shah N. A. Multifunction mixed-mode filter using FTFNs // *Analog Integrated Circuits and Signal Processing.*– Kluwer Academic Publishers, 2006.– Vol. 47, no. 3.– P. 339–343.
7. Kubanek, D., Lattenberg, I., Vrba, K. Signal Processing for High-Speed Data Communication Using Pure Current Mode Filters // In proceedings of International Conference on Networking (ICN 2005).–Springer-Verlag, Berlin, 2005.–P.410–416.
8. Chen J. J., Chen C. C., Liu S. I., Tsao H. W. Current-mode oscillator using single current follower // *Electronics Letters.*–1991.–Vol. 27, no. 22.–P. 2056–2059.
9. Jerabek J., Vrba K. Design of High-Frequency Filters Working in the Pure Current Mode with CMI // In proceedings of Second International Conference on Systems (ICONS).– IEEE Computer Society.– 2007.– P. 1–4.

10. Abuelmaatti M.T., Al-Qahtani M.A. A new current-controlled multiphase sinusoidal oscillator using translinear current conveyors // IEEE Transactions on circuits and systems-II Express briefs.– 1998.– Vol. 45, no. 7.– P. 881–885.

Jan Jeřábek¹, **Jaroslav Koton**² and **Kamil Vrba**³ are with the Department of Telecommunications, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Technology, Purkynova 118, 602 00 Brno, Czech Republic, Phone number: +420-541149190, fax number: +420-541149192. E-mails: {¹jerabekj, ²koton, ³vrba}@feec.vutbr.cz.

DESIGNING PURE CURRENT-MODE FREQUENCY FILTER USING THE MCFI

J. Koton, K. Vrba, J. Misurec

В статье рассматривается новая топология частотно-избирательного фильтра работающего в токовом режиме с активным элементом MCFI (Multi-output Current Mirror and Inverter), который может работать при низких питающих напряжениях, сохраняя при этом приемлемое отношение сигнал/шум и широкую полосу пропускания. Поведение спроектированной схемы было экспериментально проверено реализацией фильтра нижних частот третьего порядка.

1. Introduction Although the number of systems working with the digital signal form is increasing, it is still necessary to use analog building blocks as an interface between the real and the digitized “world”. Since the speed of processed signal moves to higher values, the analog part must also be able to work in higher frequency bands. Analog and digital circuits are in close relationship, and hence they have to follow the current trend in the development of elements with very large scale integration, that is analog circuits must be able to preserve sufficient value of the signal-to-noise (SNR) ratio at low supply voltages and also enable processing wideband signals. For this reason, circuits working in the voltage-mode with conventional operation amplifiers, where the SNR is very dependent on the supply voltage, are being driven out. This feature does not show that much in circuits working in the current- or the pure current-mode. Using the adjoint transformation, new circuits working in the current-mode can be designed from voltage-mode circuits [1]. This method cannot be used in cases where a voltage-controlled voltage source with non-unity gain A exists in the circuit structure, because its adjoint element is a current-controlled current source with gain B , while $A = B$ [1]. Hence, it is necessary to seek other design methods of new circuits working in the current mode with modern

current active elements. An active element MCMI (Multi-Output Current Mirror and Inverter) and its possible realizations are described. The usage of this elements is shown on the design of frequency filters working in the pure current-mode.

2. Circuits working in pure-current mode. The circuits working in the pure current-mode are structures where not only the input and the output variables are described by the current, but also all active elements have only input and output current ports. Hence, only current-controlled current sources (CCCS) as are used active elements. In [2], [3] structures are presented, where current followers or current mirrors were used. These elements can be further extended and thus realize not only current mirrors with positive or negative unity gain but also differential current mirrors with differential or single current output. In Fig. 1 an element called Multi-output Current Mirror and Inverter (MCMI) is shown, whose representation using the CCCS is also introduced. Since a similar internal structure can be found in the universal current conveyor (UCC), which has been developed at our workplace and produced by the AMI Semiconductor [4], [6], using the UCC the active elements MCMI can be realized. In this case all the voltage ports Y are grounded (Fig. 1c).

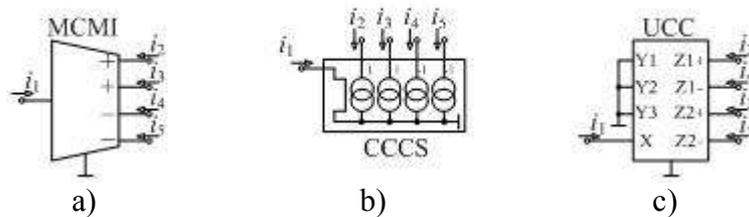


Fig. 1 a) Schematic symbol of multi-output current mirror and inverter;
 b) Representation of MCMI by CCCS; c) Possible realization using universal current conveyor

Since the universal current conveyor UCC-N1B is available only in a few samples not for sale, an alternative structure of the MCMI is presented in the Fig. 2 using five second-generation current conveyors (CCII+), which can be found as part of a number of industrially produced elements (e.g. OPA 860, OPA 861, AD 844). The structures designed in this way cannot be called pure current-mode circuits because high-impedance nodes occur in the internal structure.

The relationship between the port-currents of the MCMI elements in Fig. 1 and Fig. 2 are given by simple equations

$$i_2 = i_3 = i_1, \quad i_4 = i_5 = -i_1. \quad (1a,b)$$

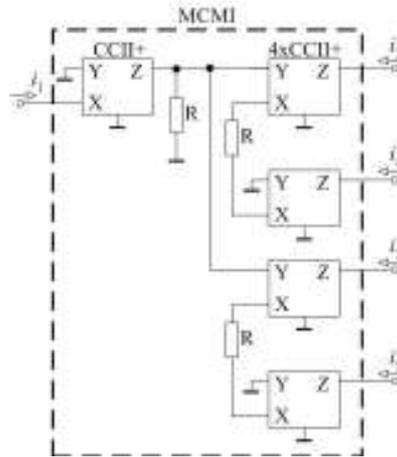


Fig. 2 Alternative realization of MCMC using five CCII+

3. Designing Current-Mode Circuits. The well-known Sallen-Key frequency filter working in the current-mode with a current conveyor is shown in Fig. 3,a [1], [2]. The circuit works as a second-order low-pass filter, whose transfer function is as follows

$$K_1(p) = \frac{1}{p^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + p R_2 (C_1 + C_2) + 1} \quad (2)$$

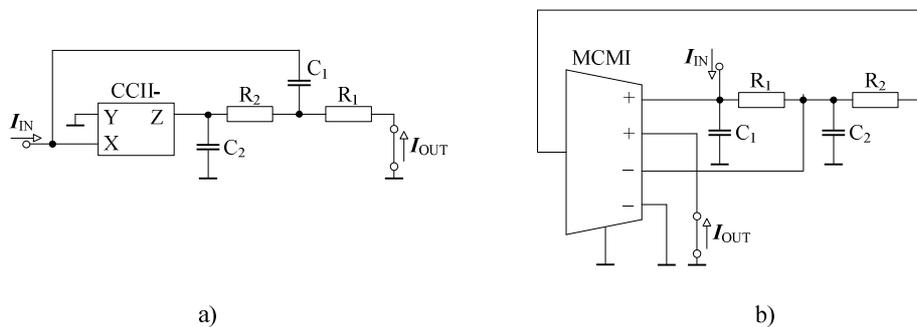


Fig. 3. Current-mode frequency filter (a) Sallen-Key, (b) possible realization using MCMC

Even if the current source in the structure in Fig. 3,a is forced into a low-impedance node, the output response is a current flowing through resistor R_1 , which has to be floating.

To reduce the number of floating passive elements a structure with the MCMC was designed (Fig. 3,b), working as low-pass filter with the transfer function

$$K_1(p) = \frac{1}{p^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + p R_2 (C_1 + C_2) + 1} \quad (3)$$

The input of this filter is not in the low-impedance node, but the current response is taken directly in one of the current outputs of the MCMC active element. Even if the structures of the filters described are very different, from

the viewpoint transfer function sensitivities, the properties are almost the same. In Fig. 4 a histogram representing the change of the cut-off frequency dependent on the passive element tolerance is shown. Both structures were designed for the characteristic frequency 1 MHz and the assumed passive element tolerance was 5%.

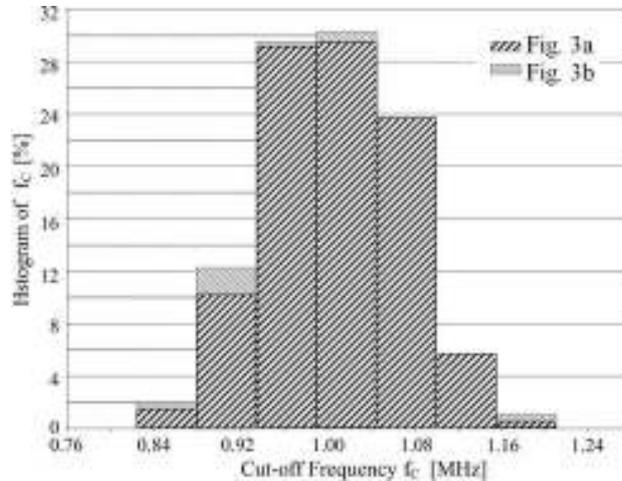


Fig. 4 Histogram of cut-off frequency of low-pass filters in Fig. 3

To use all the current outputs of the MCMC active element, the structure in Fig. 3,b has been enlarged by other passive elements (Fig. 5). The frequency filter realizes a third-order low-pass response with the transfer function

$$K_1(p) = \frac{-1}{p^3 C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3 + p^2 C_3 R_2 R_3 (C_1 + C_2) + p^2 C_1 R_1 R_3 (C_2 + C_3) + p R_3 (C_1 + C_2 + C_3) + p C_1 R_1 + 2} \quad (4)$$

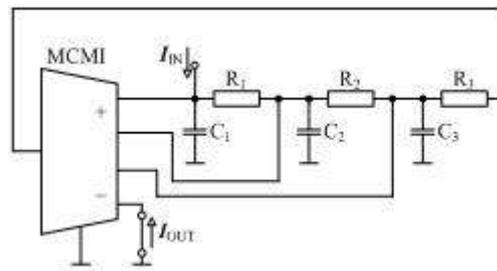


Fig. 5. Third-order current-mode low-pass filter

By a substitution $p = s\omega_0$ (4) can be modified to

$$K_1(s) = \frac{K_0}{s^3 c_{33} + s^2 c_{32} + s c_{31} + 1}, \quad (5)$$

where K_0 is the transfer at frequencies $f \ll f_0$, and c_{33} , c_{32} and c_{31} are the coefficients for the non-cascade synthesis

$$c_{33} = \frac{\omega_0^3 C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3}{2}, \quad (6a)$$

$$c_{32} = \frac{\omega_0^2 R_3 [C_3 R_2 (C_1 + C_2) + C_1 R_1 (C_2 + C_3)]}{2}, \quad (6b)$$

$$c_{31} = \frac{\omega_0 [R_3 (C_1 + C_2 + C_3) + C_1 R_1]}{2}. \quad (6c)$$

The values of the coefficients for non-cascade synthesis can be found in [6]. According to (4) the transfer magnitude in the pass-band of the low-pass filter is 0.5. By further analysis it can be proved that the transfer of the frequency filters starting from the structure presented will be maximally unity if the order of the filter is even, and 0.5, if the order of the filter is odd. By mutual interchange of capacitors and resistors the proposed structure can be used as a high-pass filter.

4. Simulations and Experimental Results. The proposed frequency filter in Fig. 5 has been simulated in PSpice. A low-pass filter with the Butterworth approximation ($c_{31} = c_{32} = 2$, $c_{33} = 1$) and a characteristic frequency of 10 MHz has been designed. For the simulations we used a third-level model of the universal current conveyor UCC-N1B. Using (6) the values of resistors R_1 , R_2 , and R_3 are 390 Ω , 560 Ω , and 110 Ω for the chosen values of capacitors $C_1 = 100\text{pF}$, $C_2 = 68\text{pF}$ and $C_3 = 47\text{pF}$. Based on the simulation results (Fig. 6a) the Optimizer tool in OrCAD has been used. The values of passive elements after optimization are $C_1 = 68\text{ pF}$, $C_2 = 47\text{ pF}$, $C_3 = 33\text{ pF}$, $R_1 = 220\ \Omega$, $R_2 = 150\ \Omega$, and $R_3 = 200\ \Omega$.

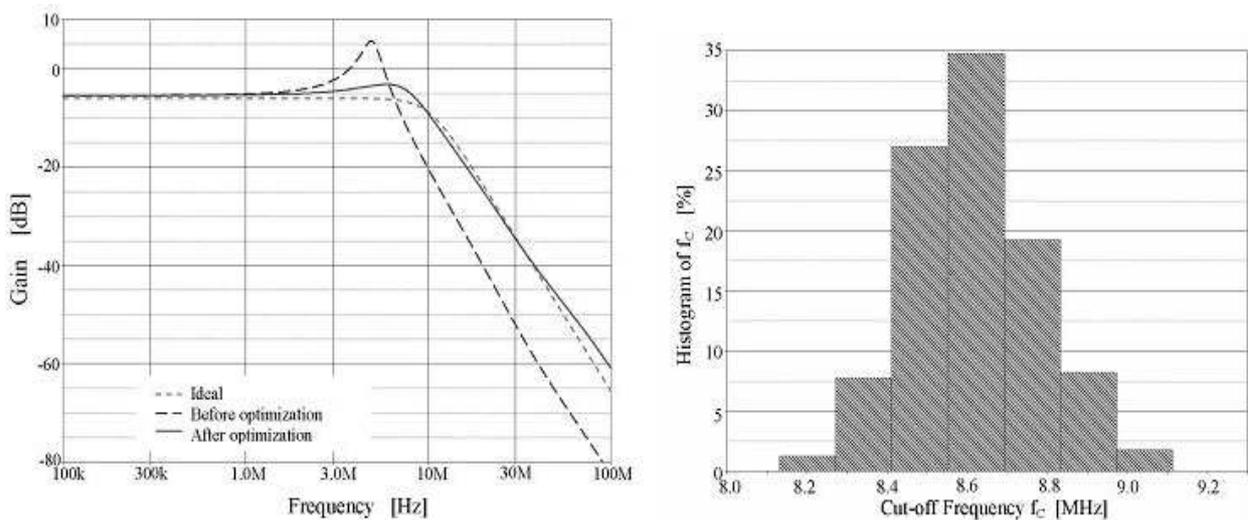


Fig. 6. a) Frequency responses of the proposed filter;
b) histogram of the cut-off frequency of the proposed filter after optimization

A histogram describing the change of the cut-off frequency after optimization is shown in Fig. 6b. The assumed tolerance of all passive elements is 5%.

The behaviour of the designed frequency filter was also experimentally verified. The UCC-N1B as the active element was used. For comparison, the active element MCMI was also realized using the structure in Fig. 2 by means of

five OPA861. The measured current transfer magnitudes of the proposed filter are in Fig. 7.

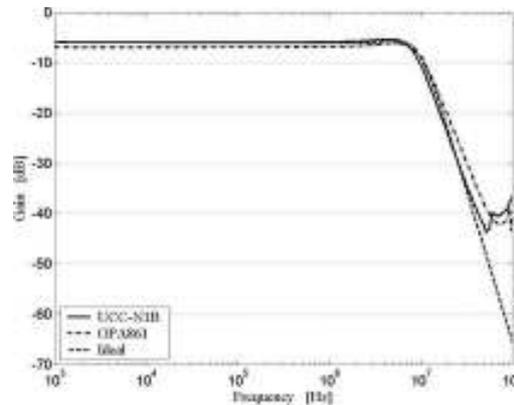


Fig. 7. Measured responses of proposed filter

In both cases the behaviour of the designed circuits is similar and agrees with the simulation results. At frequencies above 40 MHz the magnitude does not reach the values presumed by the simulations, but is only -40 dB. This is caused by the parasitic capacitance coupling between passive elements and also by parasitic capacitances between the outputs of the active elements used.

5. Conclusion. In this paper a new structure of a pure current-mode frequency filter was presented. The proposed circuit uses the MCMI (Multi-output Current Mirror and Inverter) active elements, whose potential realization by currently available elements was also discussed. In the case of more current outputs of the MCMI the structure of the frequency filter can be further enlarged and the order of the filter increased. However, the increase in the order can also be done using a current circuit structure and its cascade connection, without creating more floating elements than is necessary. A prototype of the low-pass frequency filter has been experimentally realized and measured using the UCC-N1B universal current conveyor and the OPA861 conveyors.

Acknowledgment. This work was supported in part by the The Czech Science Foundation, project No. 102/06/1383 and by research project No. MSM0021630513.

References

1. Roberts G. W., Sedra A. S. All Current-Mode Frequency Selective Circuits // *Electronics Letters*.– 1989.– Vol. 25, no. 12.– P. 759–760.
2. Chen J. J., Chen C. C., Tsao H. W., Liu S. I. Current-Mode Oscillators Using Single Current Follower // *Electronics Letters*.– 1991.– Vol. 27, no. 22.– P. 2056–2059.
3. Salama K. Continuous Time Universal Filters using Unity Gain Cells // *Int. J. of Electronics and Communication*.– 2002.– Vol. 56, no. 2. P. 1–4.

4. Becvar D., Vrba K. Novel Generations of Inverting Current Conveyor Using Universal Current Conveyor // J. The Technology Interface.– Spring 2000.–Vol. 3, no. 4.

5. Chen W. K. The Circuits and Filters Handbook. – New York, CRC Press, 2003.– 2nd edition.– 2962 p.

6. Ghausi M. S., Laker K. R. Modern Filter Design – Active RC and Switched Capacitor.– Atlanta, Noble Publishing.– 2003.

Jaroslav Koton, Kamil Vrba and **Jiri Misurec** are with the Department of Telecommunications, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Technology, Purkynova 118, 612 00 Brno, Czech Republic, tel.: +420 541 149 190, fax.:+420 541 149 192, email:{koton, vrbak, misurec}@feec.vutbr.cz

FREQUENCY FILTERS SYNTHESIS BASED ON THE SIGNAL-FLOW GRAPHS

J. Koton, P. A. Ushakov

В статье представлена техника проектирования линейных схем с использованием теории М-С сигнальных графов. Обоснована необходимая форма знаменателя передаточной функции, создан и проанализирован М-С граф схемы с выбранными активными элементами. В качестве примера спроектирована схема частотно-избирательного фильтра, работающего в токовом режиме с тремя токовыми конвейерами второй генерации, свойством которой является независимость изменения частоты и добротности характеристической частоты. Поведение спроектированного фильтра было проанализировано моделированием в OrCAD.

1. Introduction. Designing linear functional blocks a number of methods can be used: autonomous circuits [1], [2], adjoint transformation [3], high-order synthetic elements [4] passive prototype [5].

Here, for the frequency filter design the M-C signal-flow graph theory is used, even if it is more presented as a tool for analysis of already designed circuits It is known that the transfer function of an M-C signal-flow graph can be determined using the equation, also labeled as Mason's gain formula [6]

$$K = \frac{Y}{X} = \frac{1}{\Delta} \sum_i P_i \Delta_i, \quad (1)$$

where P_i is the transfer of the i th direct path from the input node X to the output node Y and Δ is the determinant of a graph that is given as follows

$$\Delta = V - \sum_k S_1^{(k)} V_1^{(k)} + \sum_l S_2^{(l)} V_2^{(l)} - \sum_m S_3^{(m)} V_3^{(m)} + \dots, \quad (2)$$

where V is the product of the self-loops, $S_1^{(k)}$ is the transfer of the k th oriented loop, and $V_1^{(k)}$ is the product of all self-loops not-touching the k th oriented loop, $S_2^{(l)}$ is the transfer product of two not-touching oriented loops, and $V_2^{(l)}$ is the product of the self-loops not-touching the l th oriented loops. If an oriented loop or k th direct path is touching all nodes then the product V or Δ_k is equal to 1. Δ_i is the determinant of that part of the graph that is not-touching the i th direct path.

The presented design procedure starts with the description of the required form of the transfer function denominator, also known as the characteristic equation (CE). Using the knowledge of evaluating the determinant of an M-C graph (2), in several steps a corresponding M-C graphs can be defined, which fulfil the conditions of the required characteristic equation form.

As an example a number of M-C graphs will be presented. Their usage leads to the design of multifunctional frequency filters, where the quality factor Q can be changed independently on the characteristic frequency f_0 .

2. Characteristic Equation. The determinant of an M-C graph (2) represents the characteristic equation (CE), which describes the behaviour of the analyzed circuit. If an n th-order frequency filter is designed, then the transfer function denominator (that is CE) must contain at least $n + 1$ terms, where all should be positive because of the stability. For a simple numerical design it is suitable for the number of terms to be minimal. Based on the chosen order of the filter the basic requirements for the M-C signal-flow graph (including active elements) can be described that fulfil the feasibility conditions of a frequency filter with minimal number of both passive elements and characteristic equation terms.

A transfer function of a second-order frequency filter can be generally described as a quotient of two polynomials

$$K(\mathbf{p}) = \frac{R(\mathbf{p})}{N(\mathbf{p})} = \frac{b_2 \mathbf{p}^2 + b_1 \mathbf{p} + b_0}{a_2 \mathbf{p}^2 + a_1 \mathbf{p} + a_0}. \quad (3)$$

The numerator of the transfer function defines the frequency filter type (high-, low-, band-, all-pass, and band-reject). The denominator is for all filter types the same and defines the parameters of the filter as the quality factor Q and characteristic frequency f_0

$$N(\mathbf{p}) = a_2 \mathbf{p}^2 + a_1 \mathbf{p} + a_0 = \mathbf{p}^2 + \frac{\omega_0}{Q} \mathbf{p} + \omega_0^2, \quad (4)$$

where $\omega_0 = 2\pi f_0$. If a frequency filter is designed, where it should be possible to change the quality factor Q independently on the characteristic frequency f_0 by a passive element, the corresponding characteristic equation has to as follows

$$CE = p^2 C_1 C_2 + p C_1 G_3 + G_1 G_2 = 0 \tag{5}$$

or

$$CE = p^2 C_1 C_2 G_3 + p C_1 G_1 G_2 + G_1 G_2 G_3 = 0 . \tag{6}$$

Characteristic equations (5) and (6) respect the condition of minimal number of passive elements. In both cases the quality factor can be adjusted via the conductance G_3

$$Q = \frac{\omega_0 C_2}{G_3}, \text{ or } Q = \frac{\omega_0 C_2 G_3}{G_1 G_2} \tag{7a,b}$$

where

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G_1 G_2}{C_1 C_2}} . \tag{8}$$

Hence, if a second-order frequency filter is designed, the following rules for a suitable M-C graph can be defined:

D1: in the graph there exists a single oriented loop and two voltage nodes, while to one or both of them two or more passive elements are connected

D2: in the graph there exist two mutually touching oriented loops and two voltage nodes, to which one passive element is connected.

Fulfilling one of these rules guarantees that the transfer function denominator will contain sufficient number of terms.

3. Frequency Filter Design. Since the M-C signal-flow graph method is used, it is necessary to know the corresponding M-C graph of the active element used. In the Fig. 1a the electrical symbol of the generalized current conveyor (GCC) is shown. Its M-C graph, which generally describes a group of second generation current conveyors CCII [7] is shown in Fig. 1b. The symbols Y_X , Y_Y , and Y_Z in Fig. 1b represent the sum of admittances connected to the corresponding active element port.

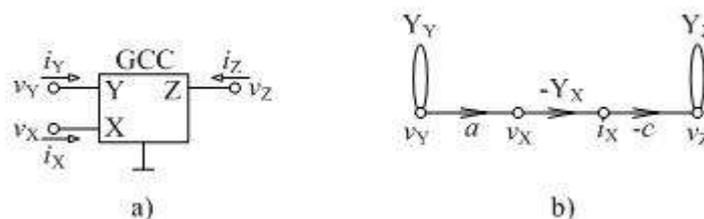


Fig. 1. a) Electrical symbol of GCC; b) reduced M-C graph of general CCII

The relationship between the port voltages and currents of the active element used can be described by following hybrid matrix

$$\begin{bmatrix} v_X \\ i_Y \\ i_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix}, \quad (9)$$

where a is the voltage transfer coefficient and c is the current transfer coefficient, which can be of value ± 1 .

The design procedure of an M-C graph, that characteristic equation fulfils the condition (5), using rule **D2** is shown in Fig. 2.

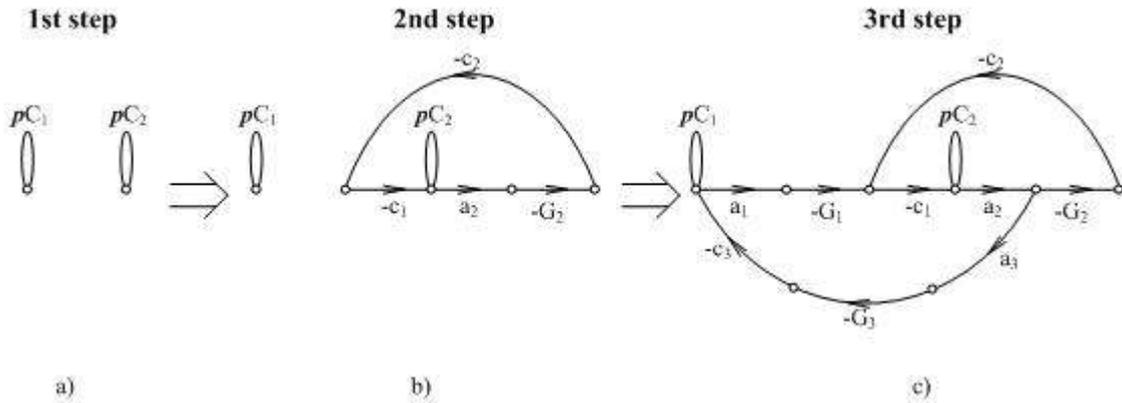


Fig. 2. Designing procedure of an M-C graph with current conveyors using **D2**

Analogously a group of M-C graphs shown in Fig. 3 has been designed.

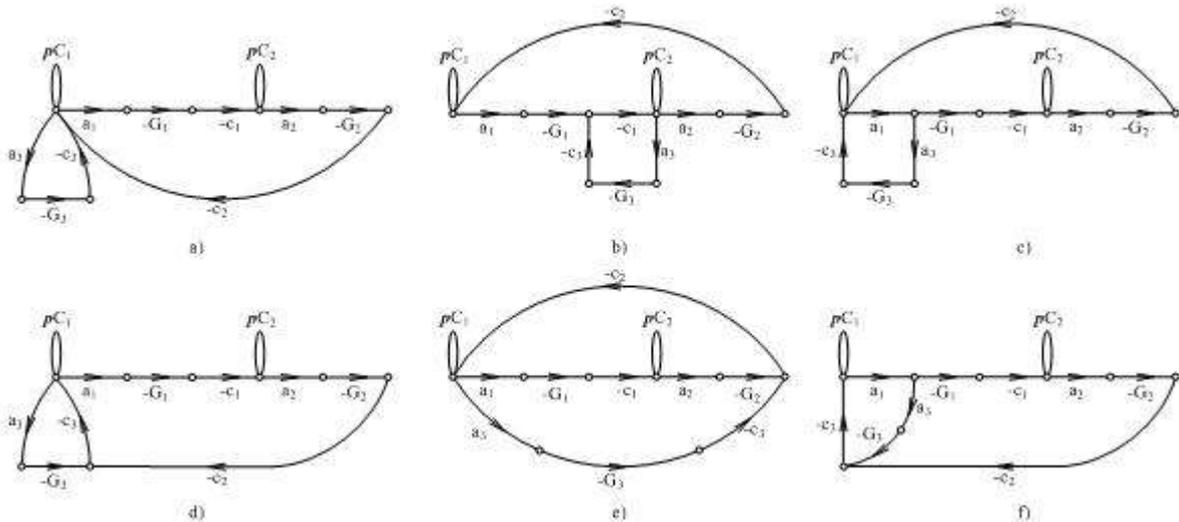


Fig. 3. The M-C graphs with current conveyors using **D2**

4. Simulations. Further, the behaviour of the structure according the M-C graph in Fig. 3,f will be analyzed. In Fig. 4 is the flow-graph of a frequency filter working in current mode. If it is valid: $a_1 = a_2 = a_3 = 1$, $c_{11} = c_{21} = c_{22} = c_{32} = 1$,

and $c_{12} = c_{31} = -1$, then in the current mode the proposed circuit works as a high-pass filter

$$K_{HP} = -\frac{I_{HP}}{I_{IN}} = \frac{p^2 C_1 C_2}{CE}, \quad (10)$$

low-pass filter

$$K_{LP} = -\frac{I_{LP}}{I_{IN}} = \frac{G_1 G_2}{CE}, \quad (11)$$

and band-pass filter

$$K_{BP} = -\frac{I_{BP}}{I_{IN}} = -\frac{pC_2 G_1}{CE}, \quad (12)$$

where $CE = p^2 C_1 C_2 + pC_2 G_3 + G_1 G_2$.

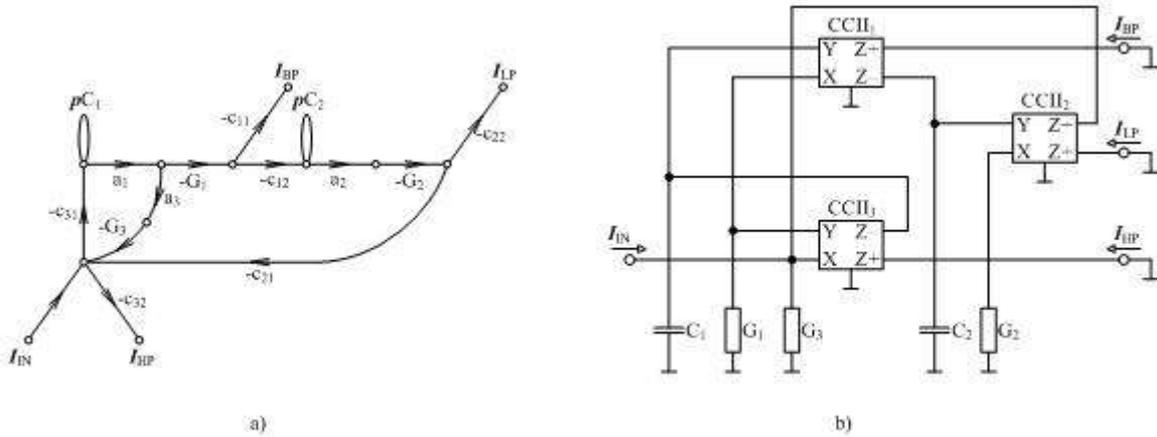
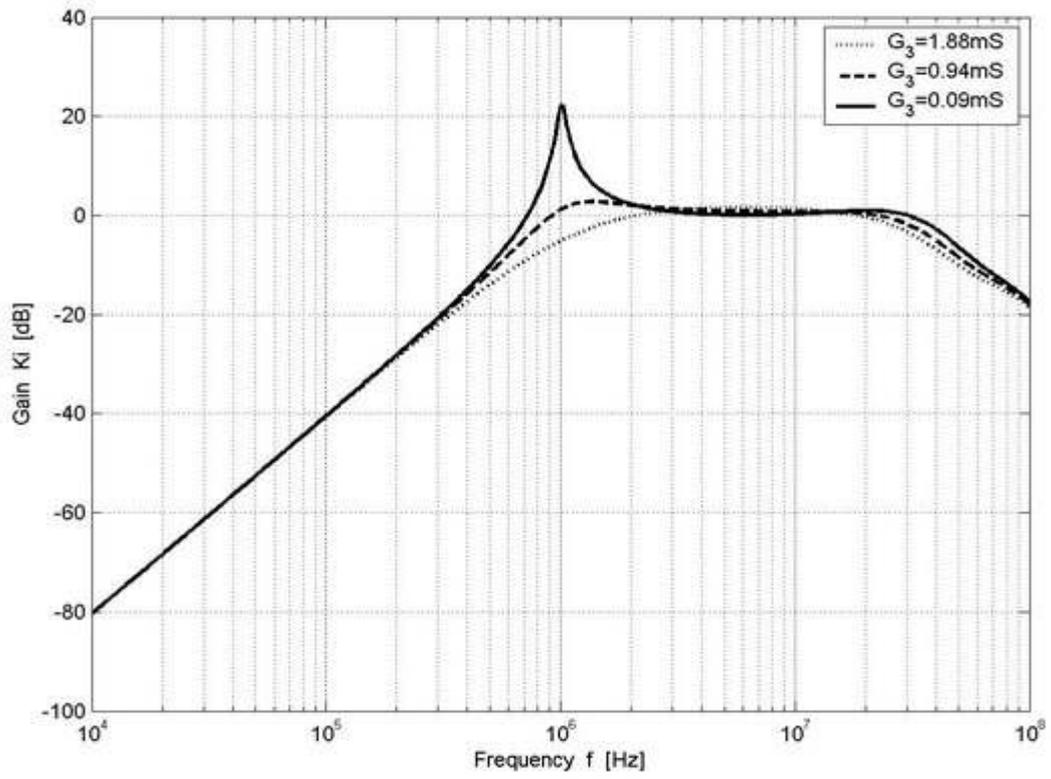
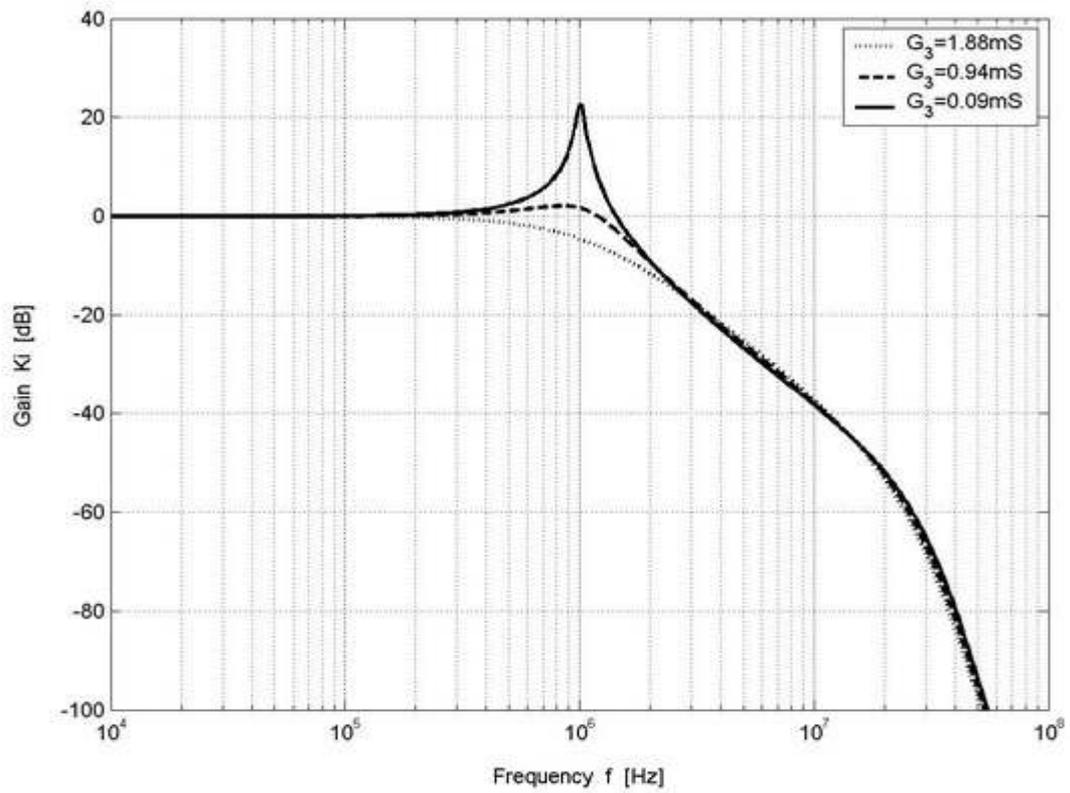


Fig. 4. a) The M-C graph of the current mode filter, b) its circuit solution

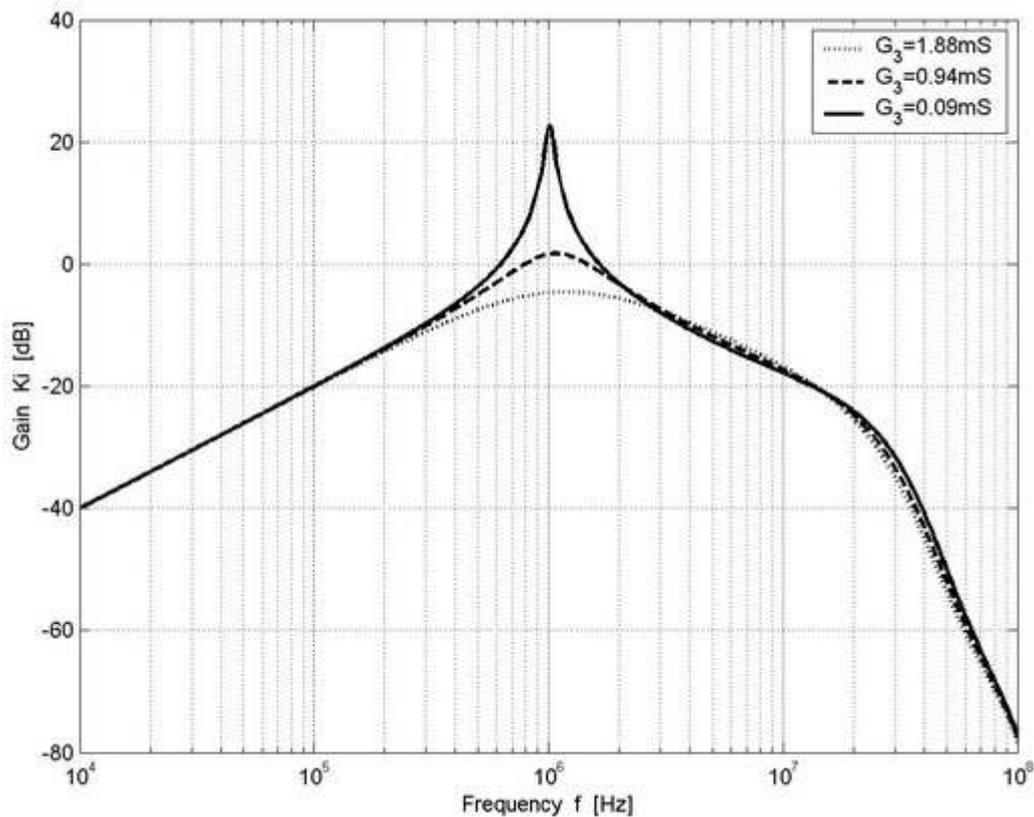
The behaviour of the analyzed multifunctional filter was further simulated in OrCAD. For given values of the characteristic frequency $f_0 = 1$ MHz, and capacitors $C_1 = C_2 = 150$ pF using (8) the conductances are $G_1 = G_2 = 0.94$ mS. For chosen values 0.5, 1, and 10 of the quality factor Q , values of the conductor G_3 must be 1.88 mS, 0.94 mS, and 0.09 mS. As active elements the third-level model of the universal current conveyor UCC-N1B [8] was used. The simulation results of the current-mode multifunctional filter are shown in Fig. 5.



a)



b)



c)

Fig. 5. Simulation results of the a) high-, b) low-, c) band-pass filter working in current mode

The simulation results of the analyzed multifunctional frequency filter are very satisfactory. The usage of three active elements enables to achieve higher values of the quality factor Q [9]. In the frequency area of 20 MHz the attenuation is higher than it should be compared with ideal behaviour. However, in case of the low- and band-pass this property is not unsuitable.

5. Conclusion. This report deals with the usage of the signal-flow graphs for the design of frequency filters with required form of the characteristic equation. Using the theoretical findings presented a number of M-C graphs with current conveyors were defined that lead to the design of frequency filters, where the quality factor Q can be changed independently on the characteristic frequency f_0 . On a chosen M-C graph further design process of a multifunctional frequency filter working in current-mode was shown. The behaviour of the presented filter was verified by OrCAD simulations.

Acknowledgement. This work was supported in part by the The Czech Science Foundation, project No. 102/06/1383 and by research project No. MSM0021630513.

References

1. Hou C., Liu S., Wu Y. New configuration for single-CCII first-order and biquadratic currentmode filters // *Int. J. Electronics.*– 1991.– Vol. 71, no. 4.– P. 637–644.
2. Cajka J., Vrba K., Zeman V. New RC-Active Network Using Current Conveyors // *Radioengineering.*– 1997.– Vol. 6, no. 2.– P. 18–21.
3. Roberts G. W., Sedra A. S. All Current-mode Frequency Selective Filters // *Electronics Letters.*– 1989.– Vol. 25, no. 12. P. 759–760.
4. Sponar R. High-Order Imittance Synthetic Oneport Elements in Frequency Filters with Current Conveyors // *Elektrorevue – Internet Journal (www.elektrorevue.cz).*– 2004. No. 13.
5. Biolek D., Gubek T., Biolkova V. Optimization of CDTA–based circuits simulating ladder structures // *Proc. WSEAS Transactions on Mathematics.*– 2004.– P. 783–788.
6. Chen W. K. *The Circuits and Filters Handbook.* – New York, CRC Press, 2003.– 2nd edition.– 2962 p.
7. Koton J., Minarcik M. The Usage of Signal Flow Graphs for Analysis of Circuits With Current Conveyors // *Elektrorevue – Internet Journal (http://www.elektrorevue.cz).*– 2006.– No. 39.
8. Becvar D., Vrba K. Universal Current Conveyor. // *Elektrorevue – Internet Journal (http://www.elektrorevue.cz).*– 2000.– No. 7.
9. Koton J., Vrba K. New Multifunctional Frequency Filter Working in Current-mode // *Mobile and Wireless Communication Networks.* – 2007.– No. 9.– P. 569–577.

Jaroslav Koton is with the Department of Telecommunications, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Technology, Purkynova 118, 612 00 Brno, Czech Republic, tel.: +420 541 149 190, fax.:+420 541 149 192, email:koton@feec.vutbr.cz

Petr A. Ushakov is with the Department of Electronic Equipment Design, Izhevsk State Technical University, Studencheskaya 7, 426069 Izhevsk, Russia Federation, email. ushpet@izh.com

ИЗ ИСТОРИИ ОТКРЫТИЙ

ОРИЕНТАЦИЯ НУЛЛОРА

Я. Браун

У высших школ в Праге богатые традиции. Университет Карла, основанный императором Карлом IV в 1348 году, был первым в Средней Европе. Политехнический институт (ныне Технический университет) создан в 1803 г. на базе первой в Европе Инженерной школы, основанной в 1707 г. Инженеры из Политехнического института Герстнер и Пернер спроектировали и построили первую в России железную дорогу (из Петербурга в Царское Село). Трамваи, произведенные в Чехословацком кооперативном депо, и закупленные СССР в 70-е годы, до сих пор исправно возят пассажиров в Ульяновске, не загрязняя окружающую среду вредными выбросами.

В годы существования первой Чехословацкой Республики (1918–1938) в Пражском техническом университете проводился семинар на русском языке по радиотехнике. Участник этого семинара Сергей Дядьков, русский по национальности, доктор-инженер (Dr. Ing. – титул, присуждаемый между первой и второй мировыми войнами Техническим университетом в Праге). С. Дядьков был первым директором Института радиотехники и электроники Чехословацкой Академии наук (ИРЭ ЧСАН = ÚRE ČSAV).

К математическому аппарату графов меня приобщил мой научный руководитель Мигель Туэро (Miguel Tuero). Степень доктора естественных наук RNDr он получил в пражском Карловом университете и являлся также кандидатом наук – CSc. М. Туэро был испанцем по национальности, приверженцем Демократической Испании, поэтому его сложный жизненный путь пересек Чехословакию. Когда это стало возможным, он вернулся в Испанию. Областью научных интересов М. Туэро являлись полиномы передаточных функций периодических лестничных структур.

В начале 60-х годов (тогда в Чехословацкой Социалистической Республике – ЧССР) я занимался вопросами замены индуктивностей активными *RC*-схемами. Для классификации и преобразований схемных моделей преобразователей отрицательных сопротивлений (NIC – Negative Impedance Converter) оказалось полезным использовать нуллаторы и нораторы [1]. Пара из норатора и нуллатора образует нуллок, обладающий свойствами идеального усилителя Теллегена [2, 3].

Использование графов я начал с нахождения числа независимых уравнений – степеней свободы по Гиллемину [4]. С методом Фойснера [5,

6] я познакомился в подробной статье [7] (эта статья является главой в книге того же автора [8]).

В те годы комбинаторными методами занималась и группа научных работников из Математического института ЧСАН. Результатом этих исследований была книга «Комбинаторный анализ на практике» [9]. Интересно, что комбинаторный метод анализа также описан в книге [10], но Кауэр публиковал результаты по этой проблематике в период между мировыми войнами.

Одно из направлений в синтезе электронных цепей связано с применением нуллаторов и нораторов в качестве самостоятельных элементов. Их можно произвольно сочетать между собой, образуя составной аномальный (singular) элемент – нуллор. При этом получаются различные по структуре схемы. В схемах функциональных блоков можно рассматривать нуллатор (НУ) как элемент с нулевыми напряжением и током, а норатор (НО) как элемент с любым напряжением и током подобно тому, как короткое замыкание (КЗ) является элементом с нулевым напряжением и любым током и разомкнутая ветвь (РВ) как элемент с нулевым током и любым напряжением.

Например, в статье [11] использована приближенная модель транзистора, учитывающая, что между базой и эмиттером транзистора имеется небольшое напряжение открытого диода и ток эмиттера приблизительно равен току коллектора, то есть ток базы приблизительно равен нулю. Следовательно, приближенная модель транзистора состоит из нуллатора между базой и эмиттером и норатора между коллектором и эмиттером. Таким же образом были созданы модели преобразователей отрицательных сопротивлений [1].

Появление схем, состоящих, как из элементов R , L , C , так и нуллоров, потребовало разработки нового топологического метода анализа. В силу правила Крамера знаменатель передаточной функции (transfer function) равен определителю схемы, дополненной по виду функции на входе и выходе КЗ- или РВ-ветвью. Числитель передаточной функции (transfer function) равен определителю схемы, дополненной норатором на входе и нуллатором на выходе. Таким образом, схемами числителя и знаменателя можно представить произвольные функции для схем с любыми элементами (R , L , C , НУ, НО). Очевидна возможность обобщения для схем с больше чем одним входом и выходом.

Числитель передаточных функций схем с элементами R , L , C в общем случае может содержать не только положительные, но и отрицательные члены. Что бы различить положительные и отрицательные члены, необходимо ориентировать нуллаторы и нораторы. Вот так нуллаторы и нораторы оказались полезными не только в моделях активных элементов, но и при анализе цепей.

На симпозиуме в Праге «Летняя школа по теории цепей» (Symposium «Summer Scholl on Circuit Theory», Prague, 9.09.–15.09.1965) у меня был доклад [12]. Некоторые результаты я опубликовал в статье [13] и также в монографии [14], написанной на чешском языке с аннотацией и подписями к рисункам, выполненными на английском языке. В монографии [14] дается трактовка передаточных функций с точки зрения ориентации входа и выхода схемы и правила знаков.

Это не моя диссертация на степень кандидата наук (CSc), как ошибочно указано библиографической ссылкой [3, с. 221]. В действительности моя диссертация на степень CSc была по теме аппроксимации фильтров с линейной фазой.

Почти одновременно со мной ориентированные нуллоторы и нораторы и (нуллоторы) использовал Давиес [15]. Однако мой доклад на симпозиуме в Праге состоялся на полгода раньше, а моя статья [13], опубликованная в том же журнале и том же году, что и статья Давиеса, содержала более общие и далеко идущие результаты. К сожалению, статья [15] не получила дальнейшего развития. Непросто объяснить то обстоятельство, что среди работ по символьному анализу активных электрических цепей крайне мала доля работ, которые опираются на схемные представления и используют в качестве расчетной модели непосредственно схему замещения цепи.

В недавних работах [17–23] использован неудаляемый управляемый источник, являющийся по существу взвешенным ориентированным нуллотором, и показано, что не оцененный ранее по достоинству схемный подход (метод сокращенных схем) имеет ключевое значение для формирования выражений символьных схемных функций (ССФ), оптимальных по вычислительной сложности и лишенных избыточных операций вычитания. Намеченные в этих работах пути совершенствования методов символьного анализа предполагают возврат к результатам Фойснера и их развитие для получения схемного решения задачи формирования ССФ сложных активных электрических цепей.

К аналитическим методам я вернулся в своей диссертации на степень доктора технических наук DrSc, в монографии на чешском языке [16] и в нескольких дальнейших выступлениях на конференциях.

Возникает интересный вопрос: почему элементы схемы НУ и НО необходимо ориентировать, в то время как для элементов R , L , C этого делать не нужно? Детальный ответ на этот вопрос требует тщательного обсуждения, которое сделано в работе [16].

Для элементов схемы можно считать одну из переменных u и i зависимой переменной вторую независимой. Ориентацию независимой переменной я определяю в работе [16] как ориентацию элемента. Элементы, для которых независимой переменной является напряжение u и для которых справедливо уравнение $i = \dot{u}$, называются u -элементами, а

элементы для которых независимой переменной является ток i и для которых справедливо уравнение $u=zi$, называются z -элементами. Элементы u и z называются также неособенными (regular).

Существует важная теорема, которая говорит, что неособенные элементы u и z являются обратимыми (reciprocal). Вторая теорема устанавливает, что соединения обратимых элементов и обратимых схем продолжают оставаться и далее обратимыми элементами и схемами, то есть инвариантны к ориентации каждого элемента.

Вообще можно сказать, что в схемах с точки зрения ориентации затруднением является не активное поведение, а необратимость (non-reciprocity). Иными словами, поведение элемента схемы, как источника энергии, и необратимость не являются взаимообусловленными. Существуют элементы которые необратимы и пассивны, например датчик Холла, и наоборот, отрицательное сопротивление является моделью обратимого источника. Однако есть что-то общее между активным и необратимым. Это наличие поля или источника которые принимают косвенное участие в деятельности элемента. Это в случае датчика Холла – магнитное поле, в случае усилителей – источник постоянного напряжения.

В ранней публикации [13] нечетко объяснено, как находится знак передаточной схемной функции, обусловленный ее числителем. Из более подробной работы [16] следует, что целесообразно ввести ориентацию тока и напряжения норатора в обратном направлении по отношению к ориентации положительного источника энергии, то есть согласно ориентации отрицательного сопротивления. Таким образом, существуют нораторы, ориентированные по току, и нораторы, ориентированные по напряжению, а также два вида определителей в числителе ССФ.

Правила нахождения всех шести схемных функций сведены в табл. 1, где применены обозначения ориентированных нуллов, предложенные в [19]. Графические представления нуллов обсуждаются в работе [24].

Если обозначить j как вход и k как выход четырехполюсника, то определитель равен $D_{(kj)}^j$, когда на входе включен норатор, ориентированный по напряжению, и определитель равен $D_j^{(kj)}$, когда ко входу подключен норатор, ориентированный по току. Оба определителя связаны тождеством:

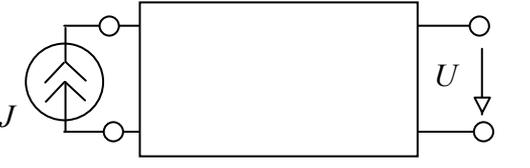
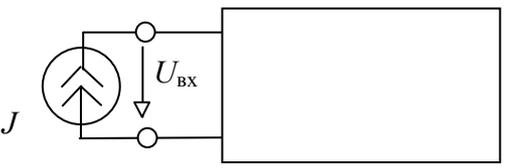
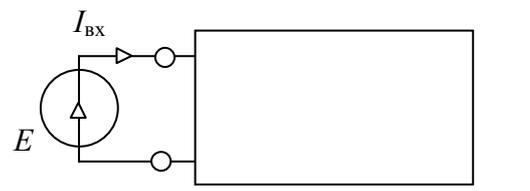
$$D_{(kj)}^j = -D_j^{(kj)}. \quad (1)$$

Математический модель схемы электрических цепей, составленных из элементов R , L , C , НУ, НО, образована из двух подсистем уравнений. Первая подсистема уравнений получается из законов Кирхгофа

$$Ai=0, Bu=0, \quad (2)$$

где $A=[\mathbf{1}, \Lambda]$ – матрица сечений (cut set matrix) и $B=[\Lambda', \mathbf{1}]$ – матрица контуров (loop matrix).

Таблица 1. Нахождение схемных функций с помощью нуллов

№	Исходная схема	Схемное выражение
1	Коэффициент передачи по напряжению	
		$K_{EU} = U/E = \frac{\left \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{---} \square \text{---} \\ \downarrow \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$
2	Передаточная проводимость	
		$Y_{EI} = I/E = \frac{\left \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{---} \square \text{---} \\ \downarrow \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$
3	Передаточное сопротивление	
		$Z_{JU} = U/J = \frac{\left \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{---} \square \text{---} \\ \downarrow \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$
4	Коэффициент передачи по току	
		$B_{JI} = I/J = \frac{\left \begin{array}{c} \downarrow \\ \text{---} \square \text{---} \\ \downarrow \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$
5	Входное сопротивление	
		$Z_{JU} = U_{\text{вх}} / J = \frac{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$
6	Входная проводимость	
		$Y_{EI} = I_{\text{вх}} / E = \frac{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }{\left \begin{array}{c} \square \\ \text{---} \square \text{---} \\ \square \end{array} \right }$

Вторую подсистему уравнений образуют компонентные уравнения

$$i=Yq, \quad u=Zq, \quad (3)$$

где q – вектор управляющих переменных, являющихся токами и напряжениями.

Уравнения (3) в общем случае позволяют задать произвольные линейные элементы, включая управляемые источники. В случае RLC -схем матрицы Y и Z являются диагональными. При наличии нуллора с норатором, ориентированным по току, ненулевой элемент матрицы Y находится на диагонали, а соответствующий ненулевой элемент матрицы Z помещен вне диагонали. В случае нуллора с норатором, ориентированным по напряжению, наоборот, ненулевой элемент матрицы Z помещается на диагонали, а ненулевой элемент матрицы Y вне диагонали.

После подстановки уравнений (3) в уравнения (2) получается матричное уравнение

$$Mq=0, \quad (4)$$

где $M = [AY \ BX]^t$ – квадратная матрица.

Тождество в уравнении (4) означает, что отклонение на любом входе или выходе схемы должно быть сразу где-то скомпенсировано. Это следствие уравнений Кирхгофа, потому что потенциалы в узлах схемы, магнитное поле контуров выравниваются во много раз быстрее по сравнению с остальными процессами в схеме.

Пусть $\det M = D$ определитель матрицы M или схемный определитель. Определитель D является мультилинейной функцией элементов матриц Y и Z . Из этого в случае неособенных элементов цепи следует

$$D = \frac{\partial D}{\partial y_j} y_j + \frac{\partial D}{\partial z_j} z_j, \quad (5)$$

где – определитель схемы со стянутой (КЗ) ветвью j , – определитель схемы с удаленной (РВ) ветвью j .

Формула (5) включает в себя обе формулы Фойснера для выделения сопротивления и проводимости [17, 18]. В случае выделения сопротивления принимается $y_j=1$, а проводимости – $z_j=1$.

Решение системы (3) требует, чтобы определитель D и все его частные производные первой и высших степеней были нулевыми. Это служит основой изложенного в работе [16] альтернативного способа вычисления определителей матриц четырехполюсников и матриц схем с больше чем двумя входами.

Сопоставим определителю D_j^k определитель $D_j^{(kj)}$:

$$D_j^k = \begin{bmatrix} \dots & A_i & \dots & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \dots & B_k & \dots \end{bmatrix}, \quad D_j^{(kj)} = \begin{bmatrix} \dots & A_i & \dots & 0 & \dots \\ \dots & 0 & \dots & B_j & \dots \end{bmatrix}, \quad (6)$$

а определителю D_k^j – определитель $D_{(kj)}^j$:

$$D_k^j = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & A_k & \dots \\ \dots & B_j & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad D_{(kj)}^j = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots & A_j & \dots \\ \dots & B_j & \dots & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где A_j и A_k – столбцы матрицы A , а B_j и B_k – столбцы матрицы B .

Из сравнения (6) и (7) следует что определители и отличаются только тем что переставлены столбцы j и k . Это доказывает выражение (1).

Более подробное изложение и примеры использования топологического метода анализа цепей [16] я могу предоставить коллегам по их запросам на мой e-mail.

В заключение я хочу поблагодарить Филаретова Владимира Валентиновича и Горшкова Константина Сергеевича за их интерес, который меня привел к подготовке настоящего сообщения. Проф. Филаретова я благодарю за то, что он взял на себя труд редактора, и за его ценные дополнения и замечания.

Литература

1. Braun J. Equivalent NIC networks with nullators and norators // IEEE Transactions on circuit theory. – 1965. – CT-14, No. 3. – P. 441–442.
2. Tellegen B.D.H. La recherche pour una sèrie complète d'èlèments de circuit ideaux non-linéaires (23 aprile 1954) // Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'università e del politecnico. – Milano, 1955. – Vol. 25 (1953–1954). – P. 134–144.
3. Миланцей Т. Идеальный усилитель Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т.3. – С.222–234.
4. Guillemin E.A. Introductory Circuit Theory. – New York, J. Wiley, 1953.
5. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304–1329.
6. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385–394.
7. Weinberg L. `s «Third and fourth laws» // IRE Trans. on circuit theory. 1958. – Vol. CT-5, №1. – P. 8–30.

8. Weinberg L. Network Analysis and Synthesis.— New York: McGraw-Hill Book Inc., 1962.

9. Čulík K., Doležal V., Fiedler M. Kombinatorická analýza v praxi.— Praha: SNTL, 1967.

10. Cauer W. Theorie der Linearen Wechselstromschaltungen.— Berlin: Akademie-Verlag, 1954.

11. Martinelli G. Sintesi di una generica funzione di trasferimento mediante il nullator ed il norator. // Alta Frequenza. vol. XXXII – 1963 – P. 274 – 282.

12. Braun, J. Analytical Methods in Active Network Theory // Summer Scholl on Circuit Theory, Prague, 1965.— Praha: Acta Polytechnica.— Series IV.— No. 1.— P. 5.

13. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // Electronics letters. – 1966. – Vol. 2, no. 11. – P. 427–428.

14. Braun J. Metoda singulárních prvků v teorii linearizovaných aktivních neresipročních soustav / Rozpravy ČSAV, Rada tech. věd (Ročník 79–Sešit 2).— Praha: Academia nakladatelství Československé akademie věd, 1969.— 60 p.

15. Davies A.G. Topological solutions of network containing nullators and norators // Electronics letters. – 1966. – Vol. 2. – P. 90.

16. Braun J. Kombinatorické metody v analýze a modelování elektronických soustav (Combinatorial Methods in Analysis and in Models of Electronics Systems).— Praha: Academia, 1990.

17. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.— С. 43–52.

18. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology Russia. – 1998. – N 2.— P. 46–61.

19. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество. – 2001. – № 4. – С. 43–51.

20. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8. – С. 33–42.

21. Филаретов В.В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2001. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – Т. 3. – С. 13–15.

22. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // Proceedings of the European conference on circuit theory and design (ECCTD–2003). – Kraków, Poland, 2003. – Vol. 2. – P. 406–409.

23. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. – Wroclaw (September 23–24). – 2004. – P. 8–11.

24. Курганов С.А., Миланцей Т., Филаретов В.В. Обозначения аномальных элементов в теории электрических цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунаrod. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 236–238.

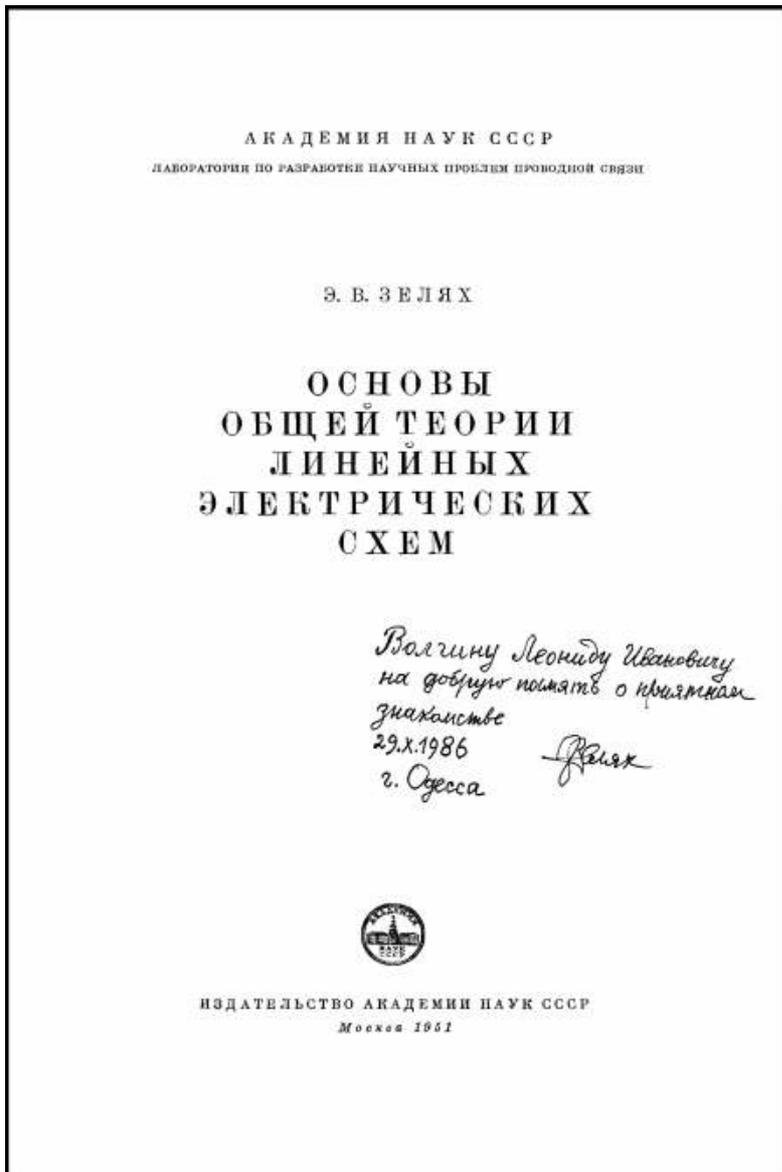
Jaromír Braun – Ing, CSc, DrSc. Research scientist of Department of Broadband Signals of Institute of Photonics and Electronics, Academy of sciences of Czech Republic. 182 51, Praha 8, Chaberská 57, Home address: 182 00, Praha 8, Ryzlinková 14. E-mail: jaromir.braun@centrum.cz



ТЕОРЕМА ЗЕЛЯХА–ТЕЛЛЕГЕНА

И. В. Ерохов, В. В. Филаретов

Введение. В 1951 году в издательстве Академии наук СССР вышла в свет монография [1], которая впервые представляла теорию электрических цепей как отдельную дисциплину. Тираж издания был небольшим (2500 экз.), и книга к настоящему времени стала библиографической редкостью (рис.1). Текст книги был предварен цитатой: «От живого созерцания к абстрактному мышлению и *от него к практике* – таков диалектический путь познания *истины*, познания объективной реальности» [2].



Книгу отличает строгое, академическое изложение теории цепей, последовательное использование принципа дуальности к элементам, схемам и сложным математическим выражениям. Это сделало изложение компактным, и вместе с тем более понятным читателю. Но главное достижение монографии – доказательство энергетического баланса схемы, проведенное на максимально высоком уровне абстракции с применением только законов Кирхгофа. Подобные рассуждения, оформленные в виде теоремы, были опубликованы на Западе только в 1952 году [8].

Рис. 1. Титульная страница монографии [1]

Во введении [1, с. 8] отмечается: «Таким образом, теория линейных электрических схем по своему объему и значению переросла и рамки

раздела курса теоретической электротехники. Несомненно, наступила пора рассматривать и развивать теорию схем как самостоятельную дисциплину.». Далее автор указывает на сходство теории схем с геометрией «которая даёт свои законы, абстрагируясь от конкретных предметов, рассматривая предметы, как тела, лишённые конкретности, и определяя отношения между ними никак конкретные отношения каких-то конкретных предметов, а как отношения тел вообще, лишённые всякой конкретности» [3].

Доказательство баланса мощностей схемы. Это доказательство обсуждается в подразделе 1.6. «Баланс мощностей в схеме»[1, с. 36–38]. «В электротехнике широко применяется понятие «мощность». *Мгновенной мощностью* называют произведение напряжения на ток...».

«С помощью геометрической теории схем можно легко показать справедливость следующего положения, определяющего баланс мощностей в схеме: *сумма мгновенных мощностей, доставляемых действующими в схеме источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых или запасаемых остальными элементами схем*».

«Для простоты ограничимся доказательством данного положения для схемы, в которой имеются источники лишь одного вида: либо источники напряжения, либо источники тока».

В первом случае пусть каждая из ветвей схемы, как показано на рис. 1.17,а, состоит из последовательно соединённых: источника напряжения E и пассивного элемента, изображенного схематически в виде прямоугольника.



Рис. 1.17. Разные типы ветвей схемы

Присоединим мысленно к точкам 1 и 3 сопротивление $R = \infty$ для того, чтобы получить замкнутый контур. Тогда для каждой ветви схемы, на основании формулы (1.10,а) {второго закона Кирхгофа – И.Е.}, можно написать равенство

$$U + E = U_0, \quad (1.29)$$

где U – напряжение на крайних узлах ветви, а U_0 – напряжение на пассивном элементе.

Соответственно для всей схемы в целом можно написать:

$$U_t + E_t = (U_0)_t, \quad (1.30)$$

где

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \dots \\ E_{nB} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} U_{01} \\ U_{02} \\ \dots \\ U_{0nB} \end{pmatrix}.$$

Умножив каждый член равенства (1.30) справа на матрицу Γ {матрицу контурных инцидентий некоторой схемы – прим. ред.} и учтя (1.26) $\{\mathbf{U}_t \Gamma = 0$ – второй закон Кирхгофа – прим. ред.}, найдем

$$\mathbf{E}_t \Gamma = (\mathbf{U}_0)_t \Gamma. \quad (1.31)$$

Умножим далее обе части полученного равенства справа на \mathbf{i} {вектор контурных токов – прим. ред.} и учтя (1.27) $\{\mathbf{I} = \Gamma \mathbf{i}$ – связь между токами в ветвях и контурными токами – прим. ред.}, придем к равенству

$$\mathbf{E}_t \mathbf{I} = (\mathbf{U}_0)_t \mathbf{I}, \quad (1.32)$$

представляющему собой не что иное, как алгебраическую запись положения, справедливость которого и требовалось доказать.

Во втором случае, когда в схеме имеются лишь источники тока, положим, что каждая ветвь состоит из параллельного соединения источника тока и пассивного элемента (рис. 1.17,б).

Для доказательства баланса мощностей во втором случае воспользуемся принципом дуальности [1, с. 28].

Принцип дуальности. «Если в формулировке любой зависимости между напряжениями и токами электрической схемы провести замену величин и терминов соответствующими дуальными величинами и терминами согласно таблице $\{R, L, S, u(t), E(t), \text{контур}\} \leftrightarrow \{G, C, \Gamma, i(t), J(t), \text{узел}\}$, то новая формулировка сохраняет смысл (хотя и относится уже к другой схеме).

В первоначальной (более узкой) форме этот принцип был известен еще в начале текущего столетия [4].»

Под «формулировкой» в этом положении Э.В.Зеляха следует понимать и сам ход любого доказательства в теории цепей. Таблицу соответствий в обсуждаемом случае следует дополнить новыми терминами {контурные токи, матрица контурных инцидентий \leftrightarrow узловые напряжения, матрица узловых инцидентий} [5]. В результате применения обобщенного принципа дуальности получаем искомое выражение, приведенное в [1, с. 38]

$$\mathbf{U}_t \mathbf{J} = \mathbf{U}_t \mathbf{I}_0. \quad (1.36)$$

Прежде всего, обратим внимание на введенное понятие «мгновенной мощности». Дело в том, что мощность является удельной величиной и находится как отношение энергии к интервалу времени. Таким образом,

мгновенную мощность следует понимать как вектор зафиксированных значений в определенный момент времени. Вектора токов и напряжений также должны представлять собой набор чисел. Однако нигде не сказано, что их значения соответствуют одному и тому же моменту времени. Утверждения (1.32) и (1.36) доказываются только с помощью законов Кирхгофа, закон Ома даже не упоминается. В конце подраздела 1.6 Э.В.Зелях замечает: «Рассмотренное положение вытекает также и из закона сохранения энергии, которому, следовательно, удовлетворяют законы Кирхгофа. Связь между этими законами и законом сохранения энергии рассмотрел впервые (еще в 1886 году) Н.П.Слугинов [6]». Элементарное доказательство теоремы, вытекающее из закона сохранения энергии, приведено в [7]. Таким образом, Элизар Вульфович видел главное в открытии связи между законами Кирхгофа и законом сохранения энергии (что сделано Н.П.Слугиновым), возможно поэтому сформулированное положение не получило в книге [1] статус теоремы.

«Нет пророка в своем Отечестве» и аналогичное положение, сформулированное спустя год Теллегеном [8] получило широкое распространение и развитие в теории электрических цепей под названием «теорема Теллегена» [9,13].

Формулировка Теллегена. Приведем формулировку теоремы из статьи [8] в переводе авторов работы [9].

«Если токи i ветвей цепи произвольной конфигурации и напряжения u – ветвей цепи той же конфигурации таковы, что для любого узла $\sum_{k=1}^n i_k = 0$ и для любого контура $\sum_{k=1}^m u_k = 0$, и если для каждой ветви ток направлен от "+" к "-", которые обозначают полярность напряжения этой ветви, то

$$\sum iu = 0, \quad (1)$$

где суммирование проводится по всем ветвям».

Далее авторы работы [9] показывают, что в монографии [1] доказано то же самое соотношение. Прделаем это вслед за ними.

Запишем выражение (1) таким образом, чтобы было видно: напряжения и токи взяты в схеме для различных моментов времени

$$\sum_{k=1}^b i_k' u_k'' = 0. \quad (2)$$

Убедимся, что матричная форма выражения (2) непосредственно следует из равенства (1.32)

$$E_t I = (U_0)_t I. \quad (3)$$

Действительно, уравнение (3) равносильно уравнению $I_t E = I_t (U_0)$ или

$I_t \{E - U_0\} = 0$. В фигурных скобках последнего выражения заключен вектор напряжений ветвей. Следовательно, выражение (1.32) (или 1.36) Э.В.Зеляха и выражение (2) Б.Теллегена отображают одно и то же положение, которое с учетом приоритета Э.В.Зеляха следует назвать «теоремой Зеляха–Теллегена».

Следует подчеркнуть, что доказательство Б.Теллегена проведено на уровне уравнений, без использования матричного аппарата линейной алгебры, то есть менее формально, прозрачно и воспроизводимо другими специалистами. Изящное доказательство Э.В.Зеляха предусматривает три этапа: 1) запись уравнений обобщенных ветвей; 2) умножение этого матричного уравнения на матрицу контуров (матрицу узлов) с учетом второго (первого) закона Кирхгофа; 3) умножение полученного матричного уравнения на соответствующий вектор контурных токов (узловых напряжений) с учетом связи между токами в ветвях (напряжениями ветвей) и контурными токами (узловыми напряжениями).

Применение теоремы Зеляха–Теллегена. Покажем вывод теоремы как продолжение рассуждений в монографии [1]. Баланс мощностей электрической схемы находится как одно из произведений:

$$I_t U = 0 \quad \text{или} \quad U_t I = 0 \quad (4)$$

Раскроем каждое уравнение (4), используя обозначения Э.В.Зеляха:

$$I_t \Pi \mu = i_t \Gamma \Pi \mu = 0 \quad \text{и} \quad U_t \Gamma i = u_t \Pi \Gamma i = 0 \quad (5)$$

Из выражений (5) следует равенство, которое является записью теоремы Зеляха–Теллегена в самом абстрактном виде:

$$\Gamma \Pi = \Pi \Gamma_t \quad (6)$$

Тождество (6) используется при получении системы уравнений, составленных по методу переменных состояния. Дело в том, что знаки условно положительных направлений в узле и контуре должны быть согласованы. В статье [10] используется только один знак – для узла, другой знак не устанавливается вообще. Положительный обход контуров может быть разным по направлению, важно только одно, чтобы выполнялось условие (6). Напомним главные этапы этого алгоритма [10].

Выбирается дерево схемы, по которому записывается матрица главных сечений. Матрица сечений преобразуется в фундаментальную матрицу узловых инцидентий с одновременным разделением множества ветвей на ветви дерева и ветви связи: $\Pi_f = [E \ F]$, тогда $\Gamma_f = [K \ E]$, где E – единичная матрица.

Из тождества (6) следует, что блок K можно найти по формуле:

$$K = -F^t.$$

Таким образом, с помощью теоремы (6) знаки обхода контуров определяются одним условно положительным направлением относительно

узла. Другие применения теоремы Зеляха–Теллегена приведены в работах [7, 11].

Обобщение теоремы Зеляха–Теллегена. В работе [11] дается обобщение теоремы в развитие идей монографии [1]. Работу А.М.Иваницкого легко найти в библиотеках, поэтому остановимся на обобщении теоремы из источника [12]. Это надо сделать обязательно, так как авторы статьи развивают идеи Теллегена на Западе. Так ими было описано более 20-ти разновидностей основной теоремы теоретической электротехники [13].

В работе [12] введено понятие оператора Кирхгофа: «Пусть Λ' -оператор Кирхгофа по току, действие которого по отношению к множеству токов i_α ветвей, принадлежащих цепи из b ветвей, заключается в создании нового множества “токов $\Lambda' i_\alpha$ ” b ветвей, которое подчиняется первому закону Кирхгофа. Пусть также Λ'' - оператор Кирхгофа по напряжению, который может произвести действие над множеством напряжений u_α ветвей, превращая его в новое множество “напряжений $\Lambda'' u_\alpha$ ” ветвей, подчиняющихся второму закону Кирхгофа».

Используя введенное понятие, запишем тождество

$$\sum_{\alpha} \Lambda' i_{\alpha} \Lambda'' u_{\alpha} = \sum_p \Lambda' i_p \Lambda'' u_p, \quad (7)$$

где i_p, u_p – контурные токи и узловые напряжения, Λ', Λ'' – операторы Кирхгофа, которые могут состоять из последовательности операторов Кирхгофа, примененных в любом порядке, который имеет какой-то смысл.

Элементарными операторами Кирхгофа являются узловая и контурная матрицы инцидентий. Соблюдая правила матричных операций, запишем выражение (7) как:

$$I_t \Pi_t \Gamma U = i_t \Pi_t \mu. \quad (8)$$

Левая часть тождества (8) равна нулю согласно законам Кирхгофа, а содержание правой части уточним на примере рис.2.

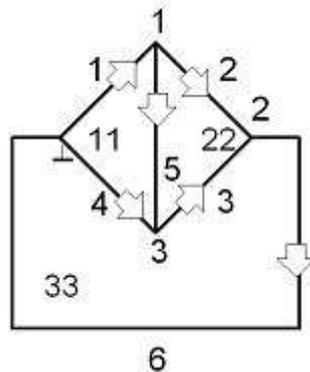


Рис. 2. Граф простой электрической цепи

Графу на рис. 2 соответствуют матрицы инциденций:

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Произведение вектора контурных токов на матрицу узловых инциденций, уравнение (8), дает следующий результат:

$$\mathbf{i}_t \mathbf{\Pi} = [-i_{11} \quad i_{11} - i_{22} \quad -i_{22} + i_{33} \quad -i_{33} \quad i_{11} - i_{33} \quad i_{22}]. \quad (10)$$

Последующие два сомножителя позволяют получить вектор-столбец напряжений ветвей:

$$\mathbf{\Gamma} \mathbf{u}_t = [-u_1 \quad -u_2 \quad u_2 - u_3 \quad u_1 - u_3 \quad -u_1 + u_2 \quad -u_3]. \quad (11)$$

Выражение (10) представляет собой вектор токов ветвей электрической цепи, граф которой аналогичен рис.2. Вектор (11) содержит напряжения ветвей той же электрической цепи. Этот факт легко проверить по графу электрической цепи рис. 3.

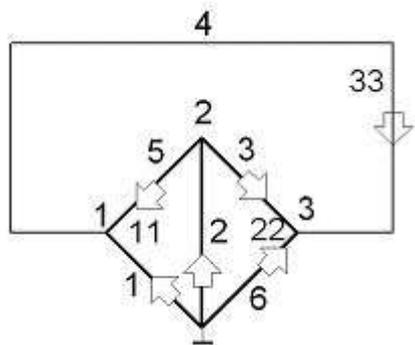


Рис.3. Граф электрической цепи, соответствующий выражениям (10) и (11)

Как видно из примера, выражение (8) справедливо для электрической цепи, граф которой аналогичен рис.2. Таким образом, теорема Зеляха-Теллегена в обобщенной форме (8) сохраняет изначальный смысл.

Заключение. Теорема о псевдомощностях (обобщение теоремы Зеляха–Теллегена) рассматривалась сначала как некоторое соотношение, связывающее данные, измеренные в разные моменты времени на одной и той же схеме. Потом было осознано, что это могут быть разные схемы, объединенные единым графом, другими словами, одной схемой соединения элементов в электрическую цепь.

Интересно ознакомиться с формулировкой теоремы, которую приводят в своей работе ученые – последователи Теллегена [12]: «если i'_1, i'_2, \dots, i'_b

являются токами ветвей цепи N' из b ветвей, а $u_1'', u_2'', \dots, u_b''$ являются напряжениями ветвей другой цепи N'' из b ветвей, где N' и N'' имеют общий линейный граф, однако, могут быть разными, то справедливо следующее равенство:

$$\sum_{k=1}^b i_k' u_k'' = 0. \quad (12)$$

где суммирование производится по всем ветвям цепи. Правило знаков, принятое для напряжений и токов, таково, что если бы N' и N'' были тождественны, то произведение $i_k' u_k''$ соответствовало бы *мгновенной мощности* ветви». Как видим, в работе [12] появляется понятие, начиная с которого в монографии [1] строилось доказательство теоремы еще в 1951 году.

Для доказательства справедливости «виртуального» баланса мощностей (12) используются только законы Кирхгофа, что подчеркивает их роль в описании схем. Оказывается, что геометрическая информация о схеме является самой важной составляющей математической модели и с этим непросто согласиться. Закон Ома является самым популярным соотношением у электриков-практиков, а тут он вдруг отходит на второй план. Особенно ярко это следует из выражения для обобщенной формы теоремы Зеляха–Теллегена (8). Следует отметить, что в учебнике [14, с. 61] приведена формулировка теоремы о псевдомощностях, но без доказательства.

Выводы

1. Теорема Зеляха–Теллегена не только была впервые доказана в нашей стране, но и сама связь между законом сохранения энергии и законами Кирхгофа была открыта нашим соотечественником – Н.П.Слугиновым на шестьдесят пять лет раньше получения результатов Зеляха и Теллегена.

2. Отечественной теории электрических цепей предстоит освоить все формы основной теоремы теоретической электротехники, особенно разностную форму, которая связана с волновым принципом распространения сигнала по электрической цепи. Нам надо наполнить содержанием более сложные операторы Кирхгофа и исследовать их свойства.

3. Теорема Зеляха–Теллегена и ее простое матричное доказательство, предложенное Зеляхом, на наш взгляд, неоправданно не включается в основные учебники по теоретическим основам электротехники и теории электрических цепей, включая последние издания [15, 16]. При этом баланс мощностей в схеме, как правило, излагается без вывода, несмотря

на использование в современных курсах узловых и контурных матриц инцидентий.

Литература

1. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд. АН СССР, 1951. – 336с.
2. В.И.Ленин. Философские тетради.– 1947.– С. 146.
3. Сталин И.В. Марксизм и вопросы языкознания.– Изд-во «Правда».– 1950.– С. 20.
4. Bloch A. On methods for the construction of networks dual to non-planar networks // Proc. Phys. Soc.– 1946.– 1 nov.
5. Иваницкий А. М. Принцип взаимосоответствия // Радиотехника. – 1976. – Т. 31, № 7. – С. 45–52.
6. Слугинов Н.П. О системе линейных проводников // ЖРФХО: Физ. отд.– 1886.– Т. 18.– С. 177.
7. Ерохов И.В. Энергетический баланс электрических цепей в трудах Г.Кирхгофа // Праці УНДІРТ.– 2006.– № 1.– С. 101–103.
8. Tellegen B.D.H. A general network theorem with applications // Philips Res. Rept.– 1952.– Vol.7 (August).– P. 259–269.
9. Яхинсон Б.И., Иваницкий А.М. О теоремах Зеляха и Теллегена // Радиотехника.– 1973.– Т. 28, № 12.– С.66–67.
10. Stern T.E. On the equation of Nonlinear Networks // IEEE Trans. on circuit theory.– 1966.– CT-13, N 1.– P.74–81.
11. Иваницкий А.М. Обобщение теоремы Теллегена // Радиотехника.– 1974.– Т. 29, № 5.– С. 92–94.
12. Penfield P., Spence R., Duinker S. A Generalized Form of Tellegen's Theorem // IEEE Trans. on circuit theory.– 1970.– CT-17, N 3.– P.302–308.
13. Пенфилд П., Спенс Р., Дюинкер С. Энергетическая теория электрических цепей. – М.: Энергия, 1974. – 152 с.
14. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей: Учебник для вузов. – М.: Высш.шк., 1987. – 512 с.
15. Новгородцев А. Б. 30 лекций по теории электрических цепей. – СПб.: Политехника, 1995. – 519 с.
16. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Т. 1.– СПб.: Питер, 2004.– 463 с.

Ерохов Игорь Васильевич – к.т.н., доцент кафедры физической и биомедицинской электроники Запорожского гуманитарного университета «ЗИГМУ» (Украина). E-mail: yerokhov@bigmir.net. Домашний адрес: Украина, 330096, г. Запорожье, ул. Чуйкова, 14А – 73.

ТЕОРЕМА СИГОРСКОГО

В. В. Филаретов

Под теоремой В.П.Сигорского здесь понимается теорема об определителе суммы матриц [1].

Теорема. Определитель суммы двух матриц α и β порядка m находится по формуле

$$\Delta_m = \sum \sum M_k^\alpha A_k^\beta, \quad (1)$$

где M_k^α – минор k -го порядка определителя матрицы α , A_k^β – алгебраическое дополнение (АД) соответствующего минора k -го порядка определителя матрицы β . В этой формуле $\sum M_k^\alpha A_k^\beta$ – сумма произведений всех возможных миноров и АД соответствующих миноров k -го порядка. Знак A_k^β положителен (отрицателен) при четной (нечетной) сумме номеров строк и столбцов, удаленных для образования этого АД.

В основе выражения (1) лежит понятие алгебраического дополнения минора M порядка k , расположенного в строках с номерами i_1, i_2, \dots, i_k и столбцах с номерами j_1, j_2, \dots, j_k некоторой квадратной матрицы α порядка n

$$M = (-1)^{s+t} \det \alpha_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}, \quad (2)$$

где $\det \alpha_{j_1, j_2, \dots, j_k}^{i_1, i_2, \dots, i_k}$ – определитель матрицы порядка $n-k$, полученной из матрицы α вычеркиванием строк и столбцов минора M ; $s = i_1 + i_2 + \dots + i_k$, $t = j_1 + j_2 + \dots + j_k$. Выражение (2) первоначально было использовано в теореме Лапласа о разложении определителя матрицы по некоторому множеству ее строк или столбцов [2]. Теорема Сигорского, как и теорема Лапласа, сводит вычисление определителя n -го порядка к вычислению определителей меньших порядков.

Результат (1) получил широкое применение для формирования полиномиальных схемных функций в символьном и численном виде [3–7]. Однако гораздо менее известно использование теоремы Сигорского в символьном анализе сложных электрических цепей по частям [8–14], чему здесь будет уделено основное внимание.

Первым существенным применением этой выражения (1) было его использование в теоретическом подтверждении достоверности диакоптического метода Д-деревьев [8,9]. Спустя двадцать лет этот проверенный временем результат (1) лег в обоснование диакоптического метода схемных миноров (метода двоичных векторов) [13,14]. При этом было установлено, что разработанные ранее за рубежом метод мультисоединений для анализа по частям графа Коутса [10] и метод

что, в частности, затрудняет формирование упрощенных выражений ССФ [15].

Вывод матричной формулы бисекции строится на разложении определителя матрицы по строкам и столбцам (по Лапласу). Это позволяет, хотя и ценой трудоемких выкладок, получать формулы бисекции схемы по четырем и более узлам [11,12]. Вместе с тем в задачах формирования ССФ сложных интегральных схем необходим общий алгоритм построения диакоптических формул для произвольного числа узлов бисекции.

Избежать рутинных выкладок и получить общее решение позволяет обсуждаемая теорема Сигорского, которая, к сожалению, до сих пор не приводится наряду с теоремой Лапласа о разложении определителя по совокупности строк, в учебных курсах по линейной алгебре [<http://www.uic.nnov.ru/~znu/algebra/algebra.html>] и неизвестна в Дальнем Зарубежье, несмотря на довольно широкую известность в СССР [16].

Структура матрицы схемы, подлежащей бисекции, изображена на рис. 1. Заштрихованные части матриц α и β , отображающие подсхемы, содержат параметры элементов этих подсхем. Заштрихованная дважды часть матрицы $\alpha+\beta$, отображающей объединенную схему, находится на пересечении строк и столбцов, соответствующих общим узлам подсхем.

Следует подчеркнуть, что базисный узел схемы здесь и далее считается принадлежащим обеим подсхемам. Сопоставление формулы (1) и рис. 1 показывает, что при нахождении определителя матрицы схемы достаточно учитывать миноры и АД, соответствующие общим узлам подсхем, поскольку остальные миноры и АД равны нулю. Это обусловлено наличием строк и столбцов в матрицах α и β , которые состоят из элементов, равных нулю (незаштрихованные части этих матриц на рис. 1).

Значащие (ненулевые) миноры и АД удобно задавать двоичными векторами (ДВ) размерности $2n$, где n – число общих узлов подсхем, не считая базисного узла. Первая (вторая) половина ДВ, содержащая n элементов, соответствует строкам (столбцам) матрицы подсхемы α или β в заштрихованной дважды части матрицы схемы $\alpha+\beta$ (см. рис. 1). Причем удаление строки или столбца отмечается в ДВ единицей. Если данные строка или столбец сохраняются в матрице подсхемы, то это отображается в соответствующей позиции ДВ нулем. Положение или позиции элементов в каждой из половин ДВ задается упорядоченным множеством внешних узлов подсхемы, исключая базисный узел. Обозначениями позиций ДВ служат обозначения узлов схемы.

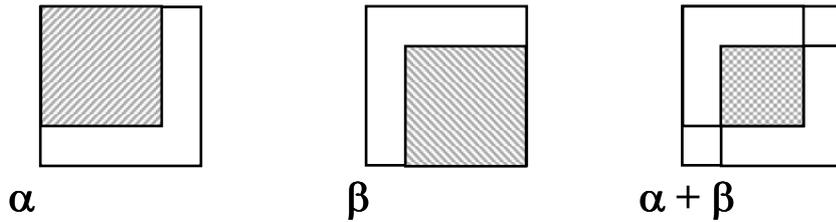


Рис. 1. Бисекция матрицы

Ниже приведено двоичное отображение слагаемых формулы (3) :

- 1) 0000 ; 2) 0101 ; 3) 0110 ; 4) 1001 ; 5) 1010 ; 6) 1111 .
 1111 1010 1001 0110 0101 0000

Таким образом, слагаемые этой формулы представлены шестью парами ДВ. Векторы каждой пары взаимно дополняют друг друга (как минор и соответствующий минор), отображая сомножители диакоптической формулы. Упорядоченное множество общих (или внешних) узлов подсхем, являющееся обозначением позиций ДВ, имеет вид: (1, 2, 1, 2) или кратко 1212.

В силу одинаковой четности номеров строк и столбцов взаимно дополнительных миноров [16] информацию о знаке слагаемого можно получить из расположения единиц в одном из векторов пары. Принимается во внимание порядковый номер единицы в той или иной половине ДВ. Положительный (отрицательный) знак выбирается в случае четной (нечетной) суммы порядковых номеров позиций, содержащих единицы, в ДВ.

Формирование множества ДВ подсхемы не встречает затруднений. Самое простое решение состоит в том, чтобы перебирать $2n$ -разрядные двоичные числа (от $2n$ нулей до $2n$ единиц) и выбирать те из них, которые содержат одинаковое количество единиц в первой и второй половинах разрядов. Это свойство, вытекающее из формулы (1) и определения ДВ, позволяет получить число ДВ подсхемы в виде

$$l = \sum_{i=0}^n (C_n^i)^2, \quad (4)$$

где C_n^i – число сочетаний из n элементов по i .

Имея множество ДВ для одной из подсхем, можно легко получить ДВ второй подсхемы, применив операцию дополнения двоичного числа. Это значит, что единицы в позициях ДВ заменяются нулями и наоборот. Следовательно, общая формула бисекции может быть представлена в виде

$$\Delta = \sum (-1)^{\sigma_i} \Delta 1(b_i) \Delta 2(\bar{b}_i) \quad (5)$$

где σ_i – знак i -го слагаемого, определяемый по ДВ b_i , $\Delta 1(b_i)$ – минор, соответствующий b_i , матрицы первой подсхемы; $\Delta 2(\bar{b}_i)$ – минор, соответствующий дополнению ДВ \bar{b}_i , матрицы второй подсхемы.

Понятие минора подсхемы и топологический метод бисекции. Формула (5), в отличие от формулы (1), учитывает структуру матрицы схемы, подлежащей бисекции, что исключает рассмотрение слагаемых, у которых один или оба сомножителя равны нулю. Удаление строк и столбцов в матрице наглядно отображается подсоединением нораторов и нуллаторов к соответствующим узлам схемы (3). Это позволяет выполнить бисекцию на схемном уровне и свести раскрытие миноров определителей матриц к разложению определителей нораторно-нуллаторных схем. Однако такие схемы не могут быть проанализированы топологическим методом, поскольку при использовании нуллора утрачивается информация о знаке. Вместе с тем это не мешает применить матричный метод, для которого существенна нумерация узлов схемы [11,12].

С другой стороны, неудаляемый управляемый источник (НУИ) [13,14] обобщает понятие ориентированного нуллора. Следовательно, операция удаления строки и столбца в матрице эквивалентна операции подсоединения НУИ на схеме. При использовании НУИ для анализа схем по частям в понятие ДВ подсхемы вкладывается новое содержание. Единицы в первой (второй) половине элементов ДВ соответствуют конечным узлам подключения генераторов (приемников) НУИ. Базисный узел схемы, который не отражается в ДВ, является начальным узлом всех без исключения генераторов и приемников НУИ.

Для схемной интерпретации формулы (5) по аналогии с минором определителя матрицы подсхемы можно ввести понятие «минор определителя подсхемы» или просто «минор подсхемы». Использование термина «минор подсхемы» более предпочтительно, поскольку этот термин отражает связь топологического метода с матричным методом в отличие от более общего понятия «параметр подсхемы».

Для обозначения миноров схемы или подсхемы может применяться символика, принятая для обозначения миноров матрицы [16]. Нетрудно перейти от обозначений миноров подсхемы с десятичными индексами к ДВ и обратно. Важно, что множество ДВ является унифицированным отображением миноров подсхем с одним и тем же числом узлов. С учетом изложенного выше минор подсхемы, заданный некоторым ДВ, равен определителю схемы, которая получена из этой подсхемы в результате подсоединения НУИ согласно ее ДВ. При использовании матричной бисекции ССФ не зависит от пар нораторов и нуллаторов в нуллорах, то

есть любые два норатора и любые два нуллатора могут чередоваться [Bruton]. В отличие от нуллов НУИ должны быть пронумерованы в соответствии с их очередностью в ДВ, а именно, i -я по порядку единица в первой (второй) половине ДВ соответствует генератору i (приемнику i) i -го НУИ. Все шесть миноров подсхемы с тремя внешними узлами ($n=2$, $l=6$) использованы в диакоптической формуле для бисекции схемы по трем узлам

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| - \\
 & - \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| * \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|, \quad (6)
 \end{aligned}$$

В отличие от формулы (5) все сомножители в формуле (6) являются определителями схем, а не матриц. Подобно определителям миноры схемы и матрицы эквивалентны. Однако выражения определителя и миноров матрицы схемы, представленные в развернутом виде, избыточны [14]. Применение схемно-топологического метода выделения параметров [17] позволяет не только избежать построения матриц, но и исключить появление взаимно уничтожающихся слагаемых в выражениях определителя и миноров подсхемы, являющихся сомножителями диакоптических формул. Для нахождения знака слагаемых формулы (6) и ее обобщений может быть использовано, как в формулах (1) и (5), алгебраическое правило, предусматривающее порядковую нумерацию общих узлов подсхем. Однако схема по сравнению с матрицей является топологическим объектом, в котором номера или буквенные обозначения узлов должны служить лишь для указания соединений элементов. Топологическое правило нахождения знака использует ориентацию генераторов и приемников НУИ и не требует сложения номеров узлов и их перенумерации.

Топологическое правило нахождения знака при объединении подсхем. В первую очередь следует объяснить, почему слагаемые формулы (5) при $n > 1$ имеют как положительные, так и отрицательные

знаки. Дело в том, что результатом удаления строк и столбцов в матрицах α и β , а также последующего сложения этих матриц (см. рис. 1), может быть матрица $\alpha+\beta$, не являющаяся квазидиагональной матрицей [16]. Для того, чтобы представить определитель матрицы $\alpha+\beta$ в виде произведения двух сомножителей, каждый из которых содержит элементы только одной из матриц, необходимо выполнить перестановку некоторых строк и столбцов.

Нетрудно убедиться, что число перестановок строк и столбцов, требуемое для такого преобразования матрицы схемы после удаления i -й строки и j -го столбца в матрице α или β , находится по формулам соответственно $p'=n-i$ и $p''=n-j$. Отсюда следует, что сумма $i+j$ оказывает на знак соответствующего слагаемого формулы (5) такое же влияние как сумма $p'+p''$, поскольку число $2n$ всегда четное. Преобразования матрицы α (согласно ДВ) или β (согласно дополнению ДВ) требуют суммирования $p'+p''$ для каждой пары номеров строк и столбцов. В силу одинаковой четности номеров строк и столбцов взаимно дополнительных миноров [16] количества перестановок в одной из матриц α или β достаточно для приведения матрицы $\alpha+\beta$ к квазидиагональному виду. Это доказывает алгебраическое правило нахождения знака, которое используется в формуле (5). Очевидно, именно так рассуждали при получении результата (2), лежащего в основе так называемой «теоремы Лапласа», А.Вандермонд (1771 г.), П.Лаплас (1773 г.) и Э.Безу (1779 г.), но законченное решение сформулировал и доказал О.Коши в 1779 году [2].

С другой стороны, знак слагаемого при классическом разложении определителя матрицы обусловлен четностью числа инверсий в подстановке, образованной номерами строк и столбцов, на пересечении которых находятся выбранные элементы [16]. Следует подчеркнуть, что четность числа инверсий соответствует четности числа перестановок строк и столбцов, необходимого для приведения матрицы этого слагаемого, которая содержит только выбранные элементы, к диагональной форме. Таким образом, вместо установления четности числа перестановок строк и столбцов в матрице $\alpha+\beta$, полученной путем удаления строк и столбцов в матрицах α и β , достаточно установить четность числа инверсий в подстановке, первая (вторая) строка которой образована номерами удаленных строк (столбцов). Условимся считать, что формирование подстановки начинается с номеров строк и столбцов, соответствующих матрице β второй подсхемы.

Нахождение числа инверсий σ_i в подстановке и вычисление знака i -го слагаемого как $(-1)^{\sigma_i}$ было предложено [13] заменить разложением определителя нулорной схемы, которая образована в результате объединения НУИ, соответствующих ДВ сомножителей этого слагаемого. Для образования нулорной схемы нумерация НУИ, соответствующих

первой подсхеме, должна продолжать нумерацию НУИ второй подсхемы так, что генератор i и приемник i НУИ с номером i занимают i -ю пару из незаполненных очередных позиций в подстановке, образованной генераторами и приемниками. Такое требование вытекает из определения минора подсхемы, для получения которого используется порядковая нумерация подсоединяемых НУИ.

Имеет место изоморфное соответствие между номерами строк (столбцов) и узлами подсоединения генераторов (приемников) НУИ в нулльной схеме. Как следствие, число инверсий в подстановке, образованной из номеров узлов, равно числу инверсий в подстановке из номеров генераторов и приемников НУИ. Это доказывает топологическое правило, согласно которому определитель нулльной схемы, равный 1 или -1 в зависимости от четности или нечетности числа инверсий в подстановке, будет соответствовать положительному или отрицательному слагаемому в формуле (5). Используя понятие минора подсхемы, схемный определитель можно найти по топологической формуле

$$\Delta = \sum \delta_i \Delta 1(b_i) \Delta 2(\bar{b}_i) \quad (7)$$

где δ_i – определитель нулльной схемы, которая образована в результате объединения НУИ, соответствующих ДВ b_i и его дополнению \bar{b}_i ; $\Delta 1(b_i)$ – минор первой подсхемы, соответствующий b_i ; $\Delta 2(\bar{b}_i)$ – минор второй подсхемы, соответствующий \bar{b}_i .

На основе отображения произвольной квадратной матрицы схемой с источниками тока, управляемыми напряжением [18–20] в [21] было установлено, что «схемные миноры», используемые в диакоптических выражениях (6) и (7), соответствуют не минорам, а алгебраическим дополнениям матрицы. Корректность метода двоичных векторов (схемных миноров) при замене миноров на алгебраические дополнения не нарушается, поскольку сомножители (перемножаемые алгебраические дополнения) имеют одинаковый знак и не влияют на знак соответствующего слагаемого в формуле бисекции.

Метод схемных миноров (схемно-алгебраических дополнений) реализован автором в программе `circsumw`, используется в качестве символьного блока системы анализа, диагностики и структурного синтеза SCAD и обеспечивает символьное моделирование схем в десятки–сотни узлов и элементов.

Выводы

1. Теорема Сигорского (1) является не только эффективным инструментом для символьно-численного моделирования электронных схем, описываемых матрицами, но и математической основой для

доказательства методов схемно-алгебраической диакоптики, не требующей использования матричного аппарата.

2. Теорема (1) гармонично дополняет теорему Лапласа, формирует системное мышление для решения сложных задач по частям. Представляется оправданным включение теоремы (1) в учебные курсы по линейной алгебре.

Литература

1. Сигорский В.П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами.– Киев: Изд-во АН УССР, 1958.– 402 с.
2. Математический энциклопедический словарь / Под ред. Ю.В.Прохорова.– М.: Сов. энциклопедия, 1988.– 847 с.
3. Бандман О.Л. Синтез электронных РС-схем. – М.: Наука, 1966.– 247 с.
4. Сигорский В.П., Калниболотский Ю.М. Алгоритмы анализа электронных схем // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1968.– Т. 11, № 11.– С. 1125–1145.
5. Сигорский В.П. Об одном способе вычисления полиномиальных коэффициентов функций электронной схемы // Теорет. электротехника.– Львов, 1969.– Вып. 6.– С. 41–52.
6. Табарный В.Г., Литвиненко А.А. Программа вычисления коэффициентов полиномов функции электронной схемы // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1969.– Т. 12, № 8.– С. 787–794.
7. Слипченко В.Г., Табарный В.Г. Машинные алгоритмы и программы моделирования электронных схем.– Киев: Техника, 1976.– 160 с.
8. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике.– Киев, 1975.– Вып. 12.– С. 42–46.
9. Шаповалов Ю.И. Машинный топологический расчет схемных функций электронных схем методом подсхем: Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.12 (Системы автоматизированного проектирования и автоматизация технологической подготовки производства в электронной и радиотехнической промышленности) / Львов. политехн. ин-т.– Львов, 1978.– 164 с.
10. Starzyk J. A., Konczykowska A. Flowgraph analysis of large electronic networks // IEEE Transactions on circuits and systems. – 1986. – Vol. CAS-33, N 3. – P. 302–315.
11. Chang S.M., MacKay J.F., Wierzba G.M. Matrix reduction and numerical approximation during computation techniques for symbolic analog circuit analysis // IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems (ISCAS).– 1992.– P. 1153–1156.

12. Chang S.M., Wierzba G.M. Circuit level decomposition of networks with nullors for symbolic analysis // IEEE Transactions on circuits and systems.– 1994.– Vol. CAS–41.– P. 699–711.

13. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8. – С. 33–42.

14. Филаретов В. В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода: Дис. ... докт. техн. наук 05.09.05 (Теоретическая электротехника) / Ульяновский гос. техн. ун-т, Санкт-Петербургский гос. техн. ун-т. – Ульяновск–Санкт–Петербург, 2002. – 265 с.

15. Fernandez F.V., Wambacq P., Gielen G., Rodriguez-Vazquez A., Sansen W. Symbolic analysis of large analog integrated circuits by approximation during expression generation // IEEE Proceedings of the international symposium on circuits and systems (ISCAS).– 1994.– P. 25–28.

16. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера.– Киев: Техника, 1977.– 768 с.

17. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.

18. Филаретов В. В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф. КЛИН–2001. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – Т. 3. – С. 13–15.

19. Филаретов В. В. О взаимосвязи схемного и матричного определителей // Системы искусственного интеллекта: алгоритмы обработки и модели: Тр. международ. конф. КЛИН–2002. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – Т. 4. – С. 85–93.

20. Павлова Е. А., Филаретов В. В. Схемно-топологическое разложение матричных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 4. – С. 114–119.

21. Павлова Е. А., Серов В. Ф., Филаретов В. В. Выражение K -деревьев через схемные определители и построение безизбыточных формул бисекции электрических цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 155–173.

КЛАССИКИ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

ЭЛИЗАР ВУЛЬФОВИЧ ЗЕЛЯХ (21.04.1904–03.02.1991)



Э.В. Зелях родился в селе Смоленке Самарской губернии, в семье земского фельдшера. В 1908 году семья Э.В. Зеляха переехала в г. Слуцк Минской губернии. Здесь Элизар Вульфович поступил и закончил в 1922 году Слуцкую гимназию, преобразованную впоследствии в советскую трудовую школу. В этом же году Э.В. Зелях поступил в Ленинградский электротехнический институт им. В.И. Ульянова (Ленина) – ЛЭТИ, который закончил в 1929 году. Сразу же после окончания института Э.В. Зелях начал работать преподавателем кафедры проводной связи ЛЭТИ.

В 1934 году Э.В. Зелях защитил в ЛЭТИ кандидатскую диссертацию и был утвержден в звании доцента кафедры проводной связи. Позже стал заведовать этой же кафедрой до 1943 года. С 1929 по 1941 годы одновременно с учебой, а затем и с педагогической работой в ЛЭТИ Э.В. Зелях проводил научные исследования по теории четырехполюсника и разработке электрических фильтров с кварцевыми резонаторами. Им были созданы кварцевые фильтры советской 12-канальной системы. В 1938 году научная работа Э.В. Зеляха и Я.И. Великина «Исследование электрических фильтров, содержащих пьезокварцевые резонаторы» [1] была удостоена премии на I-м Всесоюзном соревновании молодых ученых, организованным Президиумом АН СССР.

Война внесла значительные изменения в жизнь и научно-педагогическую деятельность Э.В. Зеляха. Год жизни и работы в блокадном Ленинграде, эвакуация в составе ЛЭТИ в г. Ессентуки, а затем в г. Ташкент, продолжительная болезнь, работа с 1943 года в Ленинградском институте инженеров связи им. М.А. Бонч-Бруевича (эвакуированный

тогда в г. Тбилиси) в качестве заведующего кафедрой телефонии и заместителем директора по научной работе в Тбилисском филиале института – вот краткий перечень этапов жизни и работы в этот период.

После войны Элизар Вульфович возвращается в г. Ленинград на основную работу в ЛЭТИ в качестве доцента, продолжая работать по совместительству заведующим кафедрой теории электрической связи Ленинградского института связи, а с 1946 года приказом Министерства высшего образования Э.В. Зелях переводится на основную работу в Ленинградский институт связи им. М.А. Бонч-Бруевича на должность заведующего кафедрой теории электрической связи. Параллельно он работал по совместительству в качестве старшего научного сотрудника в Ленинградском отделении Научно-исследовательского института связи. В 1952 году Э.В. Зелях защитил докторскую диссертацию в Московском электротехническом институте связи.

В 1959 году был переведен на работу заведующего кафедрой теории электрической связи Одесского электротехнического института связи (ныне Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова). Так начался самый продолжительный период активной и плодотворной творческой жизни Э.В. Зеляха. Здесь Элизар Вульфович работал в должности заведующего кафедрой теории электрической связи (затем преобразованной в кафедру теории линейных электрических цепей) до 1978 года, а потом по состоянию здоровья перешел работать профессором этой же кафедры. В последней должности Элизар Вульфович работал до 1990 года.

В одесский период жизни Э.В. Зелях продолжал сотрудничество с Ленинградским отделением Научно-исследовательского института связи. Под его руководством и непосредственном участии выполнено большое количество научно-исследовательских работ по заказу Ленинградского отделения Научно-исследовательского института связи.

Творческая жизнь Э.В. Зеляха как ученого была напряженной, насыщенной событиями и плодотворной. Элизар Вульфович – был талантливым ученым, генератором многих полезных идей и способным организатором проведения научных исследований. Он опубликовал 176 научных работ, в том числе 3 монографии и 38 авторских свидетельств на изобретения. Научными исследованиями Э.В. Зелях начал заниматься будучи студентом. Его заинтересовали задачи в области теории электрических цепей. В то время стало очевидным, что в рамках теоретической электротехники зародилась новая наука – теория электрических цепей, составной частью которой является теория линейных электрических цепей. Еще много предстояло сделать в этой области. Без развитой теории электрических цепей не могли совершенствоваться такие области техники, как электротехника, проводная связь, радиосвязь, измерительная техника и т.д., а также не электротехнические области

такие, как автоматическое регулирование, механика, акустика, оптика и атомная физика. Молодой Э.В. Зелях достаточно быстро почувствовал проблемы, стоящие в то время в теории линейных электрических цепей. Он первый ввел в отечественную электротехническую литературу в 1931 году матричный аппарат высшей алгебры, что дало ему возможность разработать теорию регулярности соединений четырехполюсников [2], решить задачи по теории перегиба четырехполюсника и разработать теорию автономного четырехполюсника [3]. Занимаясь разработкой общей теории электрических цепей, Э.В. Зелях решал и практические задачи в области электросвязи. Первая статья Элизара Вульфовича по теории и проектированию электрических фильтров опубликована в 1935 году [4]. Эта область знания интересовала Э.В. Зеляха всю его творческую жизнь. Последняя его статья по синтезу электрических фильтров опубликована в 1983 году. Особенно большой вклад Э.В. Зелях внес в теорию и расчет электрических фильтров с пьезоэлектрическими резонаторами. Его монография «Пьезоэлектрические фильтры» получила всеобщее признание специалистов-разработчиков аппаратуры связи. Исследования в области общей теории линейных электрических цепей были опубликованы Э.В. Зеляхом в двух его монографиях «Основы общей теории линейных электрических схем» и «Интеграл Фурье и его применение к решению некоторых задач импульсной техники», которые стали настольными книгами научных работников, аспирантов, инженеров и хорошо известны за рубежом.

В монографии «Основы общей теории линейных электрических схем» [5] построена теория линейных электрических схем в виде самостоятельной дисциплины; она обобщена таким образом, чтобы теория охватывала линейные цепи любого вида: как пассивные, так и активные. Член-корреспондент АН СССР В.И. Коваленков писал об этой книге: «Стройность и общность изложения, оригинальность содержания, увязка глубокой теории с практическими приложениями – все это дает право утверждать, что настоящая монография является весьма серьезным и ценным трудом советского ученого, представляющим интерес не только для электриков, но и для работников других специальностей». В монографии впервые теория линейных электрических цепей построена по аксиоматическому принципу с широким применением принципа дуальности. В ней построена теория автономных и неавтономных многополюсников и четырехполюсников. В работе [6] установлено, что в этой книге было дано доказательство соотношения, которое было опубликовано на Западе спустя год, в 1952 году [7] и несправедливо получило широкую известность как теорема Теллегена [8]. Теллеген выполнил доказательство без использования матричного аппарата линейной алгебры, то есть менее формально и строго.

Классический труд Э.В. Зеляха сыграл большую роль в дальнейшем развитии теории линейных электрических цепей. Данная работа – одна из самых цитируемых 60-80-х годов прошлого века. Она, как и многие его другие работы Элизара Вульфовича, имеют основополагающее значение и находят самое широкое применение при решении практических задач техники связи и радиоэлектроники. Э.В. Зелях большое внимание уделял решению проблемы миниатюризации аппаратуры связи. В течение двадцати лет одесского периода своего творчества он со своими учениками занимался синтезом активных фильтров с распределенными RC-структурами, активных RC-фильтров, активных RC-фильтров с пьезоэлектрическими резонаторами. Научная лаборатория, где проводились указанные выше исследования, стала центром воспитания научных кадров высшей квалификации. Научная школа Элизара Вульфовича увеличилась в этот период на 30 кандидатов технических наук, из которых три стали впоследствии докторами технических наук (А.М.Иваницкий, Х.И.Черне, В.А.Кисель). Всего Э.В. Зелях подготовил более 40 кандидатов технических наук.

Э.В. Зелях был высококвалифицированным и опытным педагогом, прекрасным методистом. Самые сложные и запутанные вопросы ему удавалось изложить просто и ясно. Его учебные пособия «Двухполосники и четырехполосники» и «Теория линейных электрических цепей» по сей день широко используются в учебном процессе на кафедре теории электрических цепей Одесской национальной академии связи им. А.С. Попова.

Э.В. Зелях принимал активное участие в общественной жизни страны. Он являлся членом редколлегии научного журнала «Электросвязь», членом научного совета АН УССР по комплексным проблемам «Теоретическая электротехника» и «Электроника и моделирование», руководителем республиканского семинара «Цепи и поля в устройствах радиоэлектроники», руководителем Одесской областной секции НТО им. А.С. Попова. За плодотворную научную, педагогическую и общественную деятельность неоднократно награждался правительственными наградами.

Литература

1. Зелях Э.В., Великин Я.И. Электрические фильтры с кварцевыми резонаторами / Науч.-техн. сб. Ленингр. электротехн. ин-та связи.– 1937.– № 20.
2. Зелях Э.В. Основы теории четырехполосника / Вестник электротехники.– 1931.– № 3, № 7.
3. Зелях Э.В. Теория перегиба симметричных четырехполосников / ИЭСТ.–1936.– № 6, № 7.
4. Зелях Э.В., Цимбалистый М.Г. Новейшие электрические фильтры / Науч.-техн. сб. Ленингр. электротехн. ин-та связи.– 1935.– № 10.

5. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 336 с.

6. Яхинсон Б.И., Иваницкий А.М. О теоремах Зеляха и Теллегена // Радиотехника.– 1973.– Т. 28, № 12.– С.66–67.

7. Tellegen B.D.H. A general network theorem, with applications// Philips Res. Rept.– 1952.– Vol.7 (August).– P. 259–269.

8. Пенфилд П., Спенс Р., Дюинкер С. Энергетическая теория электрических цепей. – М.: Энергия, 1974. – 152 с.

В.А.Арбузников, И.В.Ерохов

Арбузников Валентин Александрович - профессор Национальной академии связи им. А.С.Попова, доктор технических наук, сотрудник кафедры нелинейных электрических цепей. Домашний адрес: 65007, Украина, Одесса, ул.Мечникова 98, кв.17; домашний телефон 721-49-27

Ерохов Игорь Васильевич – к.т.н., доцент кафедры физической и биомедицинской электроники Запорожского гуманитарного университета «ЗИГМУ» (Украина). E-mail: yerokhov@bigmir.net.

ВИТАЛИЙ ПЕТРОВИЧ СИГОРСКИЙ (19.11.1922 –13.08.2007)



13 августа 2007 г. ушел из жизни Виталий Петрович Сигорский – выдающийся ученый в области теории электронных цепей и автоматизированного проектирования электронных систем, основатель научной школы, прекрасный педагог и наставник молодого поколения, человек, о котором говорят - Учитель.

Виталий Петрович родился 19 ноября 1922 г. в украинском селе Бубнова Слободка Золотоношского района Черкасской области в семье сельских учителей. В 1949 году окончил Львовский политехнический институт и получил квалификацию инженер-электрик, а в 1952 году защитил кандидатскую диссертацию после окончания аспирантуры. В 1959 году в 37 – летнем возрасте защитил докторскую диссертацию – одно из первых исследований, заложивших основы автоматизации проектирования в электронике. В 1959 – 1964 гг. принимал участие в становлении Новосибирского научного центра. С 1964 года работал в Киевском

политехническом институте, получившем ныне статус Национального технического университета Украины.

Виталий Петрович создал кафедру теоретической электроники, которая сыграла ключевую роль в обеспечении общинженерной подготовки на факультете электронной техники КПИ. Концепция многоступенчатой подготовки инженеров (общеобразовательная, общинженерная, специальная), разработанная им в начале семидесятых годов прошлого века, позволила обеспечить единый базовый уровень электронного образования студентам всех специальностей факультета в течение 3,5 лет обучения. Много труда вложил Виталий Петрович в методическое обеспечение и организацию учебного процесса. Под его руководством были созданы сбалансированные программы общинженерных дисциплин, проведено их согласование с общеобразовательными и специальными дисциплинами, оборудованы новые учебные лаборатории, внедрены технические средства обучения для всех видов аудиторных занятий.

Виталием Петровичем Сигорским заложены основы современной теории электронных цепей, развиты методы математического моделирования схем на базе ЭВМ. Им разработана матричная теория схем с многополюсными элементами, на основе которой развиты машинные алгоритмы анализа и синтеза электронных схем, являющиеся основой современных систем автоматизированного проектирования. Широко известны его идеи построения многозначных элементов вычислительной техники, новых технических средств отбора и преобразования информации, защищенные несколькими десятками авторских свидетельств и 22 иностранными патентами. Он является основоположником проблемной адаптации САПР как способа повышения эффективности и интеллектуализации автоматизированного проектирования.

Виталий Петрович опубликовал 375 научных трудов, в том числе 24 монографии и учебных пособия, часть из которых были изданы за рубежом. Среди них «Общая теория четырехполюсника», «Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами», «Анализ электронных схем», «Многозначные элементы дискретной техники», «Матрицы и графы в электронике», «Алгоритмы анализа электронных схем», «Основы теории электронных схем», «Математический аппарат инженера». Им подготовлено 30 кандидатов и 10 докторов технических наук. Почти 25 лет он был главным редактором межведомственного научно-технического сборника «Автоматизация проектирования в электронике», вышло в свет 48 его номеров. Виталий Петрович был организатором и руководителем республиканского семинара по автоматизации проектирования в электронике, имевшего всесоюзную популярность, руководил секцией электронных цепей НТО радиотехники и электросвязи им. А.С. Попова. В течение последних 27 лет проходит

международная конференция «Современные проблемы электроники», инициатором и неизменным председателем которой был Виталий Петрович. Его работа отмечена орденом Трудового Красного Знамени, медалью «За трудовую доблесть», четырьмя золотыми медалями и Дипломом Почета ВДНХ СССР. Ему присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники Украины. Он является лауреатом трех премий Министерства образования Украины: за лучшую научную работу в 1981 и 1987 годах, за достижения в научной и методической работе в 1998 г.

Одаренность, талант и редкая работоспособность Виталия Петровича уникальны. Он был прекрасным ученым, педагогом и человеком. Дверь его дома была всегда открыта для студентов, коллег, друзей и товарищей, желающих обсудить с ним научные и житейские проблемы.

Литература

1. Сигорский В.П. Общая теория четырехполюсника.— К.: Изд-во Академии Наук Украинской ССР, 1955. — 315 с.
2. Сигорский В.П. Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами.— К.: Изд-во Академии Наук Украинской ССР, 1958. — 402 с.
3. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.— К.: Гос. изд-во техн. литературы, 1960. — 176 с.
4. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. — К.: 1963. — 184 с.
5. Sigorskij V.P. Rešenie elektrónkových a tranzistorových obvodov / Z rus. orig. prel. Teodor Petric. — Bratislava: Slovenske vydavateľstvo technickej literatury, 1963. — 221 s.
6. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. Изд. 3-е стереотипное. - К.: Гос. Изд-во техн. литературы, 1964. — 199 с.
7. Сигорский В.П. Анализ электронных схем. - К.: Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1964. — 216 с.
8. Сигорский В.П., Ситников Л.С., Утяков Л.Л. Схемы с многими устойчивыми состояниями. — Новосибирск: Редакционно-издательский отдел Сибирского отделения АН СССР, 1965. — 142 с.
9. Sigorski W.P. Analiza ukladow elektronicznych.- Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1965.— 184 s.
10. Szigorszki V.P. Aramkor Analizis.- Budapest: Muszaki Konyvkiado, 1966. — 212 s.
11. Многозначные элементы и структуры / Под ред. В. П. Сигорского. М.: Советское радио, 1967. — 208 с.
12. Сигорский В.П., Петренко А.И. Основы теории электронных схем. К.: Техніка, 1967. — 610 с.
13. Сигорский В.П. Матрицы и графы в электронике. — М.: Энергия, 1968. — 176 с.

14. Методы и устройства преобразования графической информации / Под ред. В. П. Сигорского. – К.: Наукова думка, 1968. – 272 с.
15. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. – К.: Техніка, 1970. – 396 с.
16. Многоустойчивые элементы и их применение / Под ред. В. П. Сигорского. – М.: Советское радио, 1971. – 320 с.
17. Петренко А.И., Сигорский В.П., Слипченко В.Г., Цурин О.Ф. Анализ электронных схем на ЭЦВМ. – Львов: Издательское объединение «Вища школа», 1975. – 195 с.
18. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975. – 768 с.
19. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем / Изд. 2-е, перераб. и дополнен. – М.: Советское радио, 1976. – 608 с.
20. Сигорский В.П. Автоматическое программирование жаккардовых ткацких рисунков. – К.: Техніка, 1978. – 192 с.
21. Артюхов В. Г., Денбновецкий С. В., Евсеев Г. Т., Пушняк В. А., Сигорский В. П., Храпак В. И. Времяимпульсные элементы дискретной техники / Под редакцией д-ра техн. наук В. П. Сигорского. – К.: Техніка, 1978. – 224 с.
22. Сигорский В.П. Моделирование электронных схем. - К.: Киевский политехн. ин-т, 1982. – 112 с.
23. Сигорский В.П., Витязь О.А., Минаков В.В. Алгоритмы моделирования резистивных цепей: Учеб. пособие. - К.: УМК ВО, 1988. – 115 с.
24. Petrenko A.I., Sigorsky V.P. Algorithmic analysis of electronic circuits / Translated by C.O. Wilde, Naval Postgraduate School.– Monterey, CA. Edited by S.R. Parker, Rutgers University, NJ.
25. Зубчук В.И., Сигорский В.П., Шкуро А.Н. Справочник по цифровой схемотехнике. – К.: Техніка, 1990. – 448 с.
26. Сигорский В.П., Зубчук В. И., Шкуро А. Н. Элементы цифровой схемотехники: Учебное пособие. – К.: УМК ВО, 1990. – 228 с.
27. Сигорский В. П., Шеин А. Б. Методы формирования уравнений состояния электрических и электронных цепей на основе теории графов: Учеб. пособие / Типография ССМ, Новосибирск, 1997. – 224 с.

О.А.Витязь, Г.А.Матросова

Витязь Олег Алексеевич – к.т.н., доцент кафедры «Физическая и биомедицинская электроника» НТУУ «Киевский политехнический институт». Адрес: просп. Победы, 37, Киев 03056, Украина; тел.раб. +380 44 454 90 64. E-mail: ovityaz@hotmail.com.

Матросова Галина Алексеевна - к. т. н., доцент Европейского университета, Украина, 03115, Киев-115, ул Депутатская,10а, кв.11. тел.424-43-66, e-mail: mga_@voliacable.com

ВЛАДИМИР ГЕОРГИЕВИЧ МИРОНОВ
(22.02.1939 – 14.05.2007)



В.Г.Миронов – известный ученый в области теоретической электротехники и электрофизики, доктор технических наук, профессор кафедры электрофизики Московского энергетического института (технического университета), лауреат Государственной премии СССР (1979), заслуженный деятель науки РФ (2005).

В.Г.Миронов закончил с отличием МЭИ в 1962 году по специальности инженер-электрик. Работал в Волжском филиале МЭИ, в 1966 году поступил в аспирантуру МЭИ по кафедре теоретических основ электротехники и электрофизики, возглавляемой профессором П.А.Ионкиным. В 1965 году коллектив авторов под руководством и при непосредственном участии П.А. Ионкина выпустил в свет учебник по теоретическим основам электротехники (ТОЭ), который отражал современное состояние этой дисциплины.

После окончания аспирантуры в 1969 году и защиты кандидатской диссертации по синтезу активных электрических цепей В.Г.Миронов работал на заводе-ВТУЗе МЭИ (г. Фрязино Московской обл.) начальником учебной части, проректором и и.о. ректора. При этом научное сотрудничество с кафедрой не прерывалось [1–3].

Профессора П.А.Ионкин и А.А.Соколов вместе с молодым кандидатом технических наук В.Г.Мироновым приняли участие в двухлетней дискуссии о роли методов математики (прежде всего, топологических методов) в теории электрических цепей, развернутой на страницах журнала «Электричество». Не требует комментариев цитата из статьи [1]: «Использование новых разделов математики – отличительная черта всей истории развития теории электрических цепей. В настоящее время уже никто не отрицает целесообразности применения операционного исчисления, теории функций комплексного переменного; трудно представить сейчас теоретическую электротехнику без аппарата матричной алгебры; все больше приверженцев находит тензорный анализ цепей. Для последних лет характерно использование в теории цепей топологии, теории графов, теории множеств, теории обобщенных функций (распределений). Тенденция привлечения разделов современной математики сохранится, конечно, и в дальнейшем.»

После возвращения в МЭИ в 1972 г. для работы в должности доцента кафедры теоретических основ электротехники и электрофизики начался, по-видимому, самый результативный период творческой жизни В.Г.Миронова. Он принял активное и доминирующее (при дополнении первого тома) участие в работе над вторым изданием кафедрального учебника по ТОЭ. Вышедший в свет в 1976 году учебник [4] был удостоен в 1979 году Государственной премии СССР.

С 1980 г. В.Г.Миронов становится заведующим кафедрой электрофизики (к тому времени кафедра теоретических основ электротехники и электрофизики разделилась на две кафедры: кафедру

«Теоретические основы электротехники» и кафедру «Электрофизика»). Начиная с 1984 г., В.Г.Миронов одновременно был деканом факультета автоматики и вычислительной техники.

Докторскую диссертацию на тему «Оптимальное проектирование микроэлектронных частотно-избирательных цепей» защитил в 1984 г. [7], а в 1985 г. ему присвоено ученое звание профессора. С мая 1995 г. В.Г.Миронов – профессор кафедры электрофизики, с 1996 г. – член редколлегии журнала «Электричество».

За 45 лет педагогической деятельности В.Г.Мироновым поставлены и прочитаны на высоком методическом уровне курсы лекций по дисциплинам: «Теоретические основы электротехники», «Электроника и микросхемотехника», «Автоматизация проектирования информационных систем», «Машино-ориентированные методы анализа электрических и электронных цепей», «Синтез электронных схем», «Теоретические основы современных технологий цифровой обработки сигналов», «Цифровая обработка многомерных сигналов».

В.Г.Мироновым было опубликовано около 300 научных работ, подготовлены доктора и кандидаты технических наук. Им разработаны теоретические методы и алгоритмы аппроксимации частотных характеристик аналоговых, дискретно-аналоговых и цифровых электронных устройств с оптимизации стабильности, предложены методы структурного и параметрического синтеза электронных многополюсников, нашедших широкое применение в серийной аппаратуре – речепреобразующих устройствах, системах вокодерной связи и т.д.

Созданы новые методы анализа и моделирования аналоговых и дискретно-аналоговых цепей, в том числе методы формирования и решения дифференциальных и разностных уравнений состояния сложных схем по уравнениям подсхем; развита теория кусочно-линейных цепей с постоянной и периодически изменяемой структурой; разработаны оригинальные методы и алгоритмы анализа переходных, периодических и колебательных режимов кусочно-линейных цепей; предложены новые методы центрирования области работоспособности, способы рационализации расчета вероятностных характеристик аналоговых и дискретно-аналоговых цепей с целью ускорения решения задачи оптимизации выхода годных интегральных схем. Эти методы отражены в учебниках и учебных пособиях [3–6], получили известность в стране и за рубежом.

Традиционные методы формирования ССФ, применяемых для анализа, синтеза и оптимизации электрических цепей, используют матричный, графовый или теоретико-множественный. В этих подходах применяется отображение схемы матрицей, графом или структурным числом соответственно. Вместе с тем существует и еще один подход, который интенсивно развивается немногим более десятка лет [8–12]. Это

так называемый схемный подход, который позволяет непосредственно от схемы, минуя промежуточные модели, перейти к символьной схемной функции (ССФ), то есть получить прямое решение проблемы формирования ССФ.

Каковы же недостатки традиционных подходов к формированию ССФ? В общем случае параметр каждого элемента схемы содержится в четырех клетках матрицы узловых проводимостей: два раза с положительным знаком и два раза с отрицательным. Это приводит к появлению взаимно уничтожающихся слагаемых в выражениях ССФ, что влечет, как правило, к увеличению этих выражений в объеме, возрастанию погрешности при вычислениях на их основе. Графовый подход позволяет исключить избыточность при формировании ССФ для схем с двухполюсными элементами. Однако при анализе схем с управляемыми источниками такая избыточность возникает снова. Теоретико-множественный подход является по существу развитием матричного подхода, когда матрица кодируется списками элементов. При этом наследуются все недостатки матричного подхода. В схемном подходе мы имеем дело непосредственно со схемой и поэтому речь об избыточности идти не может.

Зарождение схемного подхода было выполнено в работах немецкого физика Вильгельма Фойснера в начале прошлого века [13,14]. Фойснер обратил внимание на трудоемкость топологического метода Кирхгофа [15], использовал представление Максвелла для ССФ в виде отношения числителя и знаменателя [16], а главное, предложил формулы разложения определителя схемы знаменателя по z -ветви и u -ветви. Эти взаимно дуальные формулы подробно описаны в учебнике ТОЭ [4] (в разделе подготовленном В.Г.Мироновым), но, к сожалению, в практике расчетов своевременно не нашли большого применения. До сих пор насаждается мнение, что символьно-топологические методы требуют перечисления деревьев и потому пригодны для анализа простых схем без управляемых источников [17–19].

Использование правил формирования оптимальных выражений ССФ позволило многократно увеличить предельную сложность анализируемых схем и получить оптимальные выражения определителей для классических схем с полной, цепной и лестничной структурами. Показательно обсуждение в ходе заседания [20] минимального символьного выражения для полной схемы с четырьмя узлами, которая иллюстрировала еще работы с первыми топологическими методами Кирхгофа (1847 г.) и Максвелла (1873 г.) [10,11]:

А.А.Титов (к.т.н., доцент кафедры "Электрофизика" МЭИ):

Но почему нельзя просто найти эти 16 деревьев?

В.В.Филаретов (соискатель):

Деревья находили задолго до того, как была выполнена данная работа. Наша заслуга как раз заключается в том, что мы, вслед за Фойснером, отказались от этого традиционного подхода. Нецелесообразность перечисления деревьев была выявлена еще Фойснером, который критиковал за это Кирхгофа. Формуле выделения z-ветви в этом году исполнится 100 лет. Фойснер в своей статье объяснял, почему топологический метод Кирхгофа не находит применения в практике расчетов и отсутствует в справочниках по физике. Фойснер обращал внимание на трудоемкость перечисления большого количества слагаемых, необходимость отбраковки некоторых из них при нахождении числителя и знаменателя. Это и побудило его предложить формулы выделения параметров. Беда наша в том, что мы вовремя на эти формулы не обратили внимание. Начали разрабатывать графовые методы, было опубликовано множество статей, книг, защищено диссертаций.

В этой связи хочу еще раз упомянуть раздел в учебнике ТОЭ под редакцией П.А.Ионкина, написанный Владимиром Георгиевичем. Там как раз все эти формулы приводятся (показывает на плакат 4). К сожалению, этот материал практически не нашел отражения в других учебниках по ТОЭ. Мне непонятно, почему специалистам больше нравится перечислять деревья, чем, выделяя элементы, записывать вложенные выражения, сокращая тем самым объем выкладок. Если бы в объеме учебника ТОЭ под редакцией П.А.Ионкина научная общественность владела методом Фойснера, то мне легче было бы объяснить свое обобщение. А так мне приходится объяснять, что такое удаление и что такое стягивание. В этом трудности восприятия моей методики. Иногда студенту легче оказывается объяснить, чем профессору.

К великому сожалению, последней фразой, которую я слышал от Владимира Георгиевича было: «Я первым тебя поздравил!». Результаты В.Г.Миронова не только вошли в историю электротехники [21], но продолжают использоваться и служить базой для новых исследований [22,23].

Литература

1. Ионкин П.А., Миронов В.Г. Аномальные элементы электрических цепей // Электричество.– 1969.– № 3.– С. 78–82.
2. Ионкин П.А., Соколов А.А., Миронов В.Г. О критике современных методов анализа электрических цепей // Электричество. – 1970. – № 2. – С. 91–92.
3. Основы инженерной электрофизики: в 2 т. – Т. 2. Основы анализа и синтеза электронных цепей / Ионкин П.А., Соколов А.А., Пашуканис Ф.Е., Боголюбов В.Е., Копорский А.С., Миронов В.Г.– М.: Высшая шк., 1972.– 634 с.

4. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
5. Ионкин П.А., Миронов В.Г. Синтез RC -схем с активными невзаимными элементами (вопросы реализации).–М.:Энергия,1976.– 240 с.
6. Ионкин П.А., Максимович Н.Г., Миронов В.Г., Перфильев Ю.С., Стахив П.Г. Синтез линейных электрических и электронных цепей (метод переменных состояния).– Львов: Вища школа, 1982.– 312 с.
7. Миронов В.Г. Методы и алгоритмы оптимального проектирования микроэлектронных частотно-избирательных цепей: Автореф. дис. докт. техн. наук: 05.09.05 (Теоретические основы электротехники) / Московский энергетический ин-т.– М., 1984.– 40 с.
8. Филаретов В. В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Методические указания. – Ульяновск: УлГТУ, 2001. – 40 с.
9. Курганов С. А., Филаретов В. В. Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учеб. пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 148 с.
10. Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2003. – 228 с.
11. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320 с.
12. Волгин Л.И, Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
13. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1902.– Bd 9, N 13.– S. 1304–1329.
14. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik.– 1904.– Bd 15, N 12.– S. 385–394.
15. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды.– М.: Наука, 1988.– 428 с.
16. Максвелл Д.К. Трактат об электричестве и магнетизме. В 2-х т. Т. 1.– М.: Наука, 1989.– 416 с.
17. История электротехники / Академия электротехнических наук РФ; под общей редакцией И.А.Глебова.– Москва: Изд-во МЭИ.– 1999.– 524 с.
18. Новгородцев А. Б. 30 лекций по теории электрических цепей. – СПб.: Политехника, 1995. – 519 с.
19. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники: В 3 т. Т. 1.– СПб.: Питер, 2004.– 463 с.
20. Заседание диссертационного совета Д 212.157.13 по присуждению ученой степени доктора технических наук (22 февраля 2002 года, протокол № 11): Защита диссертации В.В.Филаретовым на тему

"Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода". – М., 2002. – 48 с.

21. История электротехники / Академия электротехнических наук Российской Федерации; под ред. И.А.Глебова. – М.: Изд-во МЭИ, 1999. – 524 с.

22. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320 с.

23. Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – 354 с.

На фотографиях, сделанных Д.Ю.Клыковым, изображены фрагменты заседания диссертационного совета Д212.157.13 в Московском энергетическом институте (техническом университете). Идет защита докторской диссертации В.В.Филаретова. Аудитория 3-505. Время начала заседания 22.02.2002 в 2 часа дня (это день рождения В.Г.Миронова).

На верхней фотографии показано выступление официального оппонента В.Г.Миронова (сидящий справа – А.В.Бондаренко).

На верхней фотографии представлены (справа–налево): В.Г.Миронов (смотрит на часы), П.А.Бутырин, А.В.Бондаренко и В.И.Пишиков.



ЛЕОНИД ИВАНОВИЧ ВОЛГИН
(27.12.1932 – 19.10.2008)



Вехи жизни. Леонид Иванович Волгин родился в г. Ялуторовске Тюменской области. В 1950 году семья из г. Бийска переезжает в г. Таллин. В 1951 г. после окончания школы Л.И.Волгин поступает учиться в Ленинградский институт авиационного приборостроения на радиофакультет. В 1957 году после окончания института по распределению был направлен на Таллиннский завод «Пунане РЭТ», где работал в должностях инженера-нормировщика, инженера-конструктора, старшего инженера и главного инженера.

В 1959 году он поступает и в 1961 году оканчивает факультет переподготовки дипломированных инженеров по специальности «Математические и счетно-решающие приборы и устройства» при

Ленинградском политехническом институте, а в 1961 году оканчивает заочную аспирантуру Ленинградского НИИ электроаппаратуры (впоследствии переименован в НПО дальней связи).

В 1965 году он защищает кандидатскую диссертацию в Ленинградском институте авиационного приборостроения [1].

В периоды с 1962 по 1964 и с 1966 по 1969 годы работал в Таллинском конструкторском бюро радиоэлектроники в должности старшего инженера. С 1969 по 1975 годы он работает в должности старшего научного сотрудника в Научно-исследовательском и проектно-технологическом институте систем планирования и управления в электропромышленности (впоследствии – Таллинский электротехнический институт НПО «Электротехника») [3].

В 1974 году он защищает докторскую диссертацию [4, 5] в Киевском политехническом институте.

В 1975 году Л.И.Волгин переходит в Ульяновский политехнический институт [6], где возглавляет кафедру «Конструирование и производство радиоаппаратуры».

В 1981 году ему присваивается ученое звание профессора.

С 1984 года Л.И.Волгин работает в специальном конструкторском бюро Института кибернетики Академии наук Эстонии [7] в должности главного конструктора проекта.

В 1993 году он возвращается в Ульяновский государственный технический университет (УлГТУ) [6] и продолжает работать заведующим кафедрой «Конструирование и производство радиоаппаратуры».

В 1995 году ему присваивается почетное звание «Заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации».

С 2000 по 2008 годы Л.И.Волгин работает профессором кафедры «Измерительно-вычислительные комплексы» и заведующим научно-исследовательской лабораторией наукоемкого инжиниринга УлГТУ.

Научная деятельность. Первые научные публикации Л.И.Волгина были посвящены вопросам теории и проектирования электронных вольтметров и аналоговых измерительных преобразователей параметров электрических сигналов и цепей. Итоги этих работ отражены в [8,9].

Логическим продолжением исследований в области аналоговых измерительных преобразователей является цикл работ по развитию общей теории синтеза операционных преобразователей с малой методической погрешностью. Идея объединения различных по назначению преобразователей по признаку «операционности» позволила свести проблему повышения качества широкой номенклатуры аналоговых измерительных и вычислительных преобразователей (решающие усилители, линейные преобразователи параметров электрических цепей в напряжение, интегрирующие и дифференцирующие устройства, масштабирующие преобразователи, управляемые источники тока,

измерительные усилители, преобразователи частотно-временной группы, трехполюсные эквиваленты индуктивности и др.) к задаче уменьшения методической погрешности операционных преобразователей. Итоги этих работ изложены в монографиях [10–12].

Другой цикл работ посвящен структурным методам повышения точности измерительных преобразователей. В этой области Л.И.Волгину принадлежит ряд работ по развитию итерационных и комбинационных методов повышения статической точности измерительных преобразователей, позволяющих строить высокоточные устройства на обычной элементной базе [13].

Существенным является вклад Л.И.Волгина в развитие общей теории синтеза активных электрических цепей [14–18]. Им сформулированы «принцип совместности отрицательной и положительной обратных связей» и «принцип усиления дуального сигнала», являющиеся эффективным средством топологического синтеза и уменьшения погрешности статизма активных цепей с обратной связью. Им показано, что топологические преобразования электрических цепей являются перспективным научным направлением в области синтеза электрических схем и структур, позволяют алгоритмическим путем размножить и расширить классы эквивалентных электрических цепей. Это создает предпосылки для машинного синтеза новых схем и алгоритмического поиска оптимального схемного варианта.

Предложенные Л.И.Волгиным топологические преобразования (путем переноса узла или сумматора в замкнутых структурах, путем поворота активного трехполюсника, переносом источника входного сигнала, переносом нагрузки и др.) совместно с другими типами топологических преобразований позволяют решать следующие задачи: доказательство полноты заданного класса электрических схем с целью выбора (обоснования) оптимального схемного варианта; топологический синтез новых схем, обладающих заданными свойствами или более высокими характеристиками; размыкание активных электрических цепей с обратной связью (преобразование цепей с обратной связью в эквивалентные цепи без обратной связи); изменение средств достижения заданного качества электрических цепей; изменение типа обратной связи путем топологического преобразования цепей с отрицательной обратной связью в цепи с положительной обратной связью и обратно; изменение активной элементной базы без изменения функций цепи; изменение типа электрических цепей путем топологических преобразований потенциальных, токовых, импедансных и адмитансных цепей в токовые, потенциальные, адмитансные и импедансные цепи; выбор оптимального топологического варианта при разработке гибридно-пленочных микросхем и др.

Эффективность методов топологического преобразования для оптимального синтеза активных электрических цепей (прежде всего для

наиболее распространенных классов схем повторителей напряжения) показана в ряде статей и монографии [13].

Работа Л.И.Волгина в Институте кибернетики АН Эстонии и в УлГТУ связана с разработкой и развитием новой предметной области – релятор и реляторная схемотехника. Предыдущие работы [19 и др.] показали, что бесконечнозначная (непрерывная, нечетная) логика является эффективным средством для решения задач анализа и синтеза аналоговых нелинейных и логических преобразователей. Итоги работ по синтезу непрерывно-логических устройств, построенных в элементном базисе амплитудных селекторов, изложены в книгах [20,21].

Однако возможности бесконечнозначной логики как математического аппарата для синтеза электрических цепей в элементном базисе амплитудных селекторов ограничены кругом задач, описываемых линейно-изломными функциями. Более широкими возможностями обладает разработанный Л.И.Волгиным логико-алгебраический аппарат (комплементарная алгебра и ее частная реализация – предикатная алгебра выбора) [22], который позволяет решать задачи, описываемые как линейно-изломными, так и линейно-разрывными функциями. Существенно, что предикатная алгебра выбора (ПАВ) включает в себя как частный случай бесконечнозначную логику.

В качестве элементного базиса ПАВ Л.И.Волгиным предложены реляторы – аналоговые логические элементы, воспроизводящие элементарные операции комплементарной алгебры, ПАВ и бесконечнозначной логики. Релятор является универсальным схемным элементом с широкими функциональными возможностями. Л.И.Волгиным показано, что в элементном базисе реляторов возможно построение широкой номенклатуры аналоговых функциональных, логических, коммутационных, измерительных, вычислительных и управляющих преобразователей, аналоговых процессоров ситуационной, позиционной, порядковой и ранговой обработки сигналов без промежуточных преобразований в цифровой код, а также генераторов предикатных, аргументных, предикатно-аргументных и непрерывно-логических функций, систем сжатия и обработки аналоговой информации. Итоги работ по разработке логико-математического аппарата и реляторной схемотехники отражены в изданиях [19,22–25]. Логическим продолжением «реляторного» направления Л.И.Волгина являются его работы по моделированию и синтезу нейронных моделей и сетей в элементном базисе реляторов [24,26,27 и др.]. Реляторная парадигма моделей нейронных сетей эффективно работает при построении различных нейротехнических систем.

Л.И. Волгиным подготовлено семь кандидатов и три доктора наук.

Л.И.Волгин был инициатором и организатором ряда международных, всесоюзных и республиканских научно-технических конференций и

семинаров. Наиболее известные из них «Вопросы теории и проектирования измерительных преобразователей параметров электрических сигналов и цепей», «Аналоговые измерительные преобразователи», «Проблемы обработки аналоговой информации», «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке и технике (КЛИН)». Конференция со звонкой аббревиатурой КЛИН проводилась ежегодно более десяти лет. Именно она положила начало изданию настоящего сборника (см. аннотацию).

Литература

1. Ялуторовск / Составитель Н.Зубарев.– Изд-во газеты «Тюменская правда», 1966.– 68 с.
2. Волгин Л.И. Исследование и разработка методов и аппаратуры для измерения эффективного значения напряжений произвольной формы: Автореф. дис... канд. техн. наук.– Л.: Ленинградский ин-т авиаприборостроения, 1964.– 24 с.
3. Научно-исследовательский институт ПО «ТЭЗ им. М.И.Калинина».– Таллин: Валгус, 1983.– 56 с.
4. Волгин Л.И. Принципы построения, синтез и анализ аналоговых измерительных преобразователей параметров электрических сигналов и цепей: Автореф. дис... докт. техн. наук.– Киев: Киевский политехнический институт, 1974.– 66 с.
5. Новые доктора наук. Леонид Волгин // Вечерний Таллин. – 1974. – 3 августа.
6. Ульяновский государственный технический университет.– Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 1994.– 48 с.
7. Институт кибернетики Академии наук Эстонии.– Таллин: Валгус, 1990.– 60 с.
8. Волгин Л.И. Линейные электрические преобразователи для измерительных приборов и систем.– М.: Сов. Радио, 1971.– 334 с.
9. Волгин Л.И. Измерительные преобразователи переменного напряжения в постоянное.– М.: Сов. Радио, 1977.– 240 с.
10. Волгин Л.И. Принципы построения и сравнительный анализ аналоговых измерительных преобразователей.– Таллин: Научно-исследовательский и проектно-технологический ин-т систем планирования и управления в электропромышленности, 1973.– 53 с.
11. Волгин Л.И. Аналоговые интегрирующие и дифференцирующие операционные преобразователи.– Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1982.– 128 с.
12. Волгин Л.И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем.– М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.

13. Волгин Л.И. Высокостабильные усилительные устройства: Методы построения, схемотехника.– Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1985.– 128 с.
14. Волгин Л.И. Методы топологического преобразования электрических цепей.– Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1982.– 108 с.
15. Волгин Л. И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств. – Тольятти: Изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса. – 2000. – 173 с.
16. Волгин Л. И. Топологические модели усилителей электрических сигналов. – Тольятти: Поволжский технологический ин-т сервиса, 2002. – 90 с.
17. Волгин Л. И., Королев Ф. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ и принципы построения аналоговых операционных преобразователей: учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 88 с.
18. Волгин Л. И., Королев Ф. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
19. Волгин Л.И. Синтез устройств для обработки и преобразования информации в элементном базисе реляторов. – Таллин: Валгус, 1989. – 180 с.
20. Волгин Л.И., Левин В.И. Непрерывная логика: теория и применения.– Таллин: АН Эстонии, 1990.– 210 с.
21. Волгин Л.И. Непрерывная логика и ее схемотехнические применения: Пять лекций по курсу «Логические основы и модели нейронных сетей».– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 108 с.
22. Волгин Л.И. Комплементарная алгебра и предикатная алгебра выбора: Три лекции по курсу «Логические основы и модели нейронных сетей».– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 68 с.
23. Волгин Л.И. Свойства и структуры функций осреднения.– Таллин: АН Эстонии, 1992.– 72 с.
24. Волгин Л.И. Реляторные генераторы предикатных, аргументных и непрерывно-логических функций.– Таллин: АН Эстонии, 1992.– 65 с.
25. Волгин Л.И. Векторная комплементарная алгебра и ее применения: Две лекции по курсу «Логические основы и модели нейронных сетей».– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 52 с.
26. Волгин Л.И. Реляторные нейропроцессоры и коммутационно-логические преобразователи аналоговых сигналов с кодированием номера канала: Три лекции по курсу «Логические основы и модели нейронных сетей».– Ульяновск: УлГТУ, 1996.– 74 с.
27. Волгин Л.И. Комплементарная алгебра и моделирование нейронных структур.– Таллин: АН Эстонии, 1993.– 48 с.

НОВЫЕ ИЗДАНИЯ

В издательстве Ульяновского государственного технического университета вышла в свет монография:

Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей / Л. И. Волгин, Ф. А. Королев, В. В. Филаретов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2007. – 356 с. – ISBN 978-5-9795-0168-0.

Рецензенты:

кафедра теоретических основ электротехники Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (ЛЭТИ) (зав. кафедрой доктор технических наук, профессор Ю. А. Бычков);

доктор технических наук, профессор кафедры системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ) Ю. И. Лыпарь.

Предложена инженерная методика схемно-алгебраического анализа активных электрических цепей и расчета погрешности операционных преобразователей. В основе методики лежат формулы выделения двухполюсных элементов и таблицы, содержащие определители элементарных схем усилителей, что сокращает объем выкладок по сравнению с известными методиками. Для анализа сложных цепей по частям разработан метод нулловых схем, обеспечивающий формирование безызбыточных выражений схемных функций.

Обсуждаются методы топологических преобразований схем электрических цепей как эффективное средство эквивалентного и функционального расширения классов цепей с целью решения задач оптимального проектирования и топологического синтеза схем (структурных и электрических) аналоговых радиоэлектронных средств различного назначения. Предлагаются новые топологические доказательства, основанные на теории схемных определителей.

Рассмотрено схемное отображение матрицы для решения систем линейных алгебраических уравнений произвольной физической природы и реализации структурных схем. Обсуждается методика реализации структурных схем на основе новой элементной базы схемотехники – трансдуктивных усилителей. Дается сравнение с традиционной реализацией на операционных усилителях напряжения. Поставлена и решена задача структурного синтеза электронных цепей по их символьным схемным функциям.

Для специалистов в области схемотехники аналоговых электрических цепей, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

В издательстве Ульяновского государственного технического университета в 2008 году запланировано издание учебного пособия:

Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных аналоговых и дискретно-аналоговых электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– 300 с.

Символьные передаточные функции (СПФ) широко применяются для решения задач анализа и синтеза электрических фильтров, избирательных усилителей, преобразователей напряжения и тока, построенных на базе аналоговых и дискретно-аналоговых элементов с сосредоточенными и распределёнными параметрами. Эффективные алгоритмы формирования СПФ основаны на методе схемных определителей [48]. С его использованием созданы алгоритмы анализа аналоговых электронных цепей, содержащих произвольные аналоговые элементы схем замещения, в том числе, любые управляемые источники. Разработаны методы анализа с многополюсниками – биполярными и полевыми транзисторами, гираторами, взаимоиנדуктивностями и конверторами сопротивлений.

Метод схемных определителей применяется для цепей, содержащих элементы не только с сосредоточенными, но и с распределёнными параметрами. Для этого разработаны формулы для выделения RLC - и RC -распределённых линий и алгоритмы анализа фильтров с распределёнными RC -элементами.

Метод применяется не только для аналоговых, но и для дискретно-аналоговых цепей на базе переключаемых конденсаторов (ПК). Для этого предложены схемно-алгебраические формулы выделения типовых элементов с ПК как во временной, так и в комплексной форме. На основе этих формул находятся символьные выражения временных откликов и комплексных передаточных функций фильтров с ПК.

Предлагаемые методы позволяют сформировать символьные функции как в компактном свёрнутом, так и в полиномиальном виде. Полиномиальные функции требуются для исследования устойчивости цепей, синтеза и проектирования фильтров.

Для автоматизированного анализа на основе метода схемных определителей разработана система символьного анализа SCAD, которая применяется для анализа как аналоговых цепей с сосредоточенными параметрами, так цепей с распределёнными параметрами и дискретно-аналоговых цепей на базе ПК. Система позволяет получать как свёрнутые компактные выражения, так и полиномиальные выражения. Сложность анализируемых цепей достигает нескольких сот элементов.

Большинство этих вопросов не рассмотрены в учебной литературе. Восполнению этих пробелов и посвящено настоящее учебное пособие.

В издательстве Ульяновского государственного технического университета в 2008 году запланировано издание учебного пособия:

Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Анализ и синтез линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– 300 с.

Рецензенты:

кафедра ТОЭ Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета (ЛЭТИ) им. В. И. Ульянова (Ленина) (завкафедрой доктор технических наук, профессор Е. Б. Соловьева)

доктор технических наук, профессор кафедры системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (СПбГПУ) Ю. И. Лыпарь

Излагаются основы схемно-алгебраического метода, предназначенного для решения задач как синтеза, так и анализа линейных электрических цепей. Для получения символьных выражений токов и напряжений используется непосредственно схема замещения или принципиальная схема цепи без составления уравнений, и минуя формирование схемных функций. Схемно-алгебраическое моделирование распространяется как на линейные схемы с двухполюсными элементами, так и на линеаризованные активные (электронные) схемы и схемы с многополюсными элементами. Предусматривается компьютерная генерация схемно-алгебраических выражений для выделения параметров основных трех- и четырехполюсников, которые используются при проектировании электронных средств.

Получили развитие два новых направления в синтезе пассивных и активных электрических цепей: 1) отображение структурных схем принципиальными схемами на транскондуктивной элементной базе; 2) восстановление схемы по ее символьному определителю (характеристическому полиному) и структурный синтез схем по их символьным схемным функциям. Приводятся задания к самостоятельной работе и указания к их выполнению.

Пособие предназначено для студентов, изучающих электротехнику и электронику (специальность 071900 «Информационные системы и технологии»), и преподавателей, ведущих указанные дисциплины. Учебное пособие может использоваться также студентами других радио- и электротехнических специальностей, а также специалистами в области схемотехники аналоговых электрических цепей, магистрантами и аспирантами соответствующих направлений и специальностей.

Реферирование сборника и отдельных его статей в РЖ «Электротехника» за 2004–2008 гг.

04.07–21А.49К. Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ. Тр. международ. конф. КЛИН–2003 / Под ред. Л.И.Волгина.–Ульяновск:УлГТУ, 2003.–Т. 4.–120 с.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.–№7.– С. 7.

07.09–21А.36К. Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005 / Под ред. Л.И.Волгина.–Ульяновск:УлГТУ, 2005.–Т. 3.–196 с.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.–№9.– С. 4.

04.07–21А.52. Взаимная обратимость и реверсивное топологическое преобразование активных электрических цепей / Волгин Л.И., В.В.Филаретов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.–Т.4.–С.9–16.–Реф. в РЖ«Электротехника».–2004.– №7.– С. 7.

04.07–21А.53. Генерация схемных определителей на основе бинарного дерева формулы / Р.В.Дмитришин, В.В.Филаретов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 20–26.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №7.– С. 8.

04.07–21А.56. Использование схемных функций при вариации параметров управляемых источников в линейных электронных цепях / С.А.Курганов, В.В.Филаретов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 59–63.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №7.– С. 8.

04.07–21А.57. Нуллорно-унисторный подход к анализу цепей с операционными усилителями / Р.В.Дмитришин, В.В.Филаретов, Д.В.Шейн // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 27–35.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №7.– С. 8.

04.07–21А.58. Определение параметров двух- и трехэлементных двухполюсников комбинированным мостом переменного тока / И.Р.Добровинский, К.В.Громиков, В.А. Жадаев // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 36–38.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №7.– С. 8.

04.07–21А.59. Схемно-алгебраические формулы для определения цепных параметров четырехполюсников / С.А.Курганов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 52–58.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– С. 8.

04.07–21А.60. Идентификация двухполюсных электрических сетей из элементов двух типов / Л.Н.Бондаренко // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 4–5.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №7.– С. 8.

04.09–21А.55. Эффективный алгоритм численного решения в непрерывной форме матричного дифференциального уравнения состояния электрической цепей / В.А.Филин // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 101–103.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №9.– С. 5.

04.10–21А.44. Неудаляемые дуги в унисторных графах и их применение для раскрытия суммарных алгебраических дополнений / Ю.В.Тимкин, В.В.Филаретов, Д.В.Шеин // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 82–86.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №10.– С. 4.

04.10–21А.52. О схемных триадах Л.И. Волгина, порождаемых поворотом активного трехполюсника в активных электрических цепях / В.В.Филаретов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 86–94.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №10.– С. 5.

05.01–21А.31. О применении операционных усилителей для компенсации импедансов независимыми источниками / С.А.Курганов, В.В.Филаретов // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т.4.– С.55–58.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2005.– №1.– С. 4.

05.01–21А.50. Распространение метода Фойснера на общие активные сети. Extension of Feussners method to general active networks / V.V. Filaretov, A.S.Korotkov // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2003.– Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Т. 4.– С. 95–100.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2004.– №1.– С. 8.

07.06–21А.52. Реконструкция первого топологического метода расчета электрических цепей, созданного Кирхгофом / И.В.Ерохов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006.– Ульяновск: УлГТУ, 2006.– Т. 3.– С. 76–83.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №6.– С. 5.

07.06–21А.54. Обозначение аномальных элементов в теории электрических цепей / С.А.Курганов, Т.Миланцей, В.В.Филаретов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез,

анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006.– Ульяновск: УлГТУ, 2006.– Т. 3.– С. 236–238.– Реф. в РЖ «Электротехника».–2007.– №6.– С. 5.

07.06–21А.55. Символьный анализ линейных электрических цепей методом объединения схемно-алгебраических формул подсхем / Ф.А.Королев, С.А.Курганов, В.В.Филаретов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006.– Ульяновск: УлГТУ, 2006.– Т. 3.–С. 98–115.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №6.– С. 5.

07.09–21А.34. Новая трактовка формулы Мэсона в теории цепей / В.Г.Захаров // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 71–73.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №9.– С. 3.

07.09–21А.38. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей / Р.И.Березуев, С.А.Курганов, В.В.Филаретов, Д.В.Шейн // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №9.– С. 4.

07.09–21А.42. Схемно-алгебраические тождества для топологических функций линейных электрических цепей / С.А.Курганов, В.В.Филаретов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 95–105.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №9.– С. 4.

07.10–21А.42. О реактивной мощности в несинусоидальных режимах / Ш.Н.Хусаинов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006.– Ульяновск: УлГТУ, 2006.– Т. 3.– С. 201–205.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2007.– №10.– С. 4.

08.06–21А.48. Уточнение понятия структуры графа электрической цепи / И.В.Ерохов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 85–90.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.49. Перечисление трехэлементных минимальных разрезов графа электрической цепи / А.А.Гришкевич, Л. Пиатек // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 52–56.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.50. Состояние и проблемы развития схемного подхода к символьному анализу электрических цепей / В.В. Филаретов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–

2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 196–207.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.53. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению / К.С.Горшков, Ю.В.Токарев, В.В.Филаретов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 48–51.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.54. Новый подход к созданию топологического метода анализа электрических цепей / И.В.Ерохов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 76–84.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.55. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей / К.С.Горшков, Ю.В.Токарев // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 39–47.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.06–21А.56. Алгоритм и программа схемно-алгебраического анализа электрических цепей по частям / Ф.А.Королев, С.А.Курганов, В.В.Филаретов, Д.В.Шейн // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 104–113.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №6.

08.07–21А.50. Сравнение методов анализа электрических цепей по частям в символьном виде / Ф.А.Королев, С.А.Курганов, В.В.Филаретов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 91–104.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №7.– С. 8.

08.07–21А.52. Численно-аналитическое моделирование переходных процессов в электротехнических системах методом схемных коэффициентов / В.В.Костюков, Л.Н.Канов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 137–145.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №7.– С. 8.

08.07–21А.55. Топологические преобразования взаимозаменением входов и выходов активных электрических цепей / Л.И.Волгин, Ф.А.Королев // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 24–30.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №7.– С. 8.

08.07–21А.56. Схемное отображение системы уравнений на транскондуктивных усилителях / Р.И.Березуев, К.С.Горшков, В.В.Филаретов // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3.– С. 11–17.– Реф. в РЖ «Электротехника».– 2008.– №7.– С. 8.

Приобретение отдельных выпусков сборника

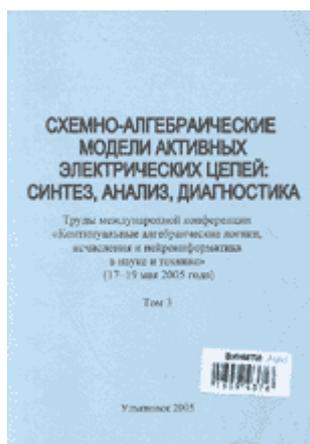
Осуществляется через издательство "УРСС" (Editorial URSS) в России и странах СНГ (на рубли) в Дальнем Зарубежье (на евро).



<http://urss.ru>

Для приобретения нужного выпуска сборника необходимо в режиме online заполнить форму заказа на сайте интернет-магазина издательства URSS <http://www.urss.ru>, или отправить запрос на книгу по электронной почте на адрес orders@urss.ru. В течении недели после получения уведомления от издательства о принятии заказа и его окончательной цене, выбранный сборник можно будет получить по адресу: Москва, просп. 60-летия Октября, д.9. (здание Института системного анализа). Приехав за своим заказом позвоните из фойе по бесплатному таксофону: 8-499-135-44-23, 8-499-135-42-46, 8-499-135-42-16. За Вами спустится наш секретарь.

Существует возможность получения заказа по почте наложенным платежом. Для этого после получения уведомления от издательства о принятии заказа следует написать отправить на электронный ящик orders@urss.ru сообщение, где требуется указать домашний адрес заказчика.



Филаретов В.В.

Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика. Т.3
2005. 196 с. [Предварительный заказ](#). 599 руб. или 17.9 EUR

Букинист.

[Математика](#), [Техника](#), [Кибернетика](#), [Теория автоматов](#), [Теория сложных систем \(больших систем\)](#), [Математическая кибернетика](#), [Принятие решений](#), [Проектирование](#), [Конструкции](#).

Добавить к заказу

Заказ можно изменить в любой момент

Электронные версии выпусков сборника размещаются на сайте <http://www.levul.org>

Электронный адрес для замечаний, предложений, консультаций – vvfil@mail.ru

МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО СИГНАЛАМ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СИСТЕМАМ 2008 (ICSES'08)



14–17 сентября 2008, в древнем польском городе Кракове, состоялась очередная, уже пятая по счёту, Международная Конференция по Сигналам и Электронным Системам (ICSES'08). Вот уже на протяжении восьми лет каждые два года специалисты со всего мира в области проектирования электронной аппаратуры, моделирования электрических схем, обработки цифровых и аналоговых сигналов, приезжают в Польшу для обмена опытом, обсуждения актуальных проблем и фундаментальных теоретических вопросов, презентации новейших разработок. Организатором Конференции выступает Факультет Электроники AGH Университета Науки и Технологии, совместно с секцией IEEE по Цепям и Системам, секцией по сигналам, цепям и электронным системам Комитета Электроники и Телекоммуникаций Польской Академии Наук, при содействии Министерства Науки и Высшего Образования Польши.

В рамках Конференции основное внимание уделяется рассмотрению следующих тем:

1. Обработка цифровых и аналоговых сигналов.
2. Проектирование интегральных схем и микросистем.
3. Обработка и распознавание графических изображений.
4. Разработки в области медицины.
5. Анализ и моделирование электрических цепей и систем.
6. Аналоговые и цифровые фильтры.
7. Математические и вычислительные методы.

8. Системы связи, сети и передача сигналов.
9. Приложения электронных систем.
10. Измерительные системы.
11. Обработка и распознавание голосового сигнала.
12. Радиотехнические цепи и системы.
13. Тестирование и надёжность.

В этом году в программу Конференции были включены 131 презентация от представителей 30 стран, в том числе 99 устных докладов, и 32 презентации в виде плакатов. Страны-участницы Конференции: Австрия, Англия, Венгрия, Германия, Греция, Дания, Индия, Иран, Испания, Италия, Латвия, Мексика, Норвегия, Польша, Португалия, Россия, Румыния, Сербия, Словакия, США, Тайвань, Тунис, Турция, Финляндия, Франция, Хорватия, Чехия, Швеция, Япония.

Каждая присланная на Конференцию статья получала экспертную оценку от как минимум двоих рецензентов, членов Интернационального Научного Комитета ICSES'08. Примечательно, что в состав Научного Комитета вошло несколько специалистов, получивших известность благодаря своим работам в области символьно-топологического анализа электрических цепей: это Бен Родански (Австралия), – разработчик первой электронной библиотеки тестовых схем для программ символьного анализа, Яцек Войциеховски (Польша), Vello Kukk (Эстония), Agnieszka Konczykowska (Франция). Схема активного полосового фильтра, введенная в практику тестирования Стажиком и Кончиковской, более двадцати лет служит «пробным камнем» для алгоритмов формирования символьных схемных функций.

Особо стоит отметить, что Российская Федерация была представлена на ICSES'08 двумя докладами [1, 2]. Доклад К.С.Горшкова и В.В.Филаретова «Транскондуктивная реализация блок-схем электрических цепей» [1] посвящен новому и перспективному направлению – реализации структурных схем на усилителях проводимости (транскондуктивных усилителях – транскондукторах). Предложенный алгоритм транскондуктивной реализации позволяет формализовать процедуру перехода от структурной схемы к схеме на транскондукторах. В докладе обсуждались особенности применения алгоритма для проектирования высокоточных усилительных устройств, были приведены результаты моделирования схем, полученных с помощью метода транскондуктивной реализации, и дано сравнение с традиционным исполнением на операционных усилителях.

В докладе сотрудника РАН, доктора технических наук Д.В.Филатовой приведены результаты исследования смешанного фрактального Броуновского движения в приложении к моделированию трафика компьютерных сетей. Предложены методы моделирования и вычисления

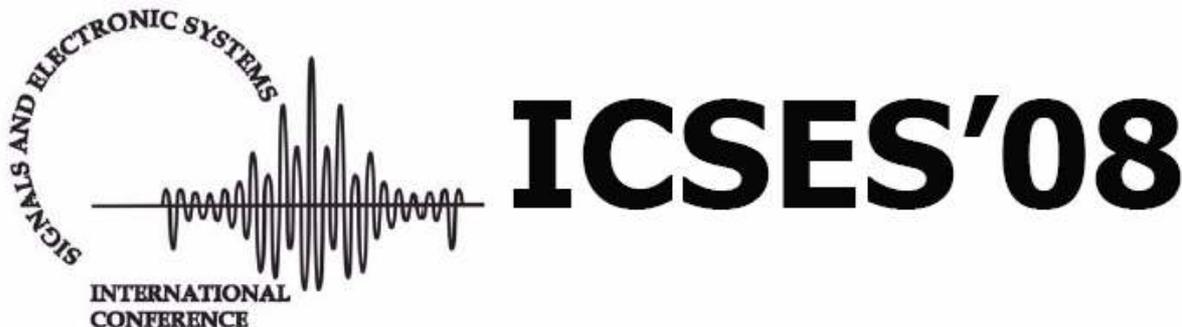
параметров смешанного фрактального Броуновского движения. Представлены результаты тестирования с помощью метода Монте-Карло, подтверждающие эффективность обоих методов.

Доклад К.С.Горшкова и В.В.Филаретова (докладчик К.С.Горшков) был отдельно отмечен главой организационного комитета Конференции, деканом, Станиславом Кута, при закрытии Конференции, как один из самых интересных и оригинальных.

По итогам Международной Конференция по Сигналам и Электрическим Системам ICSES'08 был издан сборник трудов, который свободно распространяется в виде pdf –файла (http://www.levul.org/sm/download/Proceedings_ICSES_2008.pdf).

Литература

1. Filaretov V., Gorshkov K. Transconductance Realization of Block-diagrams of Electronic Networks // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08).– Krakow, Poland.– 2008.– P. 261–264.
2. Filatova D. Mixed fractional Brownian motion: some related questions for computer network traffic modeling // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08). – Krakow, Poland. – 2008.– P.393–396.



К. С. Горшков

СОДЕРЖАНИЕ

Белобров Е.В., Курганов С.А.	Частотный анализ цепей с переключаемыми конденсаторами, учитывающий сопротивление ключей	3
Витязь О.А.	Физическая реализуемость схемы, эквивалентной полному электрическому многоугольнику	12
Горшков К.С., Заболотнов С.А.	Применение алгоритма интерпретации символьных алгебраических выражений для построения амплитудно- и фазочастотных характеристик электрических цепей	19
Горшков К.С., Стенюшкин Д.И.	Алгоритм и программа транскондуктивной реализации электронных цепей	26
Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В.	Генерация патентоспособных схемных решений с помощью программы структурного синтеза <i>SymSin</i>	34
Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В.	Исключение изоморфных структур при структурном синтезе электронных схем по их символьным схемным функциям	40
Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В.	Эквивалентные преобразования электрических цепей переносом управляющих ветвей	46
Горшков К.С., Филаретов В.В.	Установление изоморфизма ненаправленных и ориентированных графов на основе распределения показателей участия их ребер и дуг	56
Горшков К.С., Филаретов В.В.	Схемно-символьный анализ электрических цепей с многомерными управляемыми источниками	72
Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е.	Сравнение точного и приближенного методов расчета вклада сечений в результирующие показатели надежности	79
Гришкевич А.А., Пиатек Л., Бурмутаев А.Е.	Расчет показателей структурной надежности системы электроснабжения	83
Ерохов И.В.	О приближенном моделировании сложных электрических схем	88
Казаков М.К., Чекин В.К.	Способ коррекции погрешностей измерительного трансформатора тока	98
М.А. Катков, Зен Хек Хан, Малевич И.Ю..	Оптимизация коэффициентов деления направленных ответвителей в радиочастотном усилительном тракте с прямой связью	107

Королев Ф. А., Филаретов В.В.	Сравнение единичных и последовательных выражений матричных определителей по точности вычислений	110
Красноперов К.В., Ушаков П.А., Филиппов А.В.	Исследование влияния неидеальности проводящего слоя двумерного RC-элемента с распределенными параметрами на характеристики активного RC-фильтра на его основе	127
Кувшинов Ан. А., Абрамов Г.Н., Кувшинов А.А.	Обобщенная логико-алгебраическая модель систем управления статических преобразователей	131
Курганов Д.С., Курганов С.А., Филаретов В.В.	Нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи методом схемных определителей	140
Курганов Д.С., Филаретов В.В.	Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей	152
Курганов С.А., Ушаков П.А., Филаретов В.В.	Символьный анализ линейных электрических цепей с распределенными RC-элементами	165
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Схемно-алгебраическое формирование условий равновесия для мостовых электрических цепей	188
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Неравновесные нулловые схемы для символьного анализа цепей методом объединения подсхем	202
Лапшин Б.А., Петраков В.А.	Аналитический метод синтеза оптических многослойных фильтров	211
Николаев П.Н., Малевиц И.Ю.	Модулятор для формирования стереофонического радиосигнала	218
Матросова Г.А.	Гибридный координатный базис с выделением блока независимых переменных зависимых источников	223
Меньшов Е.Н.	Характер движения свободного заряда в поле электромагнитной волны	228
Меньшов Е.Н., Шайкин Н.Н.	Формула для расчета силы реакции излучения	232
Соловьева Е.Б., Дегтярев С.А.	Применение итерационно-операторного метода для «слепой» линеаризации рекурсивных систем...	237
Токарев Ю. В.	Оптимизация алгоритма синтеза схем на основе схемного определителя	246
Токарев Ю. В.	Теоретико–множественная интерпретация выделения управляемых источников	251
Хусаинов Ш.Н.	Гибридная топология электрических схем	261

Filaretov V.V., Gorshkov K.S.	A method of realization of block-diagrams of electronic networks based on transconductance amplifiers	265
Herencsár N., Koton J., Lattenberg I., Vrba K.	Current-mode multifunction filter using single multi-output current amplifier	273
Jerabek J., Koton J., Vrba K.	Generalized design method of multifunctional frequency filters	279
Koton J., Vrba K., Misurec J.	Designing pure current-mode frequency filter using the MCM1	285
Koton J., Ushakov P.A.	Frequency Filters Synthesis Based on the Signal-Flow Graphs	291
<i>Из истории открытий</i>		
Браун Я.	Ориентация нуллора	299
Ерохов И.В., Филаретов В.В.	Теорема Зеляха-Теллегена	308
Филаретов В.В.	Теорема Сигорского	317
<i>Классики теории цепей</i>		
Арбузников В.А., Ерохов И.В.	Элизар Вульфович Зелях	327
Витязь О.А., Матросова Г.А.	Виталий Петрович Сигорский	331
Филаретов В.В.	Владимир Георгиевич Миронов	335
Филаретов В.В.	Леонид Иванович Волгин	342
<i>Новые издания</i>		
Волгин Л.И., Королев Ф.А., Филаретов В.В.	Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.....	348
Горшков К.С., Филаретов В.В.	Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей	349
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Схемно-алгебраический анализ электрических цепей с изменяющимися во времени и распределенными параметрами	350
<i>Реферирование статей предыдущих выпусков сборника</i>		351
<i>Приобретение отдельных выпусков сборника</i>		355
<i>Международная Конференция по Сигналам и Электронным Системам (ICSES'08)</i>		356

CONTENTS

Belobrov E.V., Kurganov S.A.	The frequency analysis of electronic circuits with switching capacitors, taking account of resistance of key contacts	3
Vityaz O.A.	The possibility of physical realization of the network equivalent of a complete electrical polygon	12
Gorshkov K.S., Zabolotnov S.A.	Application of algorithm of interpretation of symbolic algebraic expressions for formation of the frequency characteristics of electric circuits	19
Gorshkov K.S., Stenyushkin D.I.	Algorithm and the program of transconductance realizations of electronic networks	26
Gorshkov K.S., Tokarev Y.V., Filaretov V.V.	Realization of the patentable circuit decisions with the help of the program of structural synthesis <i>SymSin</i>	34
Gorshkov K.S., Tokarev Y.V., Filaretov V.V.	Exception of isomorphic structures at structural synthesis of electronic networks by their symbolic circuit functions	40
Gorshkov K.S., Tokarev Y.V., Filaretov V.V.	Equivalent transformations of electric circuits by carrying over of the controlling branches	46
Gorshkov K.S., Filaretov V.V.	The reducing of isomorphic directed and not directed graphs on the basis of distribution of parameters of participation of their edges and arches	56
Gorshkov K.S., Filaretov V.V.	Symbolic circuits analysis of electronic network with multidimensional controlled source	72
Grishkevich A.A., Burmutaev A.E.	The comparison of precise and approximate methods of calculation of count of section in resulting parameters of the reliability	79
Grishkevich A.A., Piatek L., Burmutaev A.E.	Calculation of parameters of structural reliability of system of electrosupply	83
Erohov I.V.	About approximate simulation of large electronic networks	88
Kazakov M.K., Chekin V.K.	The method of correction of errors of the measuring current transformer	98
Katkov M.A., Zen Heck Han, Malevich I.Y.	Optimization of division factors of directed couplers in a radio-frequency amplification path with a direct coupling	107
Korolev F.A., Filaretov V.V.	Comparison united and consecutive expressions determinants of matrices by precision calculate	110

Krasnoperov K.V., Ushakov P.A., Filippov A.V.	Research of influence of the unideality of a conducting layer of a two-dimensional RC-element with the allocated parameters on characteristics of the active RC-filter on its basis ...	127
Kuvshinov An.A., Abramov G.N., Kuvshinov A.A.	The generalized logic-algebraic model of control systems of static converters	131
Kurganov D.S., Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Definition of complexity of an any active electric network by a method of circuit determinants	140
Kurganov D.S., Filaretov V.V.	Algorithm and the program of formation polinomial circuit functions of electronic networks	152
Kurganov S.A., Ushakov P.A., Filaretov V.V.	The symbolic analysis of linear electronic networks with the allocated <i>RC</i> -elements	165
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Circuit-algebraic formation of conditions of balance for bridge electric network	188
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Non-balance nullor circuits for symbolic network analysis based on the subnetwork composition	202
Lapshin B.A., Petrakov V.A.	Analytical method of synthesis of optical multilayered filters	211
Nikolaev P.N., Malevich I.Y.	Modulator for the forming of stereophonic radio signal	218
Matrosova G.A.	Hybrid coordinate basis with allocation of the block of independent variables of dependent sources	223
Menshov E.N.	The behavior of movement of a free charge in a field of an electromagnetic wave	228
Menshov E.N., Shaykin N.N.	The formula for calculation of intensity of reaction of radiation	232
Solovieva E.B., Degdyarev S.A.	Application of a iterative-operational method for «blind» linearization of recursive systems	237
Tokarev Y.V.	Optimization of a synthesis algorithm of networks on the basis of a circuit determinant	246
Tokarev Y.V.	Theoretical-multiple interpretation of extraction of controlled sources	251
Khussainov S.N.	Hybrid topology of the electronic networks	261

Filaretov V.V., Gorshkov K.S.	A method of realization of block-diagrams of electronic networks based on transconductance amplifiers	265
Herencsár N., Koton J., Lattenberg I., Vrba K.	Current-mode multifunction filter using single multi-output current amplifier	273
Jerabek J., Koton J., Vrba K.	Generalized design method of multifunctional frequency filters	279
Koton J., Vrba K., Misurec J.	Designing pure current-mode frequency filter using the MCMI	285
Koton J., Ushakov P.A.	Frequency filters synthesis based on the signal-flow graphs	291
<i>From a history of inventions</i>		
Braun J.	The nullor orientation	299
Erohov I.V.	The theorem of Zelyakha-Tellegen	308
Филаретов В.В.	The theorem of Sygorskiy	317
<i>Classics of the circuit theory</i>		
Arbuznikov V.A., Erohov I.V.	Elizar Vulfovich Zelyakh	327
Vityaz O.A., Matrosova G.A.	Vitaliy Petrovich Sigorskiy	331
Filaretov V.V.	Vladimir Georgievich Mironov	335
Filaretov V.V.	Leonid Ivanovich Volgin	342
<i>New editions</i>		
Volgin L.I., Korolev F.A., Filaretov V.V.	The circuit-algebraic analysis and topological transformations of models of electronic networks	348
Gorshkov K.S., Filaretov V.V.	The analysis and structural synthesis of electronic circuits by a method of circuit determinants	349
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	The circuit-algebraic analysis of electronic networks with changing in time and the allocated parameters ...	350
<i>Abstracting of articles of the previous releases</i>		351
<i>Conditions of purchase of some releases</i>		355
<i>Report from ICSES`08</i>		356

Научное издание

**СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА
ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ**

Международный сборник научных трудов

Выпуск 6

Подписано в печать

Формат 60x84/16. Бумага писчая.

Уч.-изд.л.

Усл.печ.л.

Тираж 200 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет
432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ (1957–2008)



УлГТУ - крупнейшее учебное заведение Ульяновской области. Общая площадь помещений университета - 142 тыс. кв. м., из них под учебно-лабораторную базу отведено 89 тыс. кв. м.

Университет является одним из ведущих научных центров Поволжья. Сегодня университет находится в стадии устойчивого наращивания научно-педагогических сил и новых технологий и форм обучения. Осуществлен полный переход на многоуровневую систему подготовки кадров, взят курс на гуманитаризацию технического образования.

Новое время потребовало появления новых структур, значительно расширивших возможность получения основного, дополнительного, параллельного и дистанционного образования. Самое пристальное внимание на кафедрах уделяется развитию информационных технологий обучения с использованием современных средств вычислительной и мультимедийной техники.

Несмотря на спад в экономике, увеличивается объем научных исследований по договорной тематике, в том числе в нетрадиционных для нашего вуза отраслях: сельском и коммунальном хозяйстве и т.д. Значительно возросла эффективность подготовки научных кадров через магистратуру, аспирантуру, докторантуру. Открыты специализированные советы по защите докторских и кандидатских диссертаций.

Университет энергично развивает международные связи. Они предусматривают обучение и переподготовку как иностранных граждан, так и наших преподавателей и студентов в зарубежных университетах. Создан лингвистический центр, оснащенный самым современным оборудованием для изучения языков.